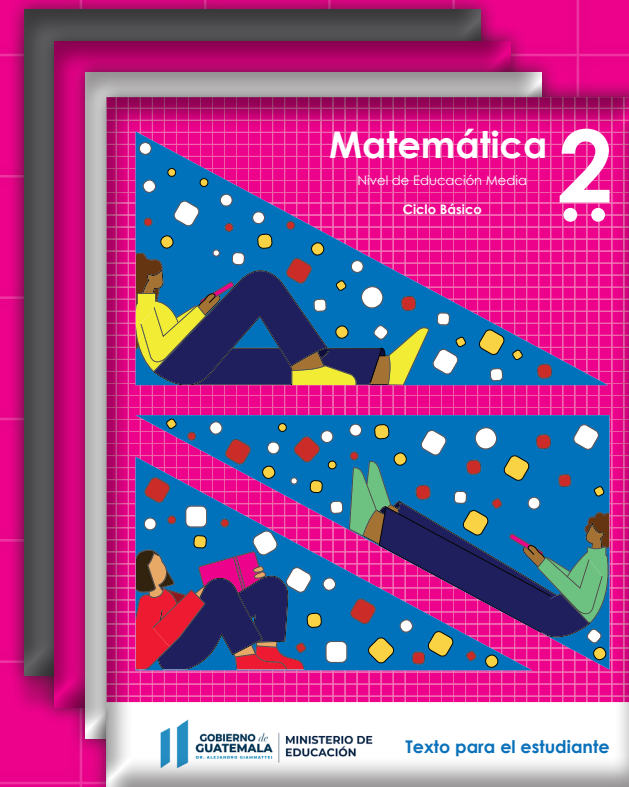




2

# Guía para el docente Matemática

Guía para el docente Matemática / Nivel de Educación Media, Ciclo Básico



Guía para el docente  
Matemática  
Segundo Grado  
Nivel de Educación Media, Ciclo Básico

¡Aquí se encuentran los materiales digitales  
e información general!



[www.mineduc.gob.gt/DIGECADE/Guatemática.asp](http://www.mineduc.gob.gt/DIGECADE/Guatemática.asp)

2 Grado  
Nivel de Educación Media  
Ciclo Básico





GOBIERNO *de*  
GUATEMALA  
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI

MINISTERIO DE  
EDUCACIÓN

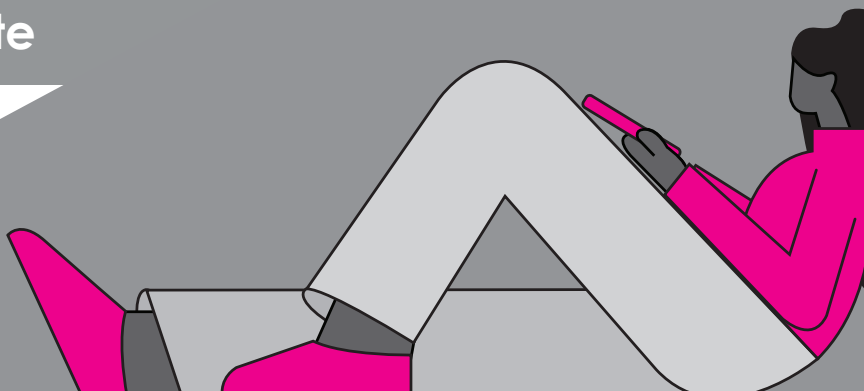
# Matemática

Nivel de Educación Media

Ciclo Básico



Guía para el docente







**Claudia Patricia Ruíz Casasola de Estrada**  
Ministra de Educación

**Lilian Dinora Pérez López**  
Viceministra Técnica de Educación

**María del Rosario Balcarcel Minchez**  
Viceministra Administrativa de Educación

**Carmelina Espantzay Serech de Rodríguez**  
Viceministra de Educación Bilingüe e Intercultural

**Edna Portales de Núñez**  
Viceministra de Educación Extraescolar y Alternativa

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA)

La Guía para el docente se puede reproducir total o parcialmente, siempre y cuando se cite al Ministerio de Educación como fuente de origen y que no sea para usos comerciales.

Ministerio de Educación de Guatemala (Mineduc)  
6a calle 1-87, zona 10, 01010  
Teléfono: (502) 2411-9595  
[www.mineduc.gob.gt](http://www.mineduc.gob.gt) / [www.mineduc.edu.gt](http://www.mineduc.edu.gt)

**Segunda edición, 2023**

Estimado docente:

Esta Guía para Docentes es una herramienta pedagógica que contribuirá al fortalecimiento de su trabajo en el aula para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, a través de pensar e intentar resolver problemas por sí mismos. Es producto del esfuerzo del Ministerio de Educación y la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad de San Carlos de Guatemala con el apoyo técnico de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón, en el marco del Proyecto de Mejoramiento de la Calidad de Educación Matemática del Ciclo Básico.

El material ofrece orientaciones para la realización de actividades de aprendizaje que permitan el desarrollo del pensamiento lógico y capacidades para la toma de decisiones en los estudiantes. Se espera que, las sugerencias que brinda esta guía sean aplicadas en el aula, y a partir de ellas se logren mejores niveles de aprendizaje.

La mejora de los aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del Ciclo de Educación Básica, permitirá formar ciudadanos críticos, creativos, comunicativos y con altas capacidades de razonamiento lógico; pero, sobre todo, que utilicen esas destrezas y habilidades para resolver problemas de su entorno.

Su mejor esfuerzo es la clave para que, juntos avancemos hacia el mejoramiento de los aprendizajes de la matemática y nos permita tener ciudadanos con mayores competencias para insertarse en el mundo de la ciencia, tecnología, las artes y la ingeniería.

**Ministerio de Educación**

## Presentación

|                                                                         |       |
|-------------------------------------------------------------------------|-------|
| Introducción .....                                                      | 5 - 6 |
| Lineamientos de edición y estructura de la Guía para el docente .....   | 6 - 7 |
| Lineamientos de edición y estructura del Texto para el estudiante ..... | 8     |
| Plan de estudio anual .....                                             | 9     |

## Orientaciones metodológicas

|                                                                                                |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Orientaciones metodológicas para el mejoramiento de los aprendizajes del área de Matemática... | 10 - 12 |
| Estrategias básicas para el desarrollo de una clase, según los momentos P, S, C y E .....      | 12 - 14 |

## Secuencia de las clases por unidades .....

### Unidad 1 - Álgebra -

|                                                     |         |
|-----------------------------------------------------|---------|
| Plan de estudio de la unidad .....                  | 21 - 23 |
| Clases.....                                         | 24 - 69 |
| Complemento de solucionario de los ejercicios ..... | 70      |
| Solucionario de ejercitación .....                  | 71 - 76 |

### Unidad 2 - Función -

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad ..... | 78 - 79   |
| Clases.....                        | 80 - 102  |
| Solucionario de ejercitación ..... | 103 - 105 |

### Unidad 3 - Etnomatemática -

|                                                     |           |
|-----------------------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad .....                  | 107       |
| Clases.....                                         | 108 - 121 |
| Complemento de solucionario de los ejercicios ..... | 122       |

### Unidad 4 - Aritmética -

|                                                     |           |
|-----------------------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad .....                  | 124 - 125 |
| Clases.....                                         | 126 - 145 |
| Complemento de solucionario de los ejercicios ..... | 146       |
| Solucionario de ejercitación .....                  | 147 - 150 |

### Unidad 5 - Geometría -

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad ..... | 152 - 154 |
| Clases.....                        | 155 - 201 |
| Solucionario de ejercitación ..... | 202 - 204 |

### Unidad 6 - Estadística -

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad ..... | 206       |
| Clases.....                        | 207 - 219 |
| Solucionario de ejercitación ..... | 220 - 221 |

### Unidad 7 - Lógica -

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Plan de estudio de la unidad ..... | 223       |
| Clases.....                        | 224 - 237 |
| Solucionario de ejercitación ..... | 238 -241  |

### Introducción

La Guía para el docente es una herramienta pedagógica que contribuirá al fortalecimiento de la labor docente en el aula, para el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Fue elaborada en el marco del Proyecto de Mejoramiento de la Calidad de Educación Matemática del Ciclo Básico, ejecutado por el Ministerio de Educación, la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (Efpe) de la Universidad de San Carlos de Guatemala y el apoyo técnico de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Los propósitos de esta guía son:

- Ofrecer orientaciones acerca del aprendizaje esperado y la resolución de los ejercicios de cada clase.
- Brindar sugerencias para el uso estructurado del pizarrón que permitan alcanzar los aprendizajes esperados.
- Desarrollar clases utilizando el Texto para el estudiante que minimicen los errores conceptuales en la enseñanza de la Matemática.

La Guía para el docente se diseñó con base en los resultados del análisis de observaciones de clases que se realizaron en algunos Institutos Nacionales de Educación Básica. Para lograr aprendizajes significativos es necesario considerar los siguientes elementos:

- Comprensión del aprendizaje esperado en cada clase
- Uso efectivo del pizarrón como un recurso de interacción entre estudiantes y docente
- Verificación del logro del aprendizaje esperado
- Secuencia del aprendizaje, con base en los contenidos y su gradación

El Ministerio de Educación pone a disposición de los docentes este recurso que permitirá fortalecer la práctica en el aula para el logro de aprendizajes significativos de los estudiantes. Para su utilización, es necesario considerar algunos aspectos esenciales que constituyen los principales puntos de partida del proceso, como se presentan a continuación.

- 1 **Importancia del aprendizaje de la Matemática:** el aprendizaje del área de Matemática es imprescindible durante el proceso de formación de los estudiantes en los diferentes niveles de educación del sistema educativo nacional. El aprendizaje del área está vinculado con el desarrollo del razonamiento matemático y propicia a los estudiantes las competencias para resolver problemas cotidianos, analizar situaciones de su entorno, así como busca que los estudiantes sean creativos, críticos y comunicativos. La Matemática se constituye en el lenguaje para la interpretación y cuantificación de los fenómenos del entorno y para lograr la modelación que permita simplificar la solución de problemas.
- 2 **Rol del docente y del estudiante en el proceso de aprendizaje:** en el marco del nuevo paradigma educativo que impulsa el Currículo Nacional Base (CNB) del ciclo de Educación Básica, los actores que interactúan en el proceso educativo asumen roles diferenciados para el logro de aprendizajes significativos. El estudiante constituye el centro del proceso, sujeto y agente activo de su propia formación. El rol del docente está encaminado a desarrollar los procesos más elevados del razonamiento y a orientar la interiorización de valores que permitan una convivencia armoniosa en una sociedad pluricultural. El protagonismo del estudiante se evidencia en el proceso activo para el logro de los aprendizajes esperados de cada clase y que estos se movilicen para la apropiación de nuevos conocimientos y su posible uso en la resolución de problemas de su entorno.

- 3 Secuencia y estructura de clase con enfoque de resolución de problema: para lograr que los estudiantes se conviertan en agentes activos de su propia formación, se requiere que las clases se realicen con una secuencia adecuada establecida en cuatro momentos:

**Problema de la clase:** este momento permite que los estudiantes piensen e intenten resolver el problema por sí mismos, tomando en cuenta lo aprendido en clases anteriores.

**Solución:** presenta paso a paso el proceso de solución del problema de la clase.

**Conclusión:** presenta la idea principal de la clase a través de una definición o un procedimiento.

**Ejercicios:** para reforzar lo aprendido, entre ellos se plantea el ítem de evaluación que servirá para verificar si se ha logrado el aprendizaje esperado. El ítem de evaluación se señala en la página reducida del Texto para el estudiante en la Guía para el docente.

- 4 Gestión escolar: para el uso efectivo del material se requiere generar un ambiente propicio para el desarrollo de los aprendizajes y que esté profundamente relacionado con la gestión escolar en la institución educativa. Uno de los elementos primordiales es la cantidad de periodos de clases efectivas a desarrollar durante el ciclo escolar. Los materiales están diseñados para cubrir los contenidos prescritos en el CNB. La tarea de los involucrados es garantizar el desarrollo de la cantidad de clases establecidas, como condición para que los estudiantes adquieran las competencias del área de Matemática.
- 5 Fortalecimiento de los aprendizajes en el hogar: la consolidación de los aprendizajes no se circunscribe únicamente en el periodo de clase, sino que se complementa con el tiempo de estudio que los estudiantes realizan en sus hogares. Por lo que es necesario asignar como tarea en casa los ejercicios que no son resueltos en cada sesión de aprendizaje.

### Lineamientos de edición y estructura de la Guía para el docente

- ✓ Lineamientos de edición: los docentes pueden desarrollar clases utilizando el Texto para el estudiante sin errores conceptuales matemáticos, que sea fácil de entender y práctico para brindar la orientación en el aula.
- ✓ Estructura global: la Guía para el docente contiene páginas iniciales que explican lo relacionado a los lineamientos de elaboración de los materiales y programación del desarrollo de los contenidos de aprendizaje. La Guía para el docente se divide en unidades acordes a las unidades establecidas en el Texto para el estudiante; al inicio de cada unidad se presenta la planificación de la unidad correspondiente.
- ✓ Estructura de página de clase: cada sesión de clase que se desarrolla en la Guía para el docente presenta los siguientes elementos:

**Sección 1 Función lineal**  
**Clase 3 Significado de razón de cambio (1)**

**Aprendizaje esperado:**  
Calcula la razón de cambio de una función lineal a partir de una tabla.

**Sección 1 Función lineal**  
**Clase 3 Significado de razón de cambio (1)**

**P** Luisa tiene un salón de belleza donde paga una cuota fija de 10 quetzales de luz a diario, más 3 quetzales por cada hora trabajada. La tabla muestra el pago total con relación al tiempo trabajado. Si el tiempo es  $x$  horas y el pago es  $y$  quetzales:

| Tiempo (h) | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
|------------|----|----|----|----|----|
| Pago (Q)   | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |

a. Expresa y como función lineal de  $x$  de la forma  $y = ax + b$ .  
b. Determine cómo cambian los valores de  $y$  a medida que los valores de  $x$  cambian.

**S** Luisa tiene que pagar 10 quetzales de cuota fija más 3 quetzales por cada hora trabajada. Entonces, el total a pagar después de  $x$  horas trabajadas es  $y = 10 + 3x$ . Ordenando de otra forma:  $y = 3x + 10$ .

b. Para determinar cómo cambian los valores, se toman dos valores de  $x$  y sus respectivos valores de  $y$  de la tabla.

| $x$ (h) | 1  | 2  | 3  | 4  |
|---------|----|----|----|----|
| $y$ (Q) | 13 | 16 | 19 | 22 |

Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3 unidades.

Si  $x = 1, y = 13$ .  
Si  $x = 2, y = 16$ .  
(Variación en  $x$ ) =  $2 - 1$   
 $= 1$   
(Variación en  $y$ ) =  $16 - 13$   
 $= 3$   
(Razón de cambio) =  $\frac{3}{1} = 3$

**C** A la razón de la cantidad de variación en  $y$  a la cantidad de variación en  $x$ , se le llama **razón de cambio**.

Razón de cambio =  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$

**E** Una pila tiene 5 litros de agua. Al abrir la llave, fluyen 2 litros de agua por minuto. La tabla muestra la cantidad de litros de agua en la pila después de ciertos minutos transcurridos. Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua en la pila es  $y$  litros, resuelve:

| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  |
|----------------------|---|---|---|----|----|----|
| Cantidad de agua (L) | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |

a. Expresa y como función lineal de  $x$ .  
b. Calcule la razón de cambio de  $y$  respecto a  $x$ .

**C** Razón de cambio =  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$

**E** Una pila tiene 5 litros de agua y fluyen 2 litros de agua por minuto. Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua es  $y$  quetzales:

| Tiempo (min) | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  |
|--------------|---|---|---|----|----|----|
| Agua (L)     | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |

a. Expresa y como función lineal de  $x$ .  
 $y = 2x + 5$   
b. Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .  
Si  $x = 1, y = 7$  y si  $x = 3, y = 11$ .  
(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1$   
 $= 2$   
(Variación en  $y$ ) =  $11 - 7$   
 $= 4$   
(Razón de cambio) =  $\frac{4}{2} = 2$

Fecha: dd - mm - aa  
2-1-3 Significado de razón de cambio (1)

**P** Luisa paga una cuota fija de 10 quetzales de luz a diario más 3 quetzales por hora trabajada. Si el tiempo es  $x$  horas y el pago es  $y$  quetzales:

| Tiempo (h) | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
|------------|----|----|----|----|----|
| Pago (Q)   | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |

a. Expresa y de la forma  $y = ax + b$ .  
b. Determine cómo cambian los valores de  $y$  a medida que los valores de  $x$  cambian.

**S**  $y = 3x + 10$   
b. Se toman dos valores de  $x$  y  $y$ .  
Si  $x = 1, y = 13$  y si  $x = 3, y = 19$ .  
(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1$   
 $= 2$   
(Variación en  $y$ ) =  $19 - 13$   
 $= 6$   
(Razón de cambio) =  $\frac{6}{2} = 3$   
Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3 unidades.

Segunda básica / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

- Identificación de la clase:**  
Se escribe el número y título de sección y de clase.
- Aprendizaje esperado:**  
Indica el alcance que se espera que tengan los estudiantes al finalizar el periodo de clase.
- Solucionario de los ejercicios:**  
Tiene como propósito apoyar al docente en la verificación de la solución de los ejercicios **E**.
- Página de texto:**  
Tiene como propósito ubicar y relacionar el contenido de aprendizaje de la clase.
- Identificación del ítem de evaluación:**  
Se resalta el ítem de evaluación que se encuentra en los ejercicios de la clase. Su función es verificar si se ha logrado el aprendizaje esperado.
- Ejemplo de uso del pizarrón:**  
Es una propuesta que puede ser contextualizada dependiendo de las características de los estudiantes y experiencia del docente, mientras que se mantenga la secuencia del aprendizaje y el uso correcto del espacio del pizarrón. Se presenta de manera ordenada los cuatro momentos de la clase: problema, solución, conclusión y ejercicios (ítem de evaluación).

## 7 Uso del color magenta en el pizarrón:

- Escritura importante del Texto para el estudiante
- Respuesta o escritura adicional en los diagramas
- Información complementaria para la explicación de los contenidos

## 8 Uso de las figuras que simplifican los íconos en el plan de pizarrón:



La nube representa la mano que se encuentra en el Texto para el estudiante, es decir, un recordatorio de los conceptos aprendidos previamente.



El rectángulo con esquinas redondeadas representa el Quetzal que se encuentra en el Texto para el estudiante, es decir, los conceptos nuevos e importantes para comprender el tema de la clase.



El óvalo representa las partes del texto que se deben resaltar, pero que en el Texto para el estudiante no corresponden ni a la mano ni al Quetzal.



## Lineamientos de edición y estructura del Texto para el estudiante

- ✓ Lineamientos de edición: para el diseño y elaboración del Texto para el estudiante se consideraron los siguientes aspectos: organización de los contenidos de acuerdo al CNB, priorización del desarrollo de las capacidades de los estudiantes, énfasis en la secuencia de los aprendizajes para que sean significativos, resolución de problemas por los mismos estudiantes, referencia según perspectiva académica internacional en educación matemática, fortalecimiento de la práctica de la interculturalidad.
- ✓ Estructura del Texto para el estudiante: se presenta por unidades, secciones y clases.

Las unidades didácticas que se desarrollan en el Texto para el estudiante constituyen la organización de los contenidos de aprendizajes basados en la secuencialidad y metodología a utilizar, así como la evaluación, entre otras. Las unidades del Texto para el estudiante responden al contenido de las mallas curriculares y ordenadas en: Álgebra, Función, Etnomatemática, Aritmética, Geometría, Estadística y Lógica.

Una clase se entiende como el proceso de interacción entre estudiantes y docente para llevar a cabo el aprendizaje de Matemática. Generalmente, la interacción se lleva a cabo en un periodo de tiempo que oscila entre treinta o treinta y cinco minutos. El aprendizaje esperado de una clase se constituye en el elemento orientador de ese proceso y se encuentra indicado en la Guía para el docente.

El desarrollo de una clase se realiza en cuatro momentos: problema de la clase, solución, conclusión y ejercicios. En algunas clases se han agregado ejemplos después de la conclusión. Estos tienen como propósito consolidar el aprendizaje o profundizar el contenido de la clase.

**Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya**  
**Clase 2 Patrones en la cerámica Maya**

**P** ¿Qué figuras geométricas observa en las siguientes imágenes?

Imagen 1

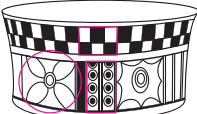
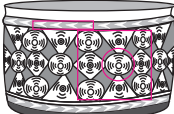


Imagen 2



**S** La cerámica Maya fue muy valorada en la época precolombina, fabricaron objetos de uso cotidiano para la alimentación, así como vasijas sagradas que sirvieron para las ofrendas en las ceremonias. La creación artística en la cerámica Maya fue de mucha elegancia, en ella se conjugaron diferentes elementos geométricos.

En las dos imágenes se pueden observar elementos geométricos tales como: punto, línea, cuadrado, círculo, rectángulo, entre otros.

Los elementos geométricos están distribuidos secuencialmente formando patrones geométricos que permiten crear armonía y elegancia en los objetos.

Según el pensamiento Maya, los elementos geométricos tienen significado.

En la imagen 1 se observa secuencia de cuadrados gris, blanco, gris, blanco, así mismo círculos.

En la imagen 2 se observan cuadrados secuenciales que ilustran las cuatro direcciones del cosmos en el plano horizontal, que forman la cruz Maya. Se observa la secuencia de círculos que representan el todo, el centro, el inicio y el fin. En el círculo convergen las energías de los cuatro puntos.

Los diseños utilizados en la cerámica Maya presentan elementos geométricos.

La secuencia y la simetría en el uso de los elementos geométricos proporcionan la vistosidad y elegancia de los objetos.

**C** En la cerámica Maya se observan elementos geométricos y patrones que representan el cosmos, la naturaleza, los valores sociales y culturales. Para lograr los diseños, los artesanos utilizaron elevados conocimientos matemáticos sobre patrones, simetría y proporcionalidad.

**E** 1. Indique las figuras geométricas que se observan en las imágenes.

a.



b.



2. Elabore un dibujo utilizando figuras con algún patrón geométrico.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 87

Problema de la clase

Solución

Conclusión

Ejercicios

## Plan de estudio anual

Es la organización secuencial de las unidades didácticas que se desarrollarán durante un ciclo escolar. Se indica el tiempo aproximado para el desarrollo, el cual debe cumplirse para lograr las competencias matemáticas del estudiante.

| Mes        | Unidad<br>(número de clases) | Contenidos (número de clases)                          | Página<br>del texto |
|------------|------------------------------|--------------------------------------------------------|---------------------|
| Enero      | Álgebra (43)                 | Expresiones algebraicas (5)                            | 6-10                |
|            |                              | Operaciones básicas con polinomios (12)                | 11-23               |
| Febrero    |                              | Productos notables (5)                                 | 24-28               |
|            |                              | Sistemas de ecuaciones (11)                            | 29-41               |
| Marzo      |                              | Inecuaciones (5)                                       | 42-46               |
|            |                              | Sucesiones (5)                                         | 47-51               |
|            | Función (22)                 | Función lineal (4)                                     | 55-58               |
| Abril      |                              | Gráfica de la función (18)                             | 59-77               |
| Mayo       | Etnomatemática (14)          | Tiempo y espacio en el pensamiento Maya (3)            | 81-83               |
|            |                              | El universo y sus cuadrantes (2)                       | 84-85               |
|            |                              | Patrones y su significación en el pensamiento Maya (3) | 86-88               |
|            |                              | Sistemas numéricos (5)                                 | 89-93               |
|            |                              | Sistemas de medición (1)                               | 94                  |
|            | Aritmética (20)              | Radicación de conjuntos numéricos (3)                  | 96-98               |
| Junio      |                              | Números irracionales (3)                               | 99-101              |
|            |                              | Operaciones básicas con radicales (14)                 | 102-115             |
| Julio      | Geometría (44)               | Congruencia (5)                                        | 119-123             |
|            |                              | Triángulos (7)                                         | 124-130             |
|            |                              | Cuadriláteros (9)                                      | 131-139             |
| Agosto     |                              | Semejantes (6)                                         | 140-147             |
|            |                              | Círculo y circunferencia (2)                           | 148-149             |
|            |                              | Ángulos notables en la circunferencia (3)              | 150-152             |
|            |                              | Teorema de Pitágoras (4)                               | 153-156             |
|            |                              | Razones trigonométricas (4)                            | 157-161             |
| Septiembre | Estadística (10)             | Transformaciones (4)                                   | 162-165             |
|            |                              | Organización de datos agrupados (2)                    | 170-172             |
|            |                              | Medidas de tendencia central (3)                       | 173-175             |
|            |                              | Medidas de posición (2)                                | 176-179             |
|            |                              | Probabilidades (3)                                     | 180-182             |
| Octubre    | Lógica (14)                  | Conectivos lógicos y valores de verdad (10)            | 185-194             |
|            |                              | Interpretación de resultados de la tabla de verdad (4) | 195-198             |

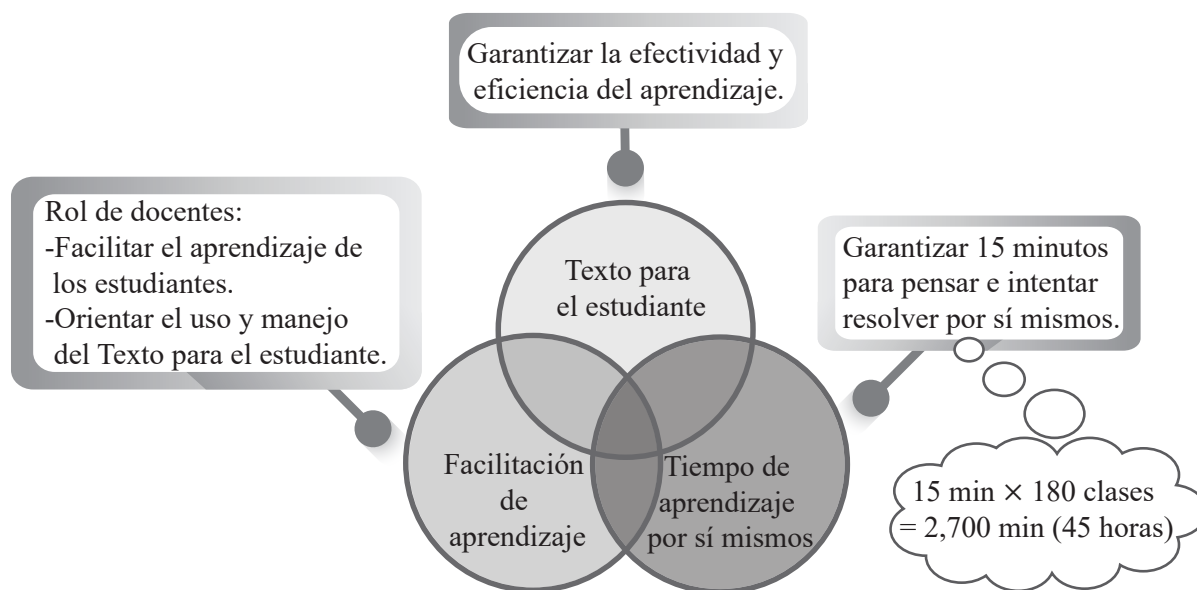
## Orientaciones metodológicas

### Orientaciones metodológicas para el mejoramiento de los aprendizajes del área de Matemática

Las orientaciones metodológicas son sugerencias que se proporcionan al docente para el logro efectivo del aprendizaje esperado de la clase y que contribuyen a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en el área.

Para mejorar los aprendizajes del área de Matemática hay tres factores esenciales que pueden ser tomados en cuenta desde la práctica docente en el aula: el tiempo de aprendizaje por sí mismos, la facilitación del docente y los recursos educativos. Estos factores interrelacionados constituyen la base para la formulación de una estrategia didáctica que permitan consolidar los aprendizajes de los estudiantes.

#### Estrategia de mejora de los aprendizajes en Matemática



#### El tiempo de aprendizaje por sí mismos

El tiempo de aprendizaje por sí mismos es un momento donde los estudiantes piensan e intentan resolver problemas por sí mismos para apropiarse nuevos conocimientos. El estudiante que solo escucha las explicaciones del docente durante casi todo el periodo de clase, aprende menos porque su actitud es pasiva.

El tiempo mínimo que se recomienda para implementar el aprendizaje por sí mismos en el aula es de 15 minutos. A continuación se presentan algunas estrategias para llevarlo a cabo.

- ✓ Aprendizaje individual: esta estrategia de aprendizaje se presenta cuando se asigna tiempo para que el estudiante lea, piense en la solución de un problema o ejercicio, escriba su respuesta en el cuaderno, verifique la respuesta, entre otros. Garantizar el tiempo para estas actividades logrará aprendizajes significativos. Las ventajas de esta estrategia de aprendizaje son:
  - Fomenta el aprendizaje autónomo.
  - Garantiza el aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos de cada estudiante.
  - Promueve el desarrollo de habilidades matemáticas, tales como: análisis, comprensión, síntesis, creatividad, comunicación de ideas, razonamiento lógico, entre otros.

- ✓ **Aprendizaje colaborativo o interactivo:** En esta estrategia se asigna tiempo para que los estudiantes conformados en equipos puedan aprender conjuntamente a través del intercambio de ideas sobre la solución de un problema o ejercicio. Generalmente esta estrategia se puede implementar después del aprendizaje individual y se hace para que los estudiantes puedan intercambiar fácilmente sus ideas y puedan apoyarse mutuamente. Las ventajas de esta estrategia de aprendizaje son:
  - Fomenta el apoyo mutuo, ya que un estudiante que no comprende un concepto o procedimiento puede formar pareja con otro estudiante para intercambiar ideas matemáticas. El estudiante que explica a su compañero tiende a profundizar su comprensión del tema a través de la explicación verbal.
  - Propicia un ambiente de convivencia en el aula.

## **Facilitación del docente**

El rol del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje es: facilitador, mediador, líder, guía e investigador. Su esfuerzo se orienta a desarrollar procesos de razonamientos y la interiorización de valores que permitan una convivencia armoniosa en la sociedad pluricultural. Las actividades del docente durante el desarrollo de una clase deben contribuir al logro de aprendizajes del área y propiciar la práctica de los valores humanos.

Facilitar el aprendizaje implica desarrollar sistemáticamente la clase, siguiendo los momentos del enfoque de resolución de problema:



**Problema de la clase o situación de aprendizaje**



**Solución del problema presentando paso a paso el proceso**



**Conclusión presentando la síntesis de la clase**



**Ejercicios incluyendo el ítem de evaluación**

Estos momentos permiten que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados y desarrollen sus habilidades matemáticas, donde se constituyen como protagonistas principales del proceso.

## **Recursos educativos**

- ✓ **El Texto para el estudiante:** es una herramienta de enseñanza y aprendizaje, el cual presenta una secuencia didáctica apropiada y un nivel de complejidad gradual para que sea accesible a los estudiantes.

La secuencia didáctica se refiere al orden de los contenidos de una clase, una unidad o de un grado. Cuando existe una secuencia gradual, los estudiantes aprovechan los conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes.

En cuanto al nivel de complejidad gradual se pretende que el material a utilizar responda al nivel de desarrollo y necesidades cognitivas de los estudiantes.

- ✓ El pizarrón: es un recurso imprescindible para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula. En él se plasman los momentos del desarrollo de una clase, por tal razón se le puede denominar cuaderno común para el aula.

Aspectos básicos para el uso del pizarrón:

- El desarrollo de la clase se visualiza en el pizarrón desde el inicio hasta el final.
- El uso recomendable del pizarrón consiste en considerar espacio para: el problema inicial, el proceso de la solución, la conclusión, el ítem de evaluación y otros ejercicios si fuese necesario.
- Lo que se escribe en el pizarrón permanece hasta el final de la clase. De ahí la importancia de organizar bien el espacio.
- Permitirá a los estudiantes tomar apuntes en sus cuadernos para estudiarlos posteriormente.
- El buen uso del pizarrón permite la comprensión del tema de la clase y facilita la retroalimentación del proceso y la toma de apuntes por parte de los estudiantes.
- Es un medio de interacción entre los estudiantes y el docente.

### Estrategias básicas para el desarrollo de una clase, según los momentos P, S, C y E

Para lograr los aprendizajes esperados de una clase es fundamental considerar la utilización de estrategias didácticas que propicien el involucramiento de los estudiantes en su aprendizaje. A continuación se presentan algunas estrategias que pueden ser utilizadas en cada momento de la clase.

| Momentos de la clase                                                                                            | Proceso de aprendizaje del estudiante    | Facilitación del docente                                                                          | Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  <b>Problema de la clase</b> | Solución individual del problema inicial | Orientar que lean el problema.                                                                    | Indicar que lean el problema inicial en el Texto para el estudiante.<br>Mientras los estudiantes leen, el docente escribe el problema en el pizarrón.<br>Indicar que copien el problema en el cuaderno.                                                              |
|                                                                                                                 |                                          | Confirmar el nivel de comprensión.                                                                | Preguntar a los estudiantes si han comprendido el problema inicial.<br>Explicar el problema de manera clara y concisa, si es necesario.                                                                                                                              |
|                                                                                                                 |                                          | Orientar que resuelvan el problema individualmente.                                               | Indicar que escriban la solución en el cuaderno.<br>Monitorear el avance de la solución individual, recorriendo el salón de clase.<br>Identificar varias maneras de solución, errores comunes, entre otros.<br>Brindar tiempo prudencial para el trabajo individual. |
|  <b>Solución</b>             | Verificación del proceso de solución     | Orientar para que comparen la solución individual con la solución en el Texto para el estudiante. | Comparar la solución individual y el Texto para el estudiante.<br>Anotar en el cuaderno las diferencias encontradas, si existen.<br>Socializar el resultado con algún compañero.                                                                                     |

| Momentos de la clase                                                                                     | Proceso de aprendizaje del estudiante           | Facilitación del docente                                                                 | Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                          |                                                 | Explicar la solución del Texto para el estudiante y escribir paso a paso en el pizarrón. | <p>Iniciar la explicación cuando los estudiantes estén en silencio. Llamar la atención a los estudiantes que no estén atentos.</p> <p>Escribir la solución utilizando el espacio que indica el plan de pizarrón.</p> <p>Explicar paso a paso la solución del problema, observando el rostro de los estudiantes para captar si van comprendiendo la explicación.</p> <p>Repetir y poner énfasis en los contenidos importantes. No interceptar la vista de los estudiantes hacia el pizarrón.</p> <p>Brindar oportunidad para que un estudiante comparta su solución.</p>                                                                                                                                                                              |
|                                                                                                          |                                                 | Orientar para que copien la solución en el cuaderno.                                     | Dar tiempo prudencial para copiar la solución en el cuaderno.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <br><b>Conclusión</b>   | Comprensión de la conclusión de la clase        | Orientar lectura de la conclusión.                                                       | Leer la conclusión o solicitar a un estudiante que la lea en voz alta.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                                                                                                          |                                                 | Orientar comprensión de la conclusión.                                                   | <p>Explicar la conclusión de forma clara y sencilla auxiliándose en el proceso de solución del problema de la clase.</p> <p>Brindar tiempo prudencial (1 a 2 minutos aproximadamente) para que los estudiantes copien la conclusión en el cuaderno.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                                                                                          |                                                 | Orientar los ejemplos después de la conclusión, si hubieran.                             | <p>Explicar el ejemplo de forma clara y concisa.</p> <p>Llamar la atención a los estudiantes antes de la explicación.</p> <p>Enfatizar la aplicación de la conclusión en el ejemplo.</p> <p>Brindar tiempo para que copien los ejemplos en el cuaderno.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <br><b>Ejercicios</b> | Comprobación del logro del aprendizaje esperado | Indicar que resuelvan el ítem de evaluación.                                             | <p>Asignar tiempo prudencial (3 a 5 minutos aproximadamente) para resolver el ítem de evaluación en forma individual.</p> <p>Monitorear la solución del ítem de evaluación recorriendo el aula para verificar el logro del aprendizaje esperado.</p> <p>Para verificar solución se puede pedir que levanten la mano cuántos llegaron a la respuesta correcta, calificar en parejas intercambiando cuadernos, realizando autoevaluación, entre otros.</p> <p>Realizar la corrección en el cuaderno si fuera necesario. Si el 50% de los estudiantes no respondió correctamente, explicar nuevamente la solución del problema de la clase.</p> <p>Brindar oportunidad para que algunos estudiantes expliquen la solución, si el tiempo lo permite.</p> |
|                                                                                                          |                                                 | Orientar la solución de otros ejercicios.                                                | <p>Indicar que resuelvan otros ejercicios, si el tiempo lo permite.</p> <p>Indicar que resuelvan individualmente y después en parejas.</p> <p>Verificar proceso de solución recorriendo el salón de clase.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

| Momentos de la clase                          | Proceso de aprendizaje del estudiante | Facilitación del docente                    | Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Asignar la tarea para el siguiente día</b> | Reforzamiento de lo aprendido         | Revisar la respuesta en la siguiente clase. | <p>Escribir la respuesta correcta en la parte superior derecha del pizarrón para que cada estudiante se autoevalúe.</p> <p>Dictar la respuesta correcta para heteroevaluación (estudiantes intercambian cuadernos para calificar respuesta).</p> <p>Indicar a los estudiantes que verifiquen la respuesta de manera individual utilizando el solucionario de los ejercicios.</p> |

## Secuencia de las clases por unidades

### Unidad 1 - Álgebra -

| Sección<br>(periodos de clase)             | Clase                                                                                           |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Expresiones algebraicas (5)             | 1.1 Repaso del valor numérico de una expresión algebraica                                       |
|                                            | 1.2 Repaso de multiplicación y división de expresiones algebraicas                              |
|                                            | 1.3 Coeficiente, variable, exponente y grado de una expresión algebraica                        |
|                                            | 1.4 Concepto de polinomio (binomio y trinomio)                                                  |
|                                            | 1.5 Reducción de términos semejantes en un polinomio                                            |
| 2. Operaciones básicas con polinomios (12) | 2.1 Suma de polinomios                                                                          |
|                                            | 2.2 Resta de polinomios                                                                         |
|                                            | 2.3 Multiplicación de un número y un polinomio                                                  |
|                                            | 2.4 División de un polinomio entre un número                                                    |
|                                            | 2.5 Operaciones combinadas de polinomios con división entre un número                           |
|                                            | 2.6 Multiplicación de un monomio y un monomio                                                   |
|                                            | 2.7 División de monomio entre monomio                                                           |
|                                            | 2.8 Multiplicación y división combinadas con monomios                                           |
|                                            | 2.9 Valor numérico de polinomios                                                                |
|                                            | 2.10 Multiplicación de un monomio y un binomio                                                  |
|                                            | 2.11 Multiplicación de un binomio y un binomio (1)                                              |
|                                            | 2.12 Multiplicación de un binomio y un binomio (2)                                              |
| 3. Productos notables (5)                  | 3.1 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$                                                       |
|                                            | 3.2 Cuadrado de un binomio (1)                                                                  |
|                                            | 3.3 Cuadrado de un binomio (2)                                                                  |
|                                            | 3.4 Producto de la forma $(x + a)(x - a)$                                                       |
|                                            | 3.5 Producto de la forma $(ax + b)(ax + c)$                                                     |
| 4. Sistemas de ecuaciones (11)             | 4.1 Repaso de ecuaciones de primer grado                                                        |
|                                            | 4.2 Significado del sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas                    |
|                                            | 4.3 Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas                     |
|                                            | 4.4 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (1)   |
|                                            | 4.5 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (2)   |
|                                            | 4.6 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (3)   |
|                                            | 4.7 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (4)   |
|                                            | 4.8 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (1) |
|                                            | 4.9 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (2) |
|                                            | 4.10 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas                                      |
|                                            | 4.11 Solución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas                                     |
| 5. Inecuaciones (5)                        | 5.1 Representación de la relación de desigualdad de expresiones numéricas o algebraicas         |
|                                            | 5.2 Intervalos en la recta numérica                                                             |
|                                            | 5.3 Propiedades de las desigualdades (suma y resta)                                             |
|                                            | 5.4 Propiedades de las desigualdades (multiplicación y división)                                |
|                                            | 5.5 Resolución de inecuaciones                                                                  |



|                   |                                |
|-------------------|--------------------------------|
| 6. Sucesiones (5) | 6.1 Sucesiones                 |
|                   | 6.2 Sucesiones aritméticas (1) |
|                   | 6.3 Sucesiones aritméticas (2) |
|                   | 6.4 Sucesiones geométricas (1) |
|                   | 6.5 Sucesiones geométricas (2) |

## Unidad 2 - Función -

| Sección<br>(periodos de clase) | Clase                                                                                                                             |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Función lineal (4)          | 1.1 Significado de función lineal (1)                                                                                             |
|                                | 1.2 Significado de función lineal (2)                                                                                             |
|                                | 1.3 Significado de razón de cambio (1)                                                                                            |
|                                | 1.4 Significado de razón de cambio (2)                                                                                            |
| 2. Gráfica de la función (18)  | 2.1 Características de una función $y = ax + b$                                                                                   |
|                                | 2.2 Intercepto en una función $y = ax + b$                                                                                        |
|                                | 2.3 Razón de cambio ( $a > 0$ )                                                                                                   |
|                                | 2.4 Razón de cambio ( $a < 0$ )                                                                                                   |
|                                | 2.5 Pendiente de la gráfica de función lineal                                                                                     |
|                                | 2.6 Pendiente e intercepto con el eje y de la gráfica de función lineal                                                           |
|                                | 2.7 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal                                                                    |
|                                | 2.8 Gráfica de función lineal dada la pendiente y el intercepto                                                                   |
|                                | 2.9 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (1)                                       |
|                                | 2.10 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (2)                                      |
|                                | 2.11 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a > 0$ )                               |
|                                | 2.12 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a < 0$ )                               |
|                                | 2.13 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la pendiente y coordenadas de un punto en la gráfica |
|                                | 2.14 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a > 0$         |
|                                | 2.15 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a < 0$         |
|                                | 2.16 Aplicación de función lineal en las ciencias                                                                                 |
|                                | 2.17 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables                                                        |
|                                | 2.18 Gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables                                                        |

## Unidad 3 - Etnomatemática -

| Sección<br>(periodos de clase)                            | Clase                                                             |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 1. Tiempo y espacio en el pensamiento Maya (3)            | 1.1 Ciclos: Cholq'ij (260 días) y Ab' (365 días)                  |
|                                                           | 1.2 Secuencia del 52 y 73                                         |
|                                                           | 1.3 Meses del calendario Maya y su significado                    |
| 2. El universo y sus cuadrantes (2)                       | 2.1 Cuadrantes y puntos cardinales                                |
|                                                           | 2.2 Movimientos de la Luna: Perigeo y Apogeo                      |
| 3. Patrones y su significación en el pensamiento Maya (3) | 3.1 13 y 20 como patrones en el pensamiento Maya                  |
|                                                           | 3.2 Patrones en la cerámica Maya                                  |
|                                                           | 3.3 13 y los ciclos de vida                                       |
| 4. Sistemas numéricos (5)                                 | 4.1 Matemática Maya y sus características: espiritual y holístico |
|                                                           | 4.2 Sistema de numeración base 20 y base 3                        |

|                             |                                                                                                                                 |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                             | 4.3 Multiplicación utilizando el ábaco de base 20                                                                               |
|                             | 4.4 División utilizando el ábaco de base 20                                                                                     |
|                             | 4.5  y su representación en el calendario Maya |
| 5. Sistemas de medición (1) | 5.1 Medidas de longitud                                                                                                         |

#### Unidad 4 - Aritmética -

| Sección<br>(periodos de clase)            | Clase                                                                                 |
|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Radicación de conjuntos numéricos (3)  | 1.1 Significado y símbolo de raíces cuadradas                                         |
|                                           | 1.2 Significado de raíces cuadradas positivas y negativas                             |
|                                           | 1.3 Orden de raíces cuadradas                                                         |
| 2. Números irracionales (3)               | 2.1 Decimales periódicos y no periódicos                                              |
|                                           | 2.2 Aproximación a una raíz cuadrada                                                  |
|                                           | 2.3 Conjuntos numéricos en diagramas de Venn                                          |
| 3. Operaciones básicas con radicales (14) | 3.1 Multiplicación de raíces cuadradas                                                |
|                                           | 3.2 División de raíces cuadradas                                                      |
|                                           | 3.3 Simplificación de raíces cuadradas exactas                                        |
|                                           | 3.4 Multiplicación de un número racional y una raíz cuadrada                          |
|                                           | 3.5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas                                      |
|                                           | 3.6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación                      |
|                                           | 3.7 Racionalización del denominador de una fracción con raíz cuadrada                 |
|                                           | 3.8 Suma y resta de radicales semejantes                                              |
|                                           | 3.9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación                        |
|                                           | 3.10 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización                      |
|                                           | 3.11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $a(b + c)$                |
|                                           | 3.12 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)(c + d)$          |
|                                           | 3.13 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)^2$ y $(a - b)^2$ |
|                                           | 3.14 Jerarquía de operaciones                                                         |

#### Unidad 5 - Geometría -

| Sección<br>(periodos de clase) | Clase                                                                              |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Congruencia (5)             | 1.1 Concepto de congruencia de figuras                                             |
|                                | 1.2 Condición de congruencia de triángulos                                         |
|                                | 1.3 Primer criterio de congruencia: LLL                                            |
|                                | 1.4 Segundo criterio de congruencia: ALA                                           |
|                                | 1.5 Tercer criterio de congruencia: LAL                                            |
| 2. Triángulos (7)              | 2.1 Triángulos isósceles                                                           |
|                                | 2.2 Teorema del triángulo isósceles                                                |
|                                | 2.3 Bisectriz del ángulo de un triángulo isósceles                                 |
|                                | 2.4 Triángulos equiláteros                                                         |
|                                | 2.5 Recíproco del teorema del triángulo isósceles                                  |
|                                | 2.6 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (1)                          |
|                                | 2.7 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (2)                          |
| 3. Cuadriláteros (9)           | 3.1 Definición de paralelogramos                                                   |
|                                | 3.2 Características de paralelogramos (lados y ángulos opuestos son congruentes)   |
|                                | 3.3 Características de paralelogramos (diagonales se intersecan en el punto medio) |

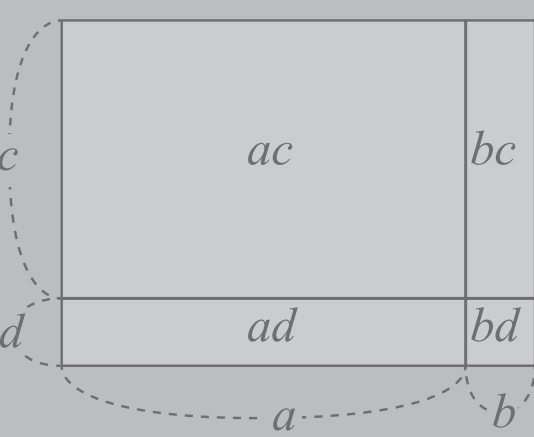
|                                              |     |                                                               |
|----------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------|
|                                              | 3.4 | Condiciones para un paralelogramo (1)                         |
|                                              | 3.5 | Condiciones para un paralelogramo (2)                         |
|                                              | 3.6 | Condiciones para un paralelogramo (3)                         |
|                                              | 3.7 | Características de rombos                                     |
|                                              | 3.8 | Características de rectángulos                                |
|                                              | 3.9 | Características de cuadrados                                  |
| 4. Semejantes (6)                            | 4.1 | Concepto de semejanza                                         |
|                                              | 4.2 | Características de figuras semejantes (1)                     |
|                                              | 4.3 | Características de figuras semejantes (2)                     |
|                                              | 4.4 | Criterio de semejanza de triángulos: LLL                      |
|                                              | 4.5 | Criterio de semejanza de triángulos: LAL                      |
|                                              | 4.6 | Criterio de semejanza de triángulos: AA                       |
| 5. Círculo y circunferencia (2)              | 5.1 | Perímetro de circunferencias                                  |
|                                              | 5.2 | Área de círculos                                              |
| 6. Ángulos notables en la circunferencia (3) | 6.1 | Ángulo central y ángulo inscrito de circunferencias           |
|                                              | 6.2 | Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (1)          |
|                                              | 6.3 | Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (2)          |
| 7. Teorema de Pitágoras (4)                  | 7.1 | Demostración del teorema de Pitágoras                         |
|                                              | 7.2 | Cálculo de la longitud de hipotenusa                          |
|                                              | 7.3 | Cálculo de la longitud de catetos                             |
|                                              | 7.4 | Recíproco del teorema de Pitágoras                            |
| 8. Razones trigonométricas (4)               | 8.1 | Razones trigonométricas                                       |
|                                              | 8.2 | Triángulos rectángulos especiales                             |
|                                              | 8.3 | Razones trigonométricas para ángulos especiales               |
|                                              | 8.4 | Cálculo de medidas de razones trigonométricas por calculadora |
| 9. Transformaciones (4)                      | 9.1 | Traslación de figuras geométricas                             |
|                                              | 9.2 | Rotación de figuras geométricas                               |
|                                              | 9.3 | Reflexión de figuras geométricas                              |
|                                              | 9.4 | Ejercicios de transformación de figuras geométricas           |

## Unidad 6 - Estadística -

| Sección<br>(periodos de clase)         | Clase |                                         |
|----------------------------------------|-------|-----------------------------------------|
| 1. Organización de datos agrupados (2) | 1.1   | Tabla de frecuencias                    |
|                                        | 1.2   | Marca de clase                          |
| 2. Medidas de tendencia central (3)    | 2.1   | Cálculo de media aritmética             |
|                                        | 2.2   | Cálculo de mediana                      |
|                                        | 2.3   | Cálculo de moda                         |
| 3. Medidas de posición (2)             | 3.1   | Cálculo e interpretación de cuartiles   |
|                                        | 3.2   | Cálculo e interpretación de percentiles |
| 4. Probabilidades (3)                  | 4.1   | Espacio muestral                        |
|                                        | 4.2   | Eventos simples y compuestos            |
|                                        | 4.3   | Introducción a probabilidades           |

## Unidad 7 - Lógica -

| Sección<br>(periodos de clase)                            | Clase                                           |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. Conectivos lógicos y valores de verdad (10)            | 1.1 Negación                                    |
|                                                           | 1.2 Valores de verdad de una negación           |
|                                                           | 1.3 Conjunción                                  |
|                                                           | 1.4 Valores de verdad de una conjunción         |
|                                                           | 1.5 Disyunción                                  |
|                                                           | 1.6 Valores de verdad de una disyunción         |
|                                                           | 1.7 Implicación                                 |
|                                                           | 1.8 Valores de verdad de una implicación        |
|                                                           | 1.9 Doble implicación                           |
|                                                           | 1.10 Valores de verdad de una doble implicación |
| 2. Interpretación de resultados de la tabla de verdad (4) | 2.1 Tabla de verdad de proposición compuesta    |
|                                                           | 2.2 Tautología                                  |
|                                                           | 2.3 Contradicción                               |
|                                                           | 2.4 Contingencia                                |



Coeficiente      Exponente

↓                      ↓

$$-8xy^2$$

Variable      Variable

# Unidad 1 •

# Álgebra

| Competencia                                                                                                              | Indicador de logro                                                       | Sección                               | Clase                                                                    | Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Resuelve problemas utilizando las relaciones y propiedades entre patrones algebraicos, geométricos y trigonométricos. | 1.1 Opera polinomios al realizar suma, resta, multiplicación y división. | 1. Expresiones algebraicas            | 1.1 Repaso del valor numérico de una expresión algebraica                | Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica.                                                                                                                          |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 1.2 Repaso de multiplicación y división de expresiones algebraicas       | Multiplica expresiones algebraicas.<br>Divide expresiones algebraicas.                                                                                                            |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 1.3 Coeficiente, variable, exponente y grado de una expresión algebraica | Identifica el coeficiente de una variable en una expresión algebraica.<br>Identifica la variable de una expresión algebraica.<br>Identifica el grado de una expresión algebraica. |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 1.4 Concepto de polinomio (binomio y trinomio)                           | Encuentra el número de términos en una expresión algebraica.<br>Escribe el nombre de una expresión algebraica según el número de términos.                                        |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 1.5 Reducción de términos semejantes en un polinomio                     | Reduce términos semejantes de una expresión algebraica.                                                                                                                           |
|                                                                                                                          |                                                                          | 2. Operaciones básicas con polinomios | 2.1 Suma de polinomios                                                   | Suma polinomios.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.2 Resta de polinomios                                                  | Resta polinomios.                                                                                                                                                                 |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.3 Multiplicación de un número y un polinomio                           | Multiplica un número por un polinomio.                                                                                                                                            |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.4 División de un polinomio entre un número                             | Divide un polinomio entre un número.                                                                                                                                              |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.5 Operaciones combinadas de polinomios con división entre un número    | Calcula una expresión combinada de polinomios con división entre un número.                                                                                                       |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.6 Multiplicación de un monomio y un monomio                            | Multiplica monomios.                                                                                                                                                              |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.7 División de monomio entre monomio                                    | Divide monomios.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.8 Multiplicación y división combinadas con monomios                    | Calcula una expresión de monomios con multiplicación y división combinadas.                                                                                                       |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.9 Valor numérico de polinomios                                         | Encuentra el valor numérico de un polinomio al sustituir las variables con números.                                                                                               |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.10 Multiplicación de un monomio y un binomio                           | Multiplica un monomio por un binomio.                                                                                                                                             |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.11 Multiplicación de un binomio y un binomio (1)                       | Multiplica binomios.                                                                                                                                                              |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 2.12 Multiplicación de un binomio y un binomio (2)                       | Multiplica binomios.                                                                                                                                                              |
|                                                                                                                          |                                                                          | 3. Productos notables                 | 3.1 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$                                | Desarrolla un producto de la forma $(x + a)(x + b)$ .                                                                                                                             |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 3.2 Cuadrado de un binomio (1)                                           | Desarrolla un producto de la forma $(x + a)^2$ .                                                                                                                                  |
|                                                                                                                          |                                                                          |                                       | 3.3 Cuadrado de un binomio (2)                                           | Desarrolla un producto de la forma $(x - a)^2$ .                                                                                                                                  |

|                                                                                                           |                                                                                                     |                           |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 3.4 Producto de la forma $(x + a)(x - a)$                                                       | Desarrolla un producto de la forma $(x + a)(x - a)$ .                                                                                                                                                                               |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 3.5 Producto de la forma $(ax + b)(ax + c)$                                                     | Desarrolla un producto de la forma $(ax + b)(ax + c)$ .                                                                                                                                                                             |
| 2. Resuelve problemas utilizando modelos matemáticos en la representación y multiplicación de resultados. | 2.4 Utiliza ecuaciones e inecuaciones de primer grado en la representación y solución de problemas. | 4. Sistemas de ecuaciones | 4.1 Repaso de ecuaciones de primer grado                                                        | Resuelve una ecuación de primer grado.                                                                                                                                                                                              |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.2 Significado del sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas                    | Escribe una ecuación de primer grado con dos incógnitas.                                                                                                                                                                            |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.3 Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas                     | Determina el valor de las incógnitas que satisfacen un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.                                                                                                                    |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.4 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (1)   | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de una incógnita sean iguales.                                                                                         |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.5 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (2)   | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de una incógnita sean opuestos.                                                                                        |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.6 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (3)   | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de las incógnitas sean diferentes y se necesite multiplicar una de las ecuaciones para hacer los coeficientes iguales. |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.7 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (4)   | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción.                                                                                                                                               |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.8 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (1) | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución cuando una de las ecuaciones dadas tiene una incógnita con coeficiente 1.                                                                    |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.9 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (2) | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución.                                                                                                                                             |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.10 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas                                      | Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.                                                                                                                                                                               |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 4.11 Solución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas                                     | Resuelve un sistema de ecuaciones con tres incógnitas.                                                                                                                                                                              |
|                                                                                                           |                                                                                                     | 5. Inecuaciones           | 5.1 Representación de la relación de desigualdad de expresiones numéricas o algebraicas         | Representa una situación de la vida real mediante una expresión con un símbolo de desigualdad.                                                                                                                                      |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 5.2 Intervalos en la recta numérica                                                             | Representa intervalos en una recta numérica.                                                                                                                                                                                        |
|                                                                                                           |                                                                                                     |                           | 5.3 Propiedades de las desigualdades (suma y resta)                                             | Compara dos cantidades usando las propiedades de suma y resta de las desigualdades.                                                                                                                                                 |

|                                                                              |                                                                              |               |                                                                  |                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. Resuelva problemas al aplicar las propiedades de los conjuntos numéricos. | 3.3 Aplica sucesiones aritméticas y geométricas en la solución de problemas. | 6. Sucesiones | 5.4 Propiedades de las desigualdades (multiplicación y división) | Compara dos cantidades usando las propiedades de multiplicación y división de desigualdades.                         |
|                                                                              |                                                                              |               | 5.5 Resolución de inecuaciones                                   | Resuelve inecuaciones de primer grado.                                                                               |
|                                                                              |                                                                              |               | 6.1 Sucesiones                                                   | Encuentra términos de una sucesión.                                                                                  |
|                                                                              |                                                                              |               | 6.2 Sucesiones aritméticas (1)                                   | Encuentra la regla de una sucesión aritmética.                                                                       |
|                                                                              |                                                                              |               | 6.3 Sucesiones aritméticas (2)                                   | Encuentra el término general de una sucesión aritmética.<br>Encuentra el n-ésimo término de una sucesión aritmética. |
|                                                                              |                                                                              |               | 6.4 Sucesiones geométricas (1)                                   | Encuentra la regla de una sucesión geométrica.                                                                       |
|                                                                              |                                                                              |               | 6.5 Sucesiones geométricas (2)                                   | Encuentra el término general de una sucesión geométrica.<br>Encuentra el n-ésimo término de una sucesión geométrica. |



## Sección 1 Expresiones algebraicas

### Clase 1 Repaso del valor numérico de una expresión algebraica

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica.

#### Sección 1 Expresiones algebraicas

##### Clase 1 Repaso del valor numérico de una expresión algebraica

**P**

Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a.  $10x + 2$ , cuando  $x = 6$

b.  $3y - 4$ , cuando  $y = -3$

c.  $8a + 15$ , cuando  $a = 5$

**S**

$$\begin{aligned} a. \quad 10x + 2 &= 10 \times 6 + 2 \\ &= 60 + 2 \\ &= 62 \end{aligned}$$

Se sustituye la variable  $x$  por 6.

$$\begin{aligned} b. \quad 3y - 4 &= 3 \times (-3) - 4 \\ &= -9 - 4 \\ &= -13 \end{aligned}$$

Se sustituye la variable  $y$  por  $-3$ .

$$\begin{aligned} c. \quad 8a + 15 &= 8 \times 5 + 15 \\ &= 40 + 15 \\ &= 55 \end{aligned}$$

Se sustituye la variable  $a$  por 5.

**C**

Al sustituir una variable por un número entero en una expresión algebraica, se obtiene el valor numérico de la expresión. Durante la sustitución es recomendable colocar el número negativo entre paréntesis para evitar errores de cálculo.

**E**

Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a.  $5x + 1$ , cuando  $x = 4$

b.  $8x - 3$ , cuando  $x = -2$

c.  $-9x + 1$ , cuando  $x = 2$

d.  $15x - 4$ , cuando  $x = 2$

e.  $4y + 7$ , cuando  $y = -5$

f.  $6y - 10$ , cuando  $y = 1$

g.  $-6z + 3$ , cuando  $z = -3$

h.  $-7z - 2$ , cuando  $z = -4$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $5x + 1 = 5 \times 4 + 1 = 20 + 1 = 21$

b.  $8x - 3 = 8 \times (-2) - 3 = -16 - 3 = -19$

c.  $-9x + 1 = -9 \times 2 + 1 = -18 + 1 = -17$

d.  $15x - 4 = 15 \times 2 - 4 = 30 - 4 = 26$

e.  $4y + 7 = 4 \times (-5) + 7 = -20 + 7 = -13$

f.  $6y - 10 = 6 \times 1 - 10 = 6 - 10 = -4$

g.  $-6z + 3 = -6 \times (-3) + 3 = 18 + 3 = 21$

h.  $-7z - 2 = -7 \times (-4) - 2 = 28 - 2 = 26$

Fecha: dd - mm - aa

1-1-1 Repaso del valor numérico de una expresión algebraica

**P** Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a.  $10x + 2$ , cuando  $x = 6$

b.  $3y - 4$ , cuando  $y = -3$

c.  $8a + 15$ , cuando  $a = 5$

**S**

$$\begin{aligned} a. \quad 10x + 2 &= 10 \times 6 + 2 \\ &= 60 + 2 \\ &= 62 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 6.

$$\begin{aligned} b. \quad 3y - 4 &= 3 \times (-3) - 4 \\ &= -9 - 4 \\ &= -13 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-3$ .

Es recomendable colocar el número negativo entre paréntesis.

$$\begin{aligned} c. \quad 8a + 15 &= 8 \times 5 + 15 \\ &= 40 + 15 \\ &= 55 \end{aligned}$$

Se sustituye  $a$  por 5.

**E** Encuentre el valor numérico de la expresión algebraica.

a.  $5x + 1$ , cuando  $x = 4$

$$\begin{aligned} 5x + 1 &= 5 \times 4 + 1 \\ &= 20 + 1 \\ &= 21 \end{aligned}$$

# Sección 1 Expresiones algebraicas

## Clase 2 Repaso de multiplicación y división de expresiones algebraicas

### Aprendizaje esperado:

Multiplica expresiones algebraicas.

Divide expresiones algebraicas.

### Sección 1 Expresiones algebraicas

#### Clase 2 Repaso de multiplicación y división de expresiones algebraicas



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $-3(4x - 2)$   
b.  $(-16 + 24x) \div 8$



a.  $-3(4x - 2) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-2)$   
 $= -12x + 6$

Se multiplica  $-3$  por cada término de la expresión.

b. Forma 1.

$$\begin{aligned} (-16 + 24x) \div 8 &= (-16 + 24x) \times \frac{1}{8} \\ &= -\frac{16}{8} + \frac{24x}{8} \\ &= -2 + 3x \end{aligned}$$

Se multiplica cada término de la expresión por  $\frac{1}{8}$  (recíproco de 8).

Forma 2.

$$\begin{aligned} (-16 + 24x) \div 8 &= \frac{-16 + 24x}{8} \\ &= -\frac{16}{8} + \frac{24x}{8} \\ &= -2 + 3x \end{aligned}$$

Se divide cada término de la expresión entre 8.



Para multiplicar un número por cada término del polinomio, se aplica la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} a(x + y) &= a \times x + a \times y \\ &= ax + ay \end{aligned}$$

Para dividir un polinomio entre un número, se aplica una de las siguientes formas:

Forma 1.  $(x + y) \div a = (x + y) \times \frac{1}{a}$   
 $= \frac{x}{a} + \frac{y}{a}$

Forma 2.  $(x + y) \div a = \frac{x + y}{a}$   
 $= \frac{x}{a} + \frac{y}{a}$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $-2(6x + 1)$       b.  $(5 + 35a) \div 5$   
c.  $-6(-4x + 2)$       d.  $(-12 - 6a) \div (-3)$   
e.  $(5x - 4) \times 7$       f.  $(8 - 40a) \div 4$   
g.  $-2(-9x - 10)$       h.  $(-40 + 16a) \div (-8)$

### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $-2(6x + 1) = (-2) \times 6x + (-2) \times 1 = -12x - 2$   
b.  $(5 + 35a) \div 5 = \frac{5 + 35a}{5} = \frac{5}{5} + \frac{35a}{5} = 1 + 7a$   
c.  $-6(-4x + 2) = (-6) \times (-4x) + (-6) \times 2$   
 $= 24x - 12$   
d.  $(-12 - 6a) \div (-3) = \frac{-12 - 6a}{-3} = \frac{-12}{-3} + \frac{-6a}{-3}$   
 $= 4 + 2a$   
e.  $(5x - 4) \times 7 = 5x \times 7 + (-4) \times 7 = 35x - 28$   
f.  $(8 - 40a) \div 4 = \frac{8 - 40a}{4} = \frac{8}{4} + \frac{-40a}{4} = 2 - 10a$   
g.  $-2(-9x - 10) = -2 \times (-9x) + (-2) \times (-10)$   
 $= 18x + 20$   
h.  $(-40 + 16a) \div (-8) = \frac{-40 + 16a}{-8} = \frac{-40}{-8} + \frac{16a}{-8}$   
 $= 5 - 2a$

Fecha: dd - mm - aa

1-1-2 Repaso de multiplicación y división de expresiones algebraicas

(P) Calcule.

- a.  $-3(4x - 2)$   
b.  $(-16 + 24x) \div 8$

(S) a.  $-3(4x - 2) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-2)$   
 $= -12x + 6$

b. Forma 1.

$$\begin{aligned} (-16 + 24x) \div 8 &= (-16 + 24x) \times \frac{1}{8} \\ &= -\frac{16}{8} + \frac{24x}{8} \\ &= -2 + 3x \end{aligned}$$

Se multiplica por (recíproco de 8).

Forma 2.

$$\begin{aligned} (-16 + 24x) \div 8 &= \frac{-16 + 24x}{8} \\ &= -\frac{16}{8} + \frac{24x}{8} \\ &= -2 + 3x \end{aligned}$$

Se divide entre 8.

(C) Para multiplicar un número por cada término del polinomio:

$$\begin{aligned} a(x + y) &= a \times x + a \times y \\ &= ax + ay \end{aligned}$$

Para dividir un polinomio entre un número:

Forma 1.

$$\begin{aligned} (x + y) \div a &= (x + y) \times \frac{1}{a} \\ &= \frac{x}{a} + \frac{y}{a} \end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned} (x + y) \div a &= \frac{x + y}{a} \\ &= \frac{x}{a} + \frac{y}{a} \end{aligned}$$

(E) Calcule.

a.  $-2(6x + 1) = (-2) \times 6x + (-2) \times 1$   
 $= -12x - 2$

b.  $(5 + 35a) \div 5 = \frac{5 + 35a}{5}$   
 $= \frac{5}{5} + \frac{35a}{5}$   
 $= 1 + 7a$

## Sección 1 Expresiones algebraicas

### Clase 3 Coeficiente, variable, exponente y grado de una expresión algebraica

#### Aprendizaje esperado:

Identifica el coeficiente de una variable en una expresión algebraica.

Identifica la variable de una expresión algebraica.

Identifica el grado de una expresión algebraica.

#### Sección 1 Expresiones algebraicas

##### Clase 3 Coeficiente, variable, exponente y grado de una expresión algebraica

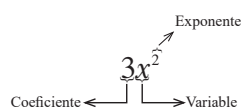
**P**

Con base en las siguientes expresiones algebraicas:  $3x^2$ ,  $-8xy^2$ .

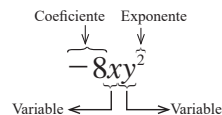
- Identifique las partes de cada expresión algebraica.
- Encuentre el grado de cada expresión algebraica.

**S**

a.



En la expresión algebraica  $3x^2$ : el 3 representa el coeficiente,  $x$  la variable y 2 el exponente de la variable.



En la expresión  $-8xy^2$ : el -8 representa el coeficiente,  $x$  y  $y$  representan las variables, y 2 el exponente de la variable  $y$ .

- Sume los exponentes de las variables de una expresión algebraica para encontrar el grado de la expresión.

El grado de la expresión  $3x^2$  es 2.

El grado de la expresión  $-8xy^2$  es 3, porque  $1 + 2 = 3$ .

$$-x = -1x$$

$$x = x^1$$



**C**

Las partes que conforman un término son: coeficiente, variables y exponentes.

El grado de una expresión algebraica se encuentra sumando todos los exponentes de las variables.

**E**

Complete la siguiente tabla.

|    | Expresión algebraica | Coeficiente | Variable | Grado |
|----|----------------------|-------------|----------|-------|
| a. | $2x^3$               |             |          |       |
| b. | $-xyz$               |             |          |       |
| c. | $6xy^4$              |             |          |       |
| d. | $-4a^2b$             |             |          |       |

#### Solucionario de los ejercicios:

|    | Expresión algebraica | Coeficiente | Variable  | Grado |
|----|----------------------|-------------|-----------|-------|
| a. | $2x^3$               | 2           | $x$       | 3     |
| b. | $-xyz$               | -1          | $x, y, z$ | 3     |
| c. | $6xy^4$              | 6           | $x, y$    | 5     |
| d. | $-4a^2b$             | -4          | $a, b$    | 3     |

Fecha: dd - mm - aa

1-1-3 Coeficiente, variable, exponente y grado de una expresión algebraica

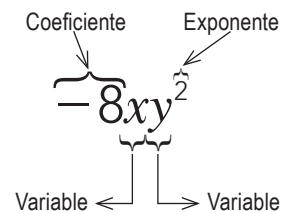
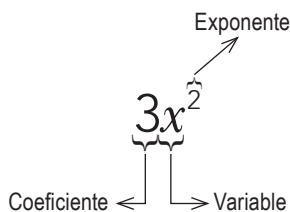
**P**

Con base en las expresiones algebraicas:  $3x^2$ ,  $-8xy^2$ .

- Identifique las partes de cada expresión.
- Encuentre el grado de cada expresión.

**S**

a.



- Sume los exponentes de las variables para encontrar el grado de la expresión.

El grado de  $3x^2$  es 2.

El grado de  $-8xy^2$  es 3, porque  $1 + 2 = 3$ .

$$x = x^1$$

**C**

El grado de una expresión algebraica se encuentra sumando todos los exponentes de las variables.

**E**

Complete la tabla.

|    | Expresión algebraica | Coeficiente | Variable | Grado |
|----|----------------------|-------------|----------|-------|
| a. | $2x^3$               | 2           | $x$      | 3     |

# Sección 1 Expresiones algebraicas

## Clase 4 Concepto de polinomio (binomio y trinomio)

### Aprendizaje esperado:

Encuentra el número de términos en una expresión algebraica.

Escribe el nombre de una expresión algebraica según el número de términos.

### Sección 1 Expresiones algebraicas

#### Clase 4 Concepto de polinomio (binomio y trinomio)

**P**

Clasifique las siguientes expresiones algebraicas, según el número de sus términos.

- $9x + 5y$
- $18a^4 + 7a^3b + b^2$
- $3z^4$
- $12b - 11$
- $3x^2y^4 - 2x^3y^3 + 4x^4y^2$
- $xyz$

A cada parte de una expresión algebraica que se conecta por los signos de suma, se le llama término.

**S**

- $9x + 5y$  tiene dos términos:  $9x, 5y$ .
- $18a^4 + 7a^3b + b^2$  tiene tres términos:  $18a^4, 7a^3b, b^2$ .
- $3z^4$  tiene un término:  $3z^4$ .
- $12b - 11$  tiene dos términos:  $12b, -11$ .
- $3x^2y^4 - 2x^3y^3 + 4x^4y^2$  tiene tres términos:  $3x^2y^4, -2x^3y^3, 4x^4y^2$ .
- $xyz$  tiene un término:  $xyz$ .

La expresión  $12b - 11$ , se expresa también  $12b + (-11)$ . Entonces, los términos de  $12b - 11$  son  $12b$  y  $-11$ .

c y f están formadas por un término.  
a y d están formadas por dos términos.  
b y e están formadas por tres términos.

**C**

Una expresión algebraica se clasifica según el número de sus términos.

| Clasificación | Característica                                           |
|---------------|----------------------------------------------------------|
| Monomio       | Una expresión algebraica formada por un solo término.    |
| Polinomio     | Una expresión algebraica formada por dos o más términos. |
| Binomio       | Una expresión algebraica formada por dos términos.       |
| Trinomio      | Una expresión algebraica formada por tres términos.      |

**E**

Complete la siguiente tabla.

|     | Expresión algebraica      | No. de términos | Nombre de la expresión algebraica |
|-----|---------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| Ej. | $9x + 5$                  | dos             | binomio                           |
| a.  | $x + 2y$                  |                 |                                   |
| b.  | $7x^2$                    |                 |                                   |
| c.  | $a + b + 5$               |                 |                                   |
| d.  | $3x^2 + 1$                |                 |                                   |
| e.  | $6abc$                    |                 |                                   |
| f.  | $2x^2 - 6y - z$           |                 |                                   |
| g.  | $30y^4z^2 - 5y^3z + 4y^2$ |                 |                                   |
| h.  | $8a + 7b$                 |                 |                                   |

### Solucionario de los ejercicios:

|    | Expresión algebraica      | No. de términos | Nombre de la expresión algebraica |
|----|---------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| a. | $x + 2y$                  | dos             | binomio                           |
| b. | $7x^2$                    | uno             | monomio                           |
| c. | $a + b + 5$               | tres            | trinomio                          |
| d. | $3x^2 + 1$                | dos             | binomio                           |
| e. | $6abc$                    | uno             | monomio                           |
| f. | $2x^2 - 6y - z$           | tres            | trinomio                          |
| g. | $30y^4z^2 - 5y^3z + 4y^2$ | tres            | trinomio                          |
| h. | $8a + 7b$                 | dos             | binomio                           |

Fecha: dd - mm - aa

1-1-4 Concepto de polinomio (binomio y trinomio)

**P** Clasifique las expresiones algebraicas, según el número de sus términos.

**S**

- $9x + 5y$
- $18a^4 + 7a^3b + b^2$
- $3z^4$
- $12b - 11$
- $3x^2y^4 - 2x^3y^3 + 4x^4y^2$
- $xyz$

Dos términos  
Tres términos  
Un término  
Dos términos  
Tres términos  
Un término

$$12b - 11 = \underbrace{12b + (-11)}_{\text{Términos}}$$

c y f  $\rightarrow$  un término  
a y d  $\rightarrow$  dos términos  
b y e  $\rightarrow$  tres términos

**C**

| Clasificación | Característica                                           |
|---------------|----------------------------------------------------------|
| Monomio       | Una expresión algebraica formada por un solo término.    |
| Polinomio     | Una expresión algebraica formada por dos o más términos. |
| Binomio       | Una expresión algebraica formada por dos términos.       |
| Trinomio      | Una expresión algebraica formada por tres términos.      |

**E** Complete la tabla.

|     | Expresión algebraica | No. de términos | Nombre   |
|-----|----------------------|-----------------|----------|
| Ej. | $9x + 5$             | dos             | binomio  |
| a.  | $x + 2y$             | dos             | binomio  |
| b.  | $7x^2$               | uno             | monomio  |
| c.  | $a + b + 5$          | tres            | trinomio |

# Sección 1 Expresiones algebraicas

## Clase 5 Reducción de términos semejantes en un polinomio

### Aprendizaje esperado:

Reduce términos semejantes de una expresión algebraica.

### Sección 1 Expresiones algebraicas

#### Clase 5 Reducción de términos semejantes en un polinomio

**P**

Reduzca los términos semejantes de las siguientes expresiones algebraicas.

- a.  $10x - 8a - 7x + 12a$   
b.  $-10x^2 - 20x - 16x + 18x^2$

En un polinomio los términos semejantes poseen las mismas variables y los mismos exponentes.

Ejemplo:  $4ax + a^2 - 2ax$   
Términos semejantes



**S**

a.  $10x - 8a - 7x + 12a = 12a - 8a + 10x - 7x$   
 $= (12 - 8)a + (10 - 7)x$   
 $= 4a + 3x$

Se agrupan los términos semejantes.  
Se reducen los términos semejantes.

b.  $-10x^2 - 20x - 16x + 18x^2 = 18x^2 - 10x^2 - 20x - 16x$  Se agrupan los términos semejantes.  
 $= (18 - 10)x^2 + (-20 - 16)x$  Se reducen los términos semejantes.  
 $= 8x^2 + (-36)x$   
 $= 8x^2 - 36x$

**C**

Para reducir términos semejantes en un polinomio:

- Paso 1. Se agrupan los términos semejantes.  
Paso 2. Se reducen los términos semejantes.

**E**

Reduzca los términos semejantes de las siguientes expresiones algebraicas.

- a.  $3a - 7b - 2a + 5b$  b.  $-4x - 2y - 5x + 7y$  c.  $2a + 3b - a + 5b$   
d.  $-5y + x + 6y - 8x$  e.  $8a + 9b + 2b - 5a$  f.  $b + 7ab - 4ab - b$   
g.  $-x^2 + 9y + x^2 - 8y$  h.  $8x^2 - x + 3x - 4x^2$  i.  $4x - 7y - 5y - 8x$   
j.  $-7ab + 3b - 5ab - 7b$  k.  $5a^2 + a - 11a + 8a^2$  l.  $-ab + a + 9ab - 9a$

### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $3a - 7b - 2a + 5b = 3a - 2a - 7b + 5b$   
 $= (3 - 2)a + (-7 + 5)b = a + (-2)b = a - 2b$   
b.  $-4x - 2y - 5x + 7y = -4x - 5x - 2y + 7y$   
 $= (-4 - 5)x + (-2 + 7)y = -9x + 5y$   
c.  $2a + 3b - a + 5b = 2a - a + 3b + 5b$   
 $= (2 - 1)a + (3 + 5)b = a + 8b$   
d.  $-5y + x + 6y - 8x = x - 8x - 5y + 6y$   
 $= (1 - 8)x + (-5 + 6)y = -7x + y$   
e.  $8a + 9b + 2b - 5a = 8a - 5a + 9b + 2b$   
 $= (8 - 5)a + (9 + 2)b = 3a + 11b$   
f.  $b + 7ab - 4ab - b = 7ab - 4ab + b - b$   
 $= (7 - 4)ab = 3ab$   
g.  $-x^2 + 9y + x^2 - 8y = -x^2 + x^2 + 9y - 8y$   
 $= (9 - 8)y = y$   
h.  $8x^2 - x + 3x - 4x^2 = 8x^2 - 4x^2 - x + 3x$   
 $= (8 - 4)x^2 + (-1 + 3)x = 4x^2 + 2x$   
i.  $4x - 7y - 5y - 8x = 4x - 8x - 7y - 5y$   
 $= (4 - 8)x + (-7 - 5)y = -4x + (-12)y = -4x - 12y$   
j.  $-7ab + 3b - 5ab - 7b = -7ab - 5ab + 3b - 7b$   
 $= (-7 - 5)ab + (3 - 7)b = -12ab + (-4)b$   
 $= -12ab - 4b$   
k.  $5a^2 + a - 11a + 8a^2 = 5a^2 + 8a^2 + a - 11a$   
 $= (5 + 8)a^2 + (1 - 11)a = 13a^2 + (-10)a = 13a^2 - 10a$   
l.  $-ab + a + 9ab - 9a = -ab + 9ab + a - 9a$   
 $= (-1 + 9)ab + (1 - 9)a = 8ab + (-8)a = 8ab - 8a$

Fecha: dd - mm - aa

1-1-5 Reducción de términos semejantes en un polinomio

**P** Reduzca los términos semejantes de las siguientes expresiones algebraicas.

- a.  $10x - 8a - 7x + 12a$   
b.  $-10x^2 - 20x - 16x + 18x^2$

$4ax + a^2 - 2ax$   
Términos semejantes

En un polinomio los términos semejantes poseen las mismas variables y los mismos exponentes.

- S** a.  $10x - 8a - 7x + 12a = 12a - 8a + 10x - 7x$  Se agrupan los términos semejantes.  
 $= (12 - 8)a + (10 - 7)x$  Se reducen los términos semejantes.  
 $= 4a + 3x$

b.  $-10x^2 - 20x - 16x + 18x^2$   
 $= 18x^2 - 10x^2 - 20x - 16x$  Se agrupan los términos semejantes.  
 $= (18 - 10)x^2 + (-20 - 16)x$  Se reducen los términos semejantes.  
 $= 8x^2 + (-36)x$   
 $= 8x^2 - 36x$   
 $-ax - bx = +(-ax) + (-bx)$   
 $= +(-a - b)x$

**C** Para reducir términos semejantes en un polinomio, se agrupan y luego se reducen los términos semejantes.

**E** Reduzca los términos semejantes.

a.  $3a - 7b - 2a + 5b = 3a - 2a - 7b + 5b$   
 $= (3 - 2)a + (-7 + 5)b$   
 $= a + (-2)b$   
 $= a - 2b$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 1 Suma de polinomios

**Aprendizaje esperado:**  
Suma polinomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 1 Suma de polinomios

**P**

Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(9x + 8y) + (6x - y)$   
b.  $(-10x - 2y) + (-8x - 7y)$

**S**

- a.  $(9x + 8y) + (6x - y)$   
 $= 9x + 8y + 6x - y$

Se reescriben los polinomios sin paréntesis, conservando el mismo signo para cada término.

$$= 9x + 6x + 8y - y$$

Se agrupan los términos semejantes.

$$= 15x + 7y$$

Se reducen los términos semejantes.

Sumar verticalmente  
 $(9x + 8y) + (6x - y)$ :

$$\begin{array}{r} 9x + 8y \\ (+) 6x - y \\ \hline 15x + 7y \end{array}$$

Se colocan los términos semejantes en columna.

Se reducen los términos semejantes.

- b.  $(-10x - 2y) + (-8x - 7y)$   
 $= -10x - 2y - 8x - 7y$

Se reescriben los polinomios sin paréntesis, conservando el mismo signo para cada término.

$$= -10x - 8x - 2y - 7y$$

Se agrupan los términos semejantes.

$$= -18x - 9y$$

Se reducen los términos semejantes.

Sumar verticalmente  
 $(-10x - 2y) + (-8x - 7y)$ :

$$\begin{array}{r} -10x - 2y \\ (+) -8x - 7y \\ \hline -18x - 9y \end{array}$$

Se colocan los términos semejantes en columna.

Se reducen los términos semejantes.

**C**

Para sumar polinomios:

- Paso 1. Se reescriben los polinomios sin paréntesis, conservando el mismo signo para cada uno de los términos.  
Paso 2. Se agrupan los términos semejantes.  
Paso 3. Se reducen los términos semejantes.

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(2a - 8) + (3a + 11)$  b.  $(4b + 4) + (6 - b)$  c.  $(-x - 3) + (-8x - 7)$   
d.  $(9x + 3y) + (4y - x)$  e.  $(7y - 6x) + (-5y + 2x)$  f.  $(-9ab - 11a) + (-9a - 3ab)$   
g.  $(8x - 10y) + (-15y + 12x)$  h.  $(14a + 16b) + (7a - 6b)$  i.  $(22a - 9x) + (12a - 15x)$

Segunda básica / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

11

≡

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $(2a - 8) + (3a + 11) = 2a - 8 + 3a + 11$   
 $= 2a + 3a - 8 + 11 = 5a + 3$   
b.  $(4b + 4) + (6 - b) = 4b + 4 + 6 - b$   
 $= 4b - b + 4 + 6 = 3b + 10$   
c.  $(-x - 3) + (-8x - 7) = -x - 3 - 8x - 7$   
 $= -x - 8x - 3 - 7 = -9x - 10$   
d.  $(9x + 3y) + (4y - x) = 9x + 3y + 4y - x$   
 $= 9x - x + 3y + 4y = 8x + 7y$   
e.  $(7y - 6x) + (-5y + 2x) = 7y - 6x - 5y + 2x$   
 $= -6x + 2x + 7y - 5y = -4x + 2y$   
f.  $(-9ab - 11a) + (-9a - 3ab) = -9ab - 11a - 9a - 3ab$   
 $= -9ab - 3ab - 11a - 9a = -12ab - 20a$   
g.  $(8x - 10y) + (-15y + 12x) = 8x - 10y - 15y + 12x$   
 $= 8x + 12x - 10y - 15y = 20x - 25y$   
h.  $(14a + 16b) + (7a - 6b) = 14a + 16b + 7a - 6b$   
 $= 14a + 7a + 16b - 6b = 21a + 10b$   
i.  $(22a - 9x) + (12a - 15x) = 22a - 9x + 12a - 15x$   
 $= 22a + 12a - 9x - 15x = 34a - 24x$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-1 Suma de polinomios

**P**

Calcule.

- a.  $(9x + 8y) + (6x - y)$   
b.  $(-10x - 2y) + (-8x - 7y)$

**S**

- a.  $(9x + 8y) + (6x - y)$

$$= 9x + 8y + 6x - y$$

Se reescribe sin paréntesis, conservando el mismo signo para cada término.

$$= 9x + 6x + 8y - y$$

Se agrupan los términos semejantes.

$$= 15x + 7y$$

Se reducen los términos semejantes.

Sumar verticalmente.

$$\begin{array}{r} 9x + 8y \\ (+) 6x - y \\ \hline 15x + 7y \end{array}$$

Se colocan los términos semejantes en columna.

Se reducen los términos semejantes.

- b.  $(-10x - 2y) + (-8x - 7y)$   
 $= -10x - 2y - 8x - 7y$   
 $= -10x - 8x - 2y - 7y$   
 $= -18x - 9y$

**C**

Para sumar polinomios, se reescribe sin paréntesis conservando el mismo signo, se agrupan y se reducen los términos.

**E**

Calcule.

- a.  $(2a - 8) + (3a + 11)$

$$= 2a - 8 + 3a + 11$$

$$= 2a + 3a - 8 + 11$$

$$= 5a + 3$$

$$2a - 8$$

$$(+ ) 3a + 11$$

$$5a + 3$$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 2 Resta de polinomios

**Aprendizaje esperado:**  
Resta polinomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 2 Resta de polinomios

**P**

Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(14x + 7y) - (4x - 2y)$   
b.  $(-3a + 5b) - (-6a - 8b)$

**S**

- a.  $(14x + 7y) - (4x - 2y)$   
 $= 14x + 7y - 4x + 2y$

$$= 14x - 4x + 7y + 2y$$

$$= 10x + 9y$$

Se reescriben los polinomios sin paréntesis, cambiando el signo de cada término del segundo polinomio.

Se agrupan los términos semejantes.

Se reducen los términos semejantes.

Restar verticalmente  
 $(14x + 7y) - (4x - 2y)$ :

Se colocan los términos semejantes en columna.

Se cambia el signo de los términos del segundo polinomio.

Se reducen los términos semejantes.

Se cambia la operación a una suma.

- b.  $(-3a + 5b) - (-6a - 8b)$   
 $= -3a + 5b + 6a + 8b$

$$= 6a - 3a + 5b + 8b$$

$$= 3a + 13b$$

Se reescriben los polinomios sin paréntesis, cambiando el signo de cada término del segundo polinomio.

Se agrupan los términos semejantes.

Se reducen los términos semejantes.

Restar verticalmente  
 $(-3a + 5b) - (-6a - 8b)$ :

Se colocan los términos semejantes en columna.

Se cambia el signo de los términos del segundo polinomio.

Se reducen los términos semejantes.

Se cambia la operación a una suma.

**C**

Para restar polinomios:

Paso 1. Se reescriben los polinomios sin paréntesis, cambiando el signo de cada término del segundo polinomio.

Paso 2. Se agrupan los términos semejantes.

Paso 3. Se reducen los términos semejantes.

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $(4a - 2) - (6a + 3) = 4a - 2 - 6a - 3$   
 $= 4a - 6a - 2 - 3 = -2a - 5$
- b.  $(8b + 9) - (7b - 5) = 8b + 9 - 7b + 5$   
 $= 8b - 7b + 9 + 5 = b + 14$
- c.  $(-10 - 3x) - (-4x - 8) = -10 - 3x + 4x + 8$   
 $= -10 + 8 - 3x + 4x = -2 + x$
- d.  $(3x + 2y) - (-5y + x) = 3x + 2y + 5y - x$   
 $= 3x - x + 2y + 5y = 2x + 7y$
- e.  $(4x + 4y) - (-4x - y) = 4x + 4y + 4x + y$   
 $= 4x + 4x + 4y + y = 8x + 5y$
- f.  $(-3ab - 8a) - (-5a - 6ab) = -3ab - 8a + 5a + 6ab$   
 $= -3ab + 6ab - 8a + 5a = 3ab - 3a$
- g.  $(10x - 5y) - (15y + 12x) = 10x - 5y - 15y - 12x$   
 $= 10x - 12x - 5y - 15y = -2x - 20y$
- h.  $(18a + 30x) - (14a - 20x) = 18a + 30x - 14a + 20x$   
 $= 18a - 14a + 30x + 20x = 4a + 50x$
- i.  $(-12x - 16y) - (-10x + 14y) = -12x - 16y + 10x - 14y$   
 $= -12x + 10x - 16y - 14y = -2x - 30y$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-2 Resta de polinomios

**P** Calcule.

- a.  $(14x + 7y) - (4x - 2y)$   
b.  $(-3a + 5b) - (-6a - 8b)$

**S**

- a.  $(14x + 7y) - (4x - 2y)$

$$= 14x + 7y - 4x + 2y$$

$$= 14x - 4x + 7y + 2y$$

$$= 10x + 9y$$

Se reescribe sin paréntesis, cambiando el signo de cada término del segundo polinomio.

Se agrupan los términos semejantes.

Se reducen los términos semejantes.

Restar verticalmente.

Se cambia el signo de cada término del segundo polinomio.

Se cambia la operación a una suma.

- b.  $(-3a + 5b) - (-6a - 8b)$   
 $= -3a + 5b + 6a + 8b$   
 $= 6a - 3a + 5b + 8b$   
 $= 3a + 13b$

**C** Para restar polinomios, se reescriben sin paréntesis, cambiando el signo de cada término del segundo polinomio, se agrupan y se reducen los términos.

**E** Calcule.

- a.  $(4a - 2) - (6a + 3)$   
 $= 4a - 2 - 6a - 3$   
 $= 4a - 6a - 2 - 3$   
 $= -2a - 5$
- $4a - 2$   
 $(+) - 6a - 3$   
 $-2a - 5$



Calcule las siguientes expresiones.

a.  $(4a - 2) - (6a + 3)$

b.  $(8b + 9) - (7b - 5)$

c.  $(-10 - 3x) - (-4x - 8)$

d.  $(3x + 2y) - (-5y + x)$

e.  $(4x + 4y) - (-4x - y)$

f.  $(-3ab - 8a) - (-5a - 6ab)$

g.  $(10x - 5y) - (15y + 12x)$

h.  $(18a + 30x) - (14a - 20x)$

i.  $(-12x - 16y) - (-10x + 14y)$



## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 3 Multiplicación de un número y un polinomio

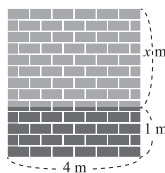
#### Aprendizaje esperado:

Multiplica un número por un polinomio.

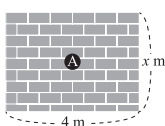
#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

#### Clase 3 Multiplicación de un número y un polinomio

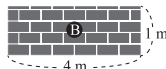
**P** Ana y Luis pintaron una pared de su casa con dos colores diferentes, tal como lo muestra la figura que está abajo. Encuentre el área total pintada.



**S** El área total pintada se puede encontrar de la siguiente manera:



$$\begin{aligned} (\text{Área de la pared A}) &= 4 \times x \\ &= 4x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (\text{Área de la pared B}) &= 4 \times 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

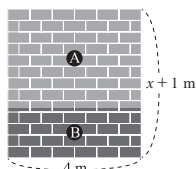
$$\begin{aligned} (\text{Área total}) &= (\text{área de la pared A}) + (\text{área de la pared B}) \\ &= 4x + 4 \end{aligned}$$

Respuesta: el área total pintada es  $4x + 4 \text{ m}^2$ .

La pared tiene 4 m de ancho por  $x + 1 \text{ m}$  de altura.

Por tanto, el área total pintada también se puede encontrar:

$$4 \times (x + 1) = 4x + 4$$



Respuesta: el área total pintada es  $4x + 4 \text{ m}^2$ .

**C** Para multiplicar un número por un polinomio, se calcula el número por cada término del polinomio, utilizando la propiedad distributiva.

$$a(x + y) = ax + ay$$

**E** Calcule las siguientes expresiones.

a.  $4(2x + 7y)$

b.  $-5(x + 6y)$

c.  $6(4x - y)$

d.  $-8(-5a - 3b)$

e.  $10(-9a + 2b)$

f.  $-3(8a + 7b)$

g.  $7(10x - 5y)$

h.  $-2(7x - 20y)$

i.  $9(2x + 5y)$

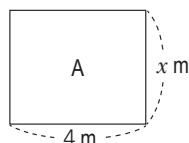
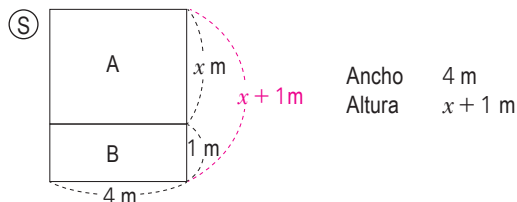
#### Solucionario de los ejercicios:

- $4(2x + 7y) = 4 \times 2x + 4 \times 7y = 8x + 28y$
- $-5(x + 6y) = -5 \times x + (-5) \times 6y = -5x - 30y$
- $6(4x - y) = 6 \times 4x + 6 \times (-y) = 24x - 6y$
- $-8(-5a - 3b) = -8 \times (-5a) + (-8) \times (-3b) = 40a + 24b$
- $10(-9a + 2b) = 10 \times (-9a) + 10 \times 2b = -90a + 20b$
- $-3(8a + 7b) = -3 \times 8a + (-3) \times 7b = -24a - 21b$
- $7(10x - 5y) = 7 \times 10x + 7 \times (-5y) = 70x - 35y$
- $-2(7x - 20y) = -2 \times 7x + (-2) \times (-20y) = -14x + 40y$
- $9(2x + 5y) = 9 \times 2x + 9 \times 5y = 18x + 45y$

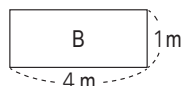
Fecha: dd - mm - aa

1-2-3 Multiplicación de un número y un polinomio

**P** Encuentre el área total.



$$\begin{aligned} (\text{Área de A}) &= 4 \times x \\ &= 4x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (\text{Área de B}) &= 4 \times 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{Área total}) &= (\text{área de A}) + (\text{área de B}) \\ &= 4x + 4 \end{aligned}$$

El área también se puede encontrar:

Área total

$$4 \times (x + 1) = 4x + 4$$

R: El área total es  $4x + 4 \text{ m}^2$ .

**C** Para multiplicar un número por un polinomio, se utiliza la propiedad distributiva.

$$a(x + y) = ax + ay$$

**E** Calcule.

a.  $4(2x + 7y) = 4 \times 2x + 4 \times 7y = 8x + 28y$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 4 División de un polinomio entre un número

#### Aprendizaje esperado:

Divide un polinomio entre un número.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 4 División de un polinomio entre un número



Calcule la siguiente expresión.  
(12x - 9a) ÷ 3



Forma 1.

$$\begin{aligned}(12x - 9a) \div 3 &= (12x - 9a) \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{12x}{3} - \frac{9a}{3} \quad \text{Se multiplica cada término del polinomio por } \frac{1}{3} \text{ (recíproco de 3).} \\ &= 4x - 3a\end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned}(12x - 9a) \div 3 &= \frac{12x - 9a}{3} \\ &= \frac{12x}{3} - \frac{9a}{3} \quad \text{Se divide cada término del polinomio entre 3.} \\ &= 4x - 3a\end{aligned}$$



Para dividir un polinomio entre un número:

Forma 1. Se multiplica cada término del polinomio por el recíproco del divisor:

$$(x + y) \div a = (x + y) \times \frac{1}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}, \text{ donde } a \neq 0$$

Forma 2. Se divide cada término del polinomio entre el divisor:

$$(x + y) \div a = \frac{x + y}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}, \text{ donde } a \neq 0$$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(14x - 6y) \div 2$       b.  $(8x + 64y) \div (-4)$       c.  $(15x - 20y) \div 5$
- d.  $(18a + 30b) \div (-6)$       e.  $(14a - 35b) \div 7$       f.  $(16a + 24b) \div (-8)$
- g.  $(15a - 30x) \div 3$       h.  $(20x + 32y) \div (-4)$       i.  $(18a - 81b) \div 9$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $(14x - 6y) \div 2 = \frac{14x - 6y}{2} = \frac{14x}{2} - \frac{6y}{2} = 7x - 3y$
- b.  $(8x + 64y) \div (-4) = \frac{8x + 64y}{-4} = \frac{8x}{-4} + \frac{64y}{-4} = -2x - 16y$
- c.  $(15x - 20y) \div 5 = \frac{15x - 20y}{5} = \frac{15x}{5} - \frac{20y}{5} = 3x - 4y$
- d.  $(18a + 30b) \div (-6) = \frac{18a + 30b}{-6} = \frac{18a}{-6} + \frac{30b}{-6} = -3a - 5b$
- e.  $(14a - 35b) \div 7 = \frac{14a - 35b}{7} = \frac{14a}{7} - \frac{35b}{7} = 2a - 5b$
- f.  $(16a + 24b) \div (-8) = \frac{16a + 24b}{-8} = \frac{16a}{-8} + \frac{24b}{-8} = -2a - 3b$
- g.  $(15a - 30x) \div 3 = \frac{15a - 30x}{3} = \frac{15a}{3} - \frac{30x}{3} = 5a - 10x$
- h.  $(20x + 32y) \div (-4) = \frac{20x + 32y}{-4} = \frac{20x}{-4} + \frac{32y}{-4} = -5x - 8y$
- i.  $(18a - 81b) \div 9 = \frac{18a - 81b}{9} = \frac{18a}{9} - \frac{81b}{9} = 2a - 9b$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-4 División de un polinomio entre un número



Calcule.  
(12x - 9a) ÷ 3



Forma 1.

$$\begin{aligned}(12x - 9a) \div 3 &= (12x - 9a) \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{12x}{3} - \frac{9a}{3} \quad \text{Se multiplica cada término} \\ &= 4x - 3a \quad \text{por } \frac{1}{3} \text{ (recíproco de 3).}\end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned}(12x - 9a) \div 3 &= \frac{12x - 9a}{3} \\ &= \frac{12x}{3} - \frac{9a}{3} \quad \text{Se divide cada término entre 3.} \\ &= 4x - 3a\end{aligned}$$



Para dividir un polinomio entre un número:

Forma 1.

$$(x + y) \div a = (x + y) \times \frac{1}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}, \text{ donde } a \neq 0$$

Forma 2.

$$(x + y) \div a = \frac{x + y}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}, \text{ donde } a \neq 0$$



Calcule usando la forma 2.

a.  $(14x - 6y) \div 2 = \frac{14x - 6y}{2} = \frac{14x}{2} - \frac{6y}{2} = 7x - 3y$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 5 Operaciones combinadas de polinomios con división entre un número

#### Aprendizaje esperado:

Calcula una expresión combinada de polinomios con división entre un número.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

#### Clase 5 Operaciones combinadas de polinomios con división entre un número



Calcule la siguiente expresión.

$$\frac{5x+9y}{2} - \frac{3y-x}{4}$$



Forma 1.

$$\begin{aligned}\frac{5x+9y}{2} - \frac{3y-x}{4} &= \frac{2(5x+9y)}{4} - \frac{3y-x}{4} \\ &= \frac{2(5x+9y) - (3y-x)}{4} \\ &= \frac{10x+18y-3y+x}{4} \\ &= \frac{10x+x+18y-3y}{4} \\ &= \frac{11x+15y}{4}\end{aligned}$$

Se buscan fracciones equivalentes con igual denominador.

Se expresa como una sola fracción.

Se multiplica.

Se agrupan los términos semejantes.

Se reducen los términos semejantes.

Forma 2.

$$\begin{aligned}\frac{5x+9y}{2} - \frac{3y-x}{4} &= \frac{1}{2}(5x+9y) - \frac{1}{4}(3y-x) \\ &= \frac{5x}{2} + \frac{9y}{2} - \frac{3y}{4} + \frac{x}{4} \\ &= \frac{5x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{9y}{2} - \frac{3y}{4} \\ &= \frac{2 \times 5x + x}{4} + \frac{2 \times 9y - 3y}{4} \\ &= \frac{10x+x}{4} + \frac{18y-3y}{4} \\ &= \frac{11x}{4} + \frac{15y}{4}\end{aligned}$$

Se expresa como la multiplicación de un número y un polinomio.

Se multiplica.

Se agrupan los términos semejantes.

Se buscan fracciones equivalentes con igual denominador.

Se reducen los términos semejantes.



Para calcular una expresión combinada de polinomios con división entre un número:

Forma 1:

- Paso 1. Se buscan fracciones equivalentes con igual denominador.
- Paso 2. Se expresa como una sola fracción.
- Paso 3. Se multiplica.
- Paso 4. Se agrupan los términos semejantes.
- Paso 5. Se reducen los términos semejantes.

Forma 2:

- Paso 1. Se expresa como la multiplicación de un número y un polinomio.
- Paso 2. Se multiplica.
- Paso 3. Se agrupan los términos semejantes.
- Paso 4. Se buscan fracciones equivalentes con igual denominador.
- Paso 5. Se reducen los términos semejantes.



Calcule las siguientes expresiones.

a.  $\frac{5x+4y}{6} + \frac{3x-y}{2}$

b.  $\frac{2a-3b}{8} - \frac{3a-b}{4}$

c.  $\frac{6x-10y}{2} + \frac{x+6y}{5}$

d.  $\frac{5a-6b}{2} - \frac{2a+4b}{3}$

e.  $\frac{a+2b}{4} + \frac{b-2a}{3}$

f.  $\frac{4x+5y}{3} - \frac{5x-6y}{4}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\frac{5x+4y}{6} + \frac{3x-y}{2} = \frac{5x+4y}{6} + \frac{3(3x-y)}{6}$

$$= \frac{5x+4y+3(3x-y)}{6} = \frac{5x+4y+9x-3y}{6}$$

$$= \frac{5x+9x+4y-3y}{6} = \frac{14x+y}{6}$$

b.  $\frac{2a-3b}{8} - \frac{3a-b}{4} = \frac{2a-3b}{8} - \frac{2(3a-b)}{8}$

$$= \frac{2a-3b-2(3a-b)}{8} = \frac{2a-3b-6a+2b}{8}$$

$$= \frac{2a-6a-3b+2b}{8} = \frac{-4a-b}{8}$$

c.  $\frac{6x-10y}{2} + \frac{x+6y}{5} = \frac{5(6x-10y)}{10} + \frac{2(x+6y)}{10}$

$$= \frac{5(6x-10y)+2(x+6y)}{10} = \frac{30x-50y+2x+12y}{10}$$

$$= \frac{30x+2x-50y+12y}{10} = \frac{32x-38y}{10} = \frac{2(16x-19y)}{2 \times 5}$$

$$= \frac{16x-19y}{5}$$

d.  $\frac{5a-6b}{2} - \frac{2a+4b}{3} = \frac{3(5a-6b)}{6} - \frac{2(2a+4b)}{6}$

$$= \frac{3(5a-6b)-2(2a+4b)}{6} = \frac{15a-18b-4a-8b}{6}$$

$$= \frac{15a-4a-18b-8b}{6} = \frac{11a-26b}{6}$$

e.  $\frac{a+2b}{4} + \frac{b-2a}{3} = \frac{3(a+2b)}{12} + \frac{4(b-2a)}{12}$

$$= \frac{3(a+2b)+4(b-2a)}{12} = \frac{3a+6b+4b-8a}{12}$$

$$= \frac{3a-8a+6b+4b}{12} = \frac{-5a+10b}{12}$$

f.  $\frac{4x+5y}{3} - \frac{5x-6y}{4} = \frac{4(4x+5y)}{12} - \frac{3(5x-6y)}{12}$

$$= \frac{4(4x+5y)-3(5x-6y)}{12} = \frac{16x+20y-15x+18y}{12}$$

$$= \frac{16x-15x+20y+18y}{12} = \frac{x+38y}{12}$$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-5 Operaciones combinadas de polinomios con división entre un número

(P) Calcule.

$$\frac{5x+9y}{2} - \frac{3y-x}{4}$$

(S)

Forma 1.

$$\begin{aligned}\frac{5x+9y}{2} - \frac{3y-x}{4} &= \frac{2(5x+9y)}{4} - \frac{3y-x}{4} \\ &= \frac{2(5x+9y) - (3y-x)}{4} \\ &= \frac{10x+18y-3y+x}{4} \\ &= \frac{10x+x+18y-3y}{4} \\ &= \frac{11x+15y}{4}\end{aligned}$$

Se buscan fracciones equivalentes con igual denominador.

Se expresa como una fracción.

Se multiplica.

Se agrupan los términos semejantes.

Se reducen los términos semejantes.

(C) Para calcular una expresión combinada de polinomios con división entre un número, se buscan fracciones equivalentes con igual denominador y se expresa como una sola fracción.

(E) Calcule usando la forma 1.

b.  $\frac{2a-3b}{8} - \frac{3a-b}{4} = \frac{2a-3b}{8} - \frac{2(3a-b)}{8}$

$$= \frac{2a-3b-2(3a-b)}{8}$$

$$= \frac{2a-3b-6a+2b}{8}$$

$$= \frac{2a-6a-3b+2b}{8}$$

$$= \frac{-4a-b}{8}$$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 6 Multiplicación de un monomio y un monomio

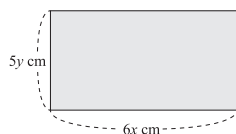
**Aprendizaje esperado:**  
Multiplica monomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 6 Multiplicación de un monomio y otro monomio

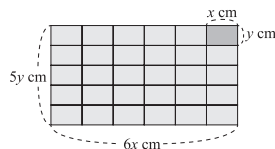
**P**

Encuentre el área del rectángulo que tiene  $6x$  cm de base y  $5y$  cm de altura.



**S**

Para encontrar el área del rectángulo, divida el rectángulo en  $x$  cm de base y  $y$  cm de altura.



Luego, multiplique  $6x \times 5y$ . El resultado es el área del rectángulo original.

$$\begin{aligned} 6x \times 5y &= 6 \times x \times 5 \times y \\ &= 6 \times 5 \times x \times y \\ &= 30xy \end{aligned}$$

Respuesta:  $30xy \text{ cm}^2$

**C**

Para multiplicar un monomio por un monomio, se multiplican todos los coeficientes y las variables de ambos monomios.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a. } 4a \times (-x) &= 4 \times a \times (-1) \times x \\ &= 4 \times (-1) \times a \times x \\ &= -4ax \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (3b)^2 &= 3b \times 3b \\ &= 3 \times b \times 3 \times b \\ &= 3 \times 3 \times b \times b \\ &= 9b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 2a^3 \times 8b &= 2 \times a \times a \times a \times 8 \times b \\ &= 2 \times 8 \times a \times a \times a \times b \\ &= 16a^3b \end{aligned}$$

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

a.  $6a \times 2b$

b.  $4ab \times (-3a)$

c.  $-7a \times 5b$

d.  $-9x \times (-10y)$

e.  $-8y \times 6x$

f.  $11a \times (-4x)$

g.  $(10y)^2$

h.  $-y^3 \times (4x)^2$

i.  $(2a)^3 \times 6b$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

17



#### Solucionario de los ejercicios:

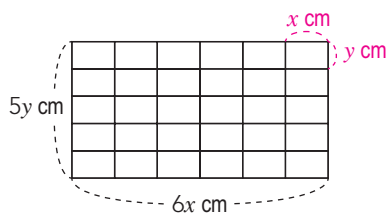
- $6a \times 2b = 6 \times a \times 2 \times b = 6 \times 2 \times a \times b = 12ab$
- $4ab \times (-3a) = 4 \times a \times b \times (-3) \times a = 4 \times (-3) \times a \times a \times b = -12a^2b$
- $-7a \times 5b = (-7) \times a \times 5 \times b = (-7) \times 5 \times a \times b = -35ab$
- $-9x \times (-10y) = (-9) \times x \times (-10) \times y = (-9) \times (-10) \times x \times y = 90xy$
- $-8y \times 6x = (-8) \times y \times 6 \times x = (-8) \times 6 \times x \times y = -48xy$
- $11a \times (-4x) = 11 \times a \times (-4) \times x = 11 \times (-4) \times a \times x = -44ax$
- $(10y)^2 = 10y \times 10y = 10 \times y \times 10 \times y = 10 \times 10 \times y \times y = 100y^2$
- $-y^3 \times (4x)^2 = (-1) \times y \times y \times y \times 4x \times 4x = (-1) \times y \times y \times y \times 4 \times x \times 4 \times x = (-1) \times 4 \times 4 \times x \times x \times y \times y \times y = -16x^2y^3$
- $(2a)^3 \times 6b = 2a \times 2a \times 2a \times 6 \times b = 2 \times a \times 2 \times a \times 2 \times a \times 6 \times b = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times a \times a \times a \times b = 48a^3b$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-6 Multiplicación de un monomio y un monomio

**P** Encuentre el área del rectángulo que tiene  $6x$  cm de base y  $5y$  cm de altura.

**S**



$$\begin{aligned} 6x \times 5y &= 6 \times x \times 5 \times y \\ &= 6 \times 5 \times x \times y \\ &= 30xy \end{aligned}$$

R:  $30xy \text{ cm}^2$

**C** Para multiplicar un monomio por un monomio, se multiplican los coeficientes y las variables de ambos monomios.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a. } 4a \times (-x) &= 4 \times a \times (-1) \times x \\ &= 4 \times (-1) \times a \times x \\ &= -4ax \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (3b)^2 &= 3b \times 3b \\ &= 3 \times b \times 3 \times b \\ &= 3 \times 3 \times b \times b \\ &= 9b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 2a^3 \times 8b &= 2 \times a \times a \times a \times 8 \times b \\ &= 2 \times 8 \times a \times a \times a \times b \\ &= 16a^3b \end{aligned}$$

**E** Calcule.

$$\begin{aligned} \text{a. } 6a \times 2b &= 6 \times a \times 2 \times b \\ &= 6 \times 2 \times a \times b \\ &= 12ab \end{aligned}$$



## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 7 División de monomio entre monomio

**Aprendizaje esperado:**  
Divide monomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 7 División de monomio entre monomio

**P** Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $20xy \div (-5y)$   
b.  $24a^3b \div 4ab$

**S** a.  $20xy \div (-5y) = \frac{20xy}{-5y}$  Se expresa como fracción.  

$$= -\frac{20 \times x \times y}{5 \times y}$$

$$= -\frac{20 \times x \times \cancel{y^1}}{\cancel{5}_1 \times \cancel{y}_1}$$
 Se simplifica.  

$$= -4x$$

b.  $24a^3b \div 4ab = \frac{24a^3b}{4ab}$  Se expresa como fracción.  

$$= \frac{24 \times a \times a \times a \times b}{4 \times a \times b}$$

$$= \frac{24 \times \cancel{a^1} \times a \times a \times \cancel{b^1}}{\cancel{4}_1 \times \cancel{a}_1 \times \cancel{b}_1}$$
 Se simplifica.  

$$= 6a^2$$

**C** Para dividir un monomio entre un monomio, se expresa como una fracción y se simplifica.

**E** Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $12a \div 6a$       b.  $14ab \div (-2a)$       c.  $-15ab \div 3b$   
d.  $-18x \div (-9x)$       e.  $24a^2x \div (-8x)$       f.  $-30xy^3 \div 6xy$   
g.  $-49x^3 \div (-7x)$       h.  $-50xyz^2 \div 5x$       i.  $64x^2y \div (-8xy)$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $12a \div 6a = \frac{12a}{6a} = \frac{12 \times \cancel{a^1}}{6 \times \cancel{a}_1} = 2$   
b.  $14ab \div (-2a) = \frac{14ab}{-2a} = -\frac{14 \times \cancel{a^1} \times b}{2 \times \cancel{a}_1} = -7b$   
c.  $-15ab \div 3b = \frac{-15ab}{3b} = -\frac{15 \times a \times \cancel{b^1}}{3 \times \cancel{b}_1} = -5a$   
d.  $-18x \div (-9x) = \frac{-18x}{-9x} = \frac{18 \times \cancel{x^1}}{9 \times \cancel{x}_1} = 2$   
e.  $24a^2x \div (-8x) = \frac{24a^2x}{-8x} = -\frac{24 \times a \times a \times \cancel{x^1}}{8 \times \cancel{x}_1} = -3a^2$   
f.  $-30xy^3 \div 6xy = \frac{-30xy^3}{6xy} = -\frac{30 \times \cancel{x^1} \times \cancel{y^1} \times y \times y}{6 \times \cancel{x}_1 \times \cancel{y}_1} = -5y^2$   
g.  $-49x^3 \div (-7x) = \frac{-49x^3}{-7x} = \frac{49 \times \cancel{x^1} \times x \times x}{7 \times \cancel{x}_1} = 7x^2$   
h.  $-50xyz^2 \div 5x = \frac{-50xyz^2}{5x} = -\frac{50 \times \cancel{x^1} \times y \times z \times z}{5 \times \cancel{x}_1} = -10yz^2$   
i.  $64x^2y \div (-8xy) = \frac{64x^2y}{-8xy} = -\frac{64 \times \cancel{x^1} \times x \times \cancel{y^1}}{8 \times \cancel{x}_1 \times \cancel{y}_1} = -8x$

Fecha: dd – mm – aa  
1-2-7 División de monomio entre monomio

**P** Calcule.

- a.  $20xy \div (-5y)$   
b.  $24a^3b \div 4ab$

**S** a.  $20xy \div (-5y) = \frac{20xy}{-5y}$  Se expresa como fracción.  

$$= -\frac{20 \times x \times \cancel{y^1}}{\cancel{5}_1 \times \cancel{y}_1}$$
 Se simplifica.  

$$= -4x$$

b.  $24a^3b \div 4ab = \frac{24a^3b}{4ab}$  Se expresa como fracción.  

$$= \frac{24 \times \cancel{a^1} \times a \times a \times \cancel{b^1}}{\cancel{4}_1 \times \cancel{a}_1 \times \cancel{b}_1}$$
 Se simplifica.  

$$= 6a^2$$

**C** Para dividir un monomio entre un monomio, se expresa como una fracción y se simplifica.

**E** Calcule.

a.  $12a \div 6a = \frac{12a}{6a}$   

$$= \frac{12 \times \cancel{a^1}}{\cancel{6}_1 \times \cancel{a}_1}$$
  

$$= 2$$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 8 Multiplicación y división combinadas con monomios

#### Aprendizaje esperado:

Calcula una expresión de monomios con multiplicación y división combinadas.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

#### Clase 8 Multiplicación y división combinadas con monomios

**P**

Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $3a^2 \times 4b \div (-2ab)$   
b.  $-15x^4y^3 \div 5xy^2 \times (-8y)$

**S**

$$\begin{aligned} \text{a. } 3a^2 \times 4b \div (-2ab) &= 3a^2 \times 4b \times \left(-\frac{1}{2ab}\right) \\ &= -\frac{3a^2 \times 4b}{2ab} \\ &= -\frac{3 \times 4 \times a \times a \times b}{2 \times a \times b} \\ &= -\frac{3 \times 4 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1}{\cancel{2}^1 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1} \\ &= -(3 \times 2 \times a) \\ &= -6a \end{aligned}$$

Se expresa la división como multiplicación utilizando recíproco.

Se simplifica.

- b.  $-15x^4y^3 \div 5xy^2 \times (-8y)$

$$\begin{aligned} &= -15x^4y^3 \times \frac{1}{5xy^2} \times (-8y) \\ &= \frac{-15x^4y^3 \times (-8y)}{5xy^2} \\ &= \frac{(-15) \times (-8) \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y}{5 \times x \times y \times y} \\ &= \frac{(-15) \times (-8) \times \cancel{x}^1 \times \cancel{x}^1 \times \cancel{x}^1 \times \cancel{x}^1 \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1 \times y}{\cancel{5}^1 \times \cancel{x}^1 \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1} \\ &= (-3) \times (-8) \times x \times x \times x \times y \\ &= 24x^3y^2 \end{aligned}$$

Se expresa la división como multiplicación utilizando recíproco.

Se expresa como fracción.

Se simplifica.

**C**

Para calcular una expresión combinada de monomios con multiplicaciones y divisiones:

- Paso 1. Se expresa la división como una multiplicación utilizando recíproco.  
Paso 2. Se expresa la operación como una fracción.  
Paso 3. Se determina el signo de la fracción mediante la regla de los signos.  
Paso 4. Se expresa a la forma más simple.

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $3a^2 \times 6ab \div 9ab$       b.  $16xy^2z \div (-4y) \times 2z$       c.  $5a^2b \times (-8b) \div (-10b^2)$   
d.  $-12x^4y^3 \div (-x) \times 4xy$       e.  $-6a^3b \times 3b^2 \div (-6ab^2)$       f.  $(-2xy)^2 \times (-2y) \div (-4y^2)$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 19

#### Solucionario de los ejercicios:

$$\begin{aligned} \text{a. } 3a^2 \times 6ab \div 9ab &= 3a^2 \times 6ab \times \frac{1}{9ab} = \frac{3a^2 \times 6ab}{9ab} \\ &= \frac{3 \times 6 \times \cancel{a}^1 \times a \times a \times \cancel{b}^1}{9 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1} = 2 \times a \times a = 2a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 16xy^2z \div (-4y) \times 2z &= 16xy^2z \times \left(-\frac{1}{4y}\right) \times 2z \\ &= -\frac{16xy^2z \times 2z}{4y} = -\frac{16 \times 2 \times x \times \cancel{y}^1 \times y \times z \times z}{4 \times \cancel{y}^1} \\ &= -8 \times x \times y \times z \times z = -8xyz^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 5a^2b \times (-8b) \div (-10b^2) &= 5a^2b \times (-8b) \times \left(-\frac{1}{10b^2}\right) \\ &= \frac{5a^2b \times (-8b)}{-10b^2} = \frac{5 \times (-8) \times a \times a \times \cancel{b}^1 \times \cancel{b}^1}{(-10) \times \cancel{b}^1 \times \cancel{b}^1} \\ &= 4 \times a \times a = 4a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } -12x^4y^3 \div (-x) \times 4xy &= -12x^4y^3 \times \left(-\frac{1}{x}\right) \times 4xy \\ &= \frac{-12x^4y^3 \times 4xy}{-x} \\ &= \frac{(-12) \times 4 \times \cancel{x}^1 \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y}{-\cancel{x}^1} \\ &= 48 \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y = 48x^4y^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } -6a^3b \times 3b^2 \div (-6ab^2) &= -6a^3b \times 3b^2 \times \left(-\frac{1}{6ab^2}\right) \\ &= \frac{-6a^3b \times 3b^2}{-6ab^2} = \frac{(-6) \times 3 \times \cancel{a}^1 \times a \times a \times \cancel{b}^1 \times \cancel{b}^1 \times b}{(-6) \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1 \times \cancel{b}^1} \\ &= 3 \times a \times a \times b = 3a^2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } (-2xy)^2 \times (-2y) \div (-4y^2) &= (-2xy) \times (-2xy) \times (-2y) \times \left(-\frac{1}{4y^2}\right) \\ &= \frac{(-2xy) \times (-2xy) \times (-2y)}{-4y^2} \\ &= \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times x \times x \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1 \times y}{(-4) \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1} \\ &= 2 \times x \times x \times y = 2x^2y \end{aligned}$$

Fecha: dd – mm – aa

1-2-8 Multiplicación y división combinadas con monomios

**P** Calcule.

- a.  $3a^2 \times 4b \div (-2ab)$   
b.  $-15x^4y^3 \div 5xy^2 \times (-8y)$

**S**

$$\begin{aligned} \text{a. } 3a^2 \times 4b \div (-2ab) &= 3a^2 \times 4b \times \left(-\frac{1}{2ab}\right) \\ &= -\frac{3a^2 \times 4b}{2ab} \\ &= -\frac{3 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{a}^1 \times a \times \cancel{b}^1}{\cancel{2}^1 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1} \\ &= -(3 \times 2 \times a) \\ &= -6a \end{aligned}$$

Se expresa la división como multiplicación utilizando recíproco.

Se simplifica.

$$\begin{aligned} \text{b. } -15x^4y^3 \div 5xy^2 \times (-8y) &= -15x^4y^3 \times \frac{1}{5xy^2} \times (-8y) \\ &= \frac{-15x^4y^3 \times (-8y)}{5xy^2} \\ &= \frac{(-15) \times (-8) \times \cancel{x}^1 \times x \times x \times x \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1 \times y \times y}{\cancel{5}^1 \times \cancel{x}^1 \times \cancel{y}^1 \times \cancel{y}^1} \\ &= (-3) \times (-8) \times x \times x \times x \times y \times y \\ &= 24x^3y^2 \end{aligned}$$

**C** Para calcular una expresión combinada de monomios con multiplicaciones y divisiones, se expresa como una multiplicación utilizando recíproco y luego se opera como una fracción.

**E** Calcule.

$$\begin{aligned} \text{a. } 3a^2 \times 6ab \div 9ab &= 3a^2 \times 6ab \times \frac{1}{9ab} \\ &= \frac{3a^2 \times 6ab}{9ab} \\ &= \frac{3 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{a}^1 \times a \times \cancel{b}^1 \times \cancel{b}^1}{\cancel{9}^1 \times \cancel{a}^1 \times \cancel{b}^1} \\ &= 2 \times a \times a \\ &= 2a^2 \end{aligned}$$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 9 Valor numérico de polinomios

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor numérico de un polinomio al sustituir las variables con números.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 9 Valor numérico de polinomios



Encuentre el valor numérico del polinomio  $7x - 8y$ , si  $x = 3$ ,  $y = 2$ .



Para encontrar el valor numérico del polinomio, se sustituyen las variables  $x$  por 3 y  $y$  por 2.

$$\begin{aligned} 7x - 8y &= 7 \times 3 - 8 \times 2 \\ &= 21 - 16 \\ &= 5 \end{aligned}$$



El valor numérico de un polinomio se obtiene al sustituir las variables de la expresión por números.

Ejemplo:

a.  $5a^2 + 6a - 10$ , si  $a = 4$

$$\begin{aligned} 5a^2 + 6a - 10 &= 5 \times 4^2 + 6 \times 4 - 10 \\ &= 5 \times 16 + 6 \times 4 - 10 \\ &= 80 + 24 - 10 \\ &= 94 \end{aligned}$$

b.  $2c + 3c^2 - 5$ , si  $c = -6$

$$\begin{aligned} 2c + 3c^2 - 5 &= 2 \times (-6) + 3 \times (-6)^2 - 5 \\ &= 2 \times (-6) + 3 \times 36 - 5 \\ &= -12 + 108 - 5 \\ &= 91 \end{aligned}$$



Encuentre el valor numérico de los siguientes polinomios.

a.  $8x + 4y$ , si  $x = 4$ ,  $y = 2$

b.  $6a - 2b$ , si  $a = 2$ ,  $b = 5$

c.  $4x^2 + 5x - 6$ , si  $x = 2$

d.  $2y + 3y^2 - 7$ , si  $y = 3$

e.  $3a - 4b - 12$ , si  $a = 6$ ,  $b = -3$

f.  $x + 8y - 10$ , si  $x = -6$ ,  $y = -1$

g.  $3a - 5b + 8$ , si  $a = -5$ ,  $b = 2$

h.  $5a^2 + 6a - 7$ , si  $a = -2$

i.  $-7a - 6a^2 + 11$ , si  $a = -3$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $8x + 4y = 8 \times 4 + 4 \times 2 = 32 + 8 = 40$
- $6a - 2b = 6 \times 2 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$
- $4x^2 + 5x - 6 = 4 \times 2^2 + 5 \times 2 - 6 = 4 \times 4 + 10 - 6 = 16 + 10 - 6 = 20$
- $2y + 3y^2 - 7 = 2 \times 3 + 3 \times 3^2 - 7 = 6 + 3 \times 9 - 7 = 6 + 27 - 7 = 26$
- $3a - 4b - 12 = 3 \times 6 - 4 \times (-3) - 12 = 18 + 12 - 12 = 18$
- $x + 8y - 10 = -6 + 8 \times (-1) - 10 = -6 - 8 - 10 = -24$
- $3a - 5b + 8 = 3 \times (-5) - 5 \times 2 + 8 = -15 - 10 + 8 = -17$
- $5a^2 + 6a - 7 = 5 \times (-2)^2 + 6 \times (-2) - 7 = 5 \times 4 - 12 - 7 = 20 - 12 - 7 = 1$
- $-7a - 6a^2 + 11 = -7 \times (-3) - 6 \times (-3)^2 + 11 = 21 - 6 \times 9 + 11 = 21 - 54 + 11 = -22$



20

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

Fecha: dd - mm - aa

1-2-9 Valor numérico de polinomios

(P) Encuentre el valor numérico del polinomio  $7x - 8y$ , si  $x = 3$ ,  $y = 2$ .

(S) Se sustituyen  $x$  por 3 y  $y$  por 2.

$$\begin{aligned} 7x - 8y &= 7 \times 3 - 8 \times 2 \\ &= 21 - 16 \\ &= 5 \end{aligned}$$

(C) El valor numérico de un polinomio se obtiene al sustituir las variables de la expresión por números.

Ejemplo:

a.  $5a^2 + 6a - 10$ , si  $a = 4$

$$\begin{aligned} 5a^2 + 6a - 10 &= 5 \times 4^2 + 6 \times 4 - 10 \\ &= 5 \times 16 + 6 \times 4 - 10 \\ &= 80 + 24 - 10 \\ &= 94 \end{aligned}$$

b.  $2c + 3c^2 - 5$ , si  $c = -6$

$$\begin{aligned} 2c + 3c^2 - 5 &= 2 \times (-6) + 3 \times (-6)^2 - 5 \\ &= 2 \times (-6) + 3 \times 36 - 5 \\ &= -12 + 108 - 5 \\ &= 91 \end{aligned}$$

(E) Encuentre el valor numérico.

a.  $8x + 4y$ , si  $x = 4$ ,  $y = 2$

$$\begin{aligned} 8x + 4y &= 8 \times 4 + 4 \times 2 \\ &= 32 + 8 \\ &= 40 \end{aligned}$$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 10 Multiplicación de un monomio y un binomio

#### Aprendizaje esperado:

Multiplica un monomio por un binomio.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

#### Clase 10 Multiplicación de un monomio y un binomio



Calcule las siguientes expresiones.

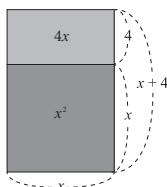
- a.  $x(x+4)$   
b.  $-x(x+3)$



a. Considere el área del rectángulo cuya base es  $x$  y altura es  $x+4$ .

$$\begin{aligned} x(x+4) &= x \times x + x \times 4 \\ &= x^2 + 4x \end{aligned}$$

Se multiplica el monomio por cada término del binomio.



b.  $-x(x+3) = (-x) \times x + (-x) \times 3$  Se multiplica el monomio por cada término del binomio.

$$= -x^2 - 3x$$



Para multiplicar un monomio por un binomio, se calcula el monomio por cada término del binomio, aplicando la propiedad distributiva.

$$a(b+c) = ab+ac$$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $x(x+6)$       b.  $-x(x+7)$       c.  $b(b-5)$       d.  $-a(a-8)$   
e.  $x(x+5)$       f.  $y(y-6)$       g.  $-y(y-3)$       h.  $-x(x+9)$   
i.  $2a(a+9)$       j.  $3a(a-2)$       k.  $-5y(2y+3)$       l.  $4x(x-5)$   
m.  $-6x(x+3)$       n.  $3b(7b+9)$       o.  $-7y(6y+8)$       p.  $8a(8a+4)$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $x(x+6) = x \times x + x \times 6 = x^2 + 6x$   
b.  $-x(x+7) = (-x) \times x + (-x) \times 7 = -x^2 - 7x$   
c.  $b(b-5) = b \times b + b \times (-5) = b^2 - 5b$   
d.  $-a(a-8) = (-a) \times a + (-a) \times (-8) = -a^2 + 8a$   
e.  $x(x+5) = x \times x + x \times 5 = x^2 + 5x$   
f.  $y(y-6) = y \times y + y \times (-6) = y^2 - 6y$   
g.  $-y(y-3) = (-y) \times y + (-y) \times (-3) = -y^2 + 3y$   
h.  $-x(x+9) = (-x) \times x + (-x) \times 9 = -x^2 - 9x$   
i.  $2a(a+9) = 2a \times a + 2a \times 9 = 2a^2 + 18a$   
j.  $3a(a-2) = 3a \times a + 3a \times (-2) = 3a^2 - 6a$   
k.  $-5y(2y+3) = (-5y) \times 2y + (-5y) \times 3 = -10y^2 - 15y$   
l.  $4x(x-5) = 4x \times x + 4x \times (-5) = 4x^2 - 20x$   
m.  $-6x(x+3) = (-6x) \times x + (-6x) \times 3 = -6x^2 - 18x$   
n.  $3b(7b+9) = 3b \times 7b + 3b \times 9 = 21b^2 + 27b$   
o.  $-7y(6y+8) = (-7y) \times 6y + (-7y) \times 8 = -42y^2 - 56y$   
p.  $8a(8a+4) = 8a \times 8a + 8a \times 4 = 64a^2 + 32a$

Fecha: dd - mm - aa

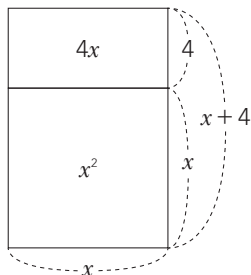
1-2-10 Multiplicación de un monomio y un binomio

(P) Calcule.

- a.  $x(x+4)$   
b.  $-x(x+3)$



a.



$$\begin{aligned} x(x+4) &= x \times x + x \times 4 \\ &= x^2 + 4x \end{aligned}$$

Se multiplica el monomio por cada término del binomio.

$$\begin{aligned} b. -x(x+3) &= (-x) \times x + (-x) \times 3 \\ &= -x^2 - 3x \end{aligned}$$

(C) Para multiplicar un monomio por un binomio, se aplica la propiedad distributiva.

$$a(b+c) = ab+ac$$

(E) Calcule.

$$\begin{aligned} a. x(x+6) &= x \times x + x \times 6 \\ &= x^2 + 6x \end{aligned}$$



## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 11 Multiplicación de un binomio y un binomio (1)

**Aprendizaje esperado:**  
Multiplica binomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 11 Multiplicación de un binomio y un binomio (1)

**P** Calcule la siguiente expresión.  
 $(x+2)(y+5)$

**S** Forma 1.  
Sustituya  $(y+5)$  por  $W$ , y calcule como una multiplicación de binomio y monomio.

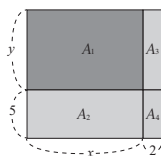
$$\begin{aligned}(x+2)(y+5) &= (x+2) \times W \\ &= x \times W + 2 \times W \\ &= x(y+5) + 2(y+5) \quad \text{Se sustituye } W \text{ por } (y+5). \\ &= xy + 5x + 2y + 10\end{aligned}$$

Forma 2.  
Considere el área del rectángulo cuya base es  $x+2$  y altura es  $y+5$ .  
Por lo que el área  $(A) = (x+2)(y+5)$ .  
Se puede obtener el área total sumando cada una de las áreas que forman el rectángulo.

$$(x+2)(y+5) = (A_1) + (A_2) + (A_3) + (A_4)$$

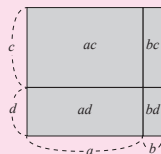
$$\begin{aligned}(A_1) &= x \times y = xy \\ (A_2) &= x \times 5 = 5x \\ (A_3) &= 2 \times y = 2y \\ (A_4) &= 2 \times 5 = 10\end{aligned}$$

Por tanto,  $(x+2)(y+5) = xy + 5x + 2y + 10$ .



**C** Para multiplicar un binomio por un binomio, se calcula cada término del primer binomio por cada término del segundo binomio.

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$



Ejemplo:

$$\begin{aligned}(3x+6)(y+2) &= 3x \times y + 3x \times 2 + 6 \times y + 6 \times 2 \\ &= 3xy + 6x + 6y + 12\end{aligned}$$

**E** Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(x+3)(y+6)$     b.  $(x+4)(y+2)$     c.  $(a+8)(b+10)$     d.  $(a+7)(b+3)$   
e.  $(2x+1)(y+4)$     f.  $(3x+4)(y+6)$     g.  $(5a+3)(b+1)$     h.  $(6a+2)(b+5)$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $(x+3)(y+6) = x \times y + x \times 6 + 3 \times y + 3 \times 6$   
 $= xy + 6x + 3y + 18$   
b.  $(x+4)(y+2) = x \times y + x \times 2 + 4 \times y + 4 \times 2$   
 $= xy + 2x + 4y + 8$   
c.  $(a+8)(b+10) = a \times b + a \times 10 + 8 \times b + 8 \times 10$   
 $= ab + 10a + 8b + 80$   
d.  $(a+7)(b+3) = a \times b + a \times 3 + 7 \times b + 7 \times 3$   
 $= ab + 3a + 7b + 21$   
e.  $(2x+1)(y+4) = 2x \times y + 2x \times 4 + 1 \times y + 1 \times 4$   
 $= 2xy + 8x + y + 4$   
f.  $(3x+4)(y+6) = 3x \times y + 3x \times 6 + 4 \times y + 4 \times 6$   
 $= 3xy + 18x + 4y + 24$   
g.  $(5a+3)(b+1) = 5a \times b + 5a \times 1 + 3 \times b + 3 \times 1$   
 $= 5ab + 5a + 3b + 3$   
h.  $(6a+2)(b+5) = 6a \times b + 6a \times 5 + 2 \times b + 2 \times 5$   
 $= 6ab + 30a + 2b + 10$

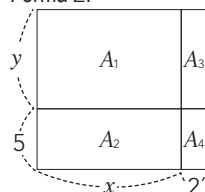
Fecha: dd - mm - aa

1-2-11 Multiplicación de un binomio y un binomio (1)

**P** Calcule.  
 $(x+2)(y+5)$

**S** Forma 1.  
Sustituya  $(y+5)$  por  $W$ .  
 $(x+2)(y+5) = (x+2) \times W$   
 $= x \times W + 2 \times W$   
 $= x(y+5) + 2(y+5) \quad \text{Se sustituye } W \text{ por } (y+5).$   
 $= xy + 5x + 2y + 10$

Forma 2.



Base:  $x+2$   
Altura:  $y+5$

$$\text{Área}(A) = (x+2)(y+5)$$

$$(x+2)(y+5) = (A_1) + (A_2) + (A_3) + (A_4)$$

$$(A_1) = x \times y = xy$$

$$(A_2) = x \times 5 = 5x$$

$$(A_3) = 2 \times y = 2y$$

$$(A_4) = 2 \times 5 = 10$$

$$(x+2)(y+5) = xy + 5x + 2y + 10$$

**C** Para multiplicar un binomio por un binomio, se calcula cada término del primer binomio por cada término del segundo binomio.

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(3x+6)(y+2) &= 3x \times y + 3x \times 2 + 6 \times y + 6 \times 2 \\ &= 3xy + 6x + 6y + 12\end{aligned}$$

**E** Calcule.

a.  $(x+3)(y+6) = x \times y + x \times 6 + 3 \times y + 3 \times 6$   
 $= xy + 6x + 3y + 18$

## Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

### Clase 12 Multiplicación de un binomio y un binomio (2)

**Aprendizaje esperado:**  
Multiplica binomios.

#### Sección 2 Operaciones básicas con polinomios

##### Clase 12 Multiplicación de un binomio y un binomio (2)



Calcule la siguiente expresión.  
 $(2x - 1)(y + 4)$



Forma 1.  
Sustituya  $(y + 4)$  por  $W$ , y calcule como una multiplicación de binomio y monomio.

$$\begin{aligned}(2x - 1)(y + 4) &= (2x - 1) \times W \\ &= 2x \times W - 1 \times W \\ &= 2x \times (y + 4) - 1 \times (y + 4) \quad \text{Se sustituye } W \text{ por } (y + 4). \\ &= 2xy + 8x - y - 4\end{aligned}$$

Forma 2.

Escriba el primer binomio  $2x - 1$  como una suma de la siguiente manera  $2x + (-1)$ .  
Multiplique los binomios, como lo aprendió en la clase anterior.

$$\begin{aligned}(2x - 1)(y + 4) &= [2x + (-1)] \times (y + 4) \\ &= 2x \times y + 2x \times 4 + (-1) \times y + (-1) \times 4 \\ &= 2xy + 8x + (-y) + (-4) \\ &= 2xy + 8x - y - 4\end{aligned}$$

La resta de  $a - b$  puede escribirse como:  
 $a - b = a + (-b)$



Para multiplicar un binomio por un binomio, se calcula cada término del primer binomio por cada término del segundo binomio.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(-5a - 4b)(2c - 3) &= (-5a) \times 2c + (-5a) \times (-3) + (-4b) \times 2c + (-4b) \times (-3) \\ &= -10ac + 15a - 8bc + 12b\end{aligned}$$



Calcule las siguientes expresiones.

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| a. $(x - 3)(y + 4)$     | b. $(-6a - 5)(8b - 4)$  |
| c. $(2x - 3y)(6a - 1)$  | d. $(7y + 4)(2z - 5)$   |
| e. $(-5a - 3)(-4b + 2)$ | f. $(8 + 2x)(3a - 4y)$  |
| g. $(2 + 9a)(-6b - 2)$  | h. $(-4a - 3x)(8y - 5)$ |

#### Solucionario de los ejercicios:

- $(x - 3)(y + 4)$   
 $= x \times y + x \times 4 + (-3) \times y + (-3) \times 4$   
 $= xy + 4x - 3y - 12$
- $(-6a - 5)(8b - 4)$   
 $= (-6a) \times 8b + (-6a) \times (-4) + (-5) \times 8b$   
 $+ (-5) \times (-4)$   
 $= -48ab + 24a - 40b + 20$
- $(2x - 3y)(6a - 1)$   
 $= 2x \times 6a + 2x \times (-1) + (-3y) \times 6a + (-3y) \times (-1)$   
 $= 12ax - 2x - 18ay + 3y$
- $(7y + 4)(2z - 5)$   
 $= 7y \times 2z + 7y \times (-5) + 4 \times 2z + 4 \times (-5)$   
 $= 14yz - 35y + 8z - 20$
- $(-5a - 3)(-4b + 2)$   
 $= (-5a) \times (-4b) + (-5a) \times 2 + (-3) \times (-4b)$   
 $+ (-3) \times 2$   
 $= 20ab - 10a + 12b - 6$
- $(8 + 2x)(3a - 4y)$   
 $= 8 \times 3a + 8 \times (-4y) + 2x \times 3a + 2x \times (-4y)$   
 $= 24a - 32y + 6ax - 8xy$
- $(2 + 9a)(-6b - 2)$   
 $= 2 \times (-6b) + 2 \times (-2) + 9a \times (-6b) + 9a \times (-2)$   
 $= -12b - 4 - 54ab - 18a$
- $(-4a - 3x)(8y - 5)$   
 $= (-4a) \times 8y + (-4a) \times (-5) + (-3x) \times 8y$   
 $+ (-3x) \times (-5)$   
 $= -32ay + 20a - 24xy + 15x$

Fecha: dd - mm - aa

1-2-12 Multiplicación de un binomio y un binomio (2)



Calcule.  
 $(2x - 1)(y + 4)$



Forma 1.  
Sustituya  $(y + 4)$  por  $W$ .

$$\begin{aligned}(2x - 1)(y + 4) &= (2x - 1) \times W \\ &= 2x \times W - 1 \times W \\ &= 2x \times (y + 4) - 1 \times (y + 4) \\ &= 2xy + 8x - y - 4\end{aligned}$$

Forma 2.

Escriba  $2x - 1$  como  $2x + (-1)$ .

$$\begin{aligned}(2x - 1)(y + 4) &= [2x + (-1)] \times (y + 4) \\ &= 2x \times y + 2x \times 4 + (-1) \times y + (-1) \times 4 \\ &= 2xy + 8x + (-y) + (-4) \\ &= 2xy + 8x - y - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{C} \quad (a + b)(c + d) &= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(-5a - 4b)(2c - 3) &= (-5a) \times 2c + (-5a) \times (-3) + (-4b) \times 2c + (-4b) \times (-3) \\ &= -10ac + 15a - 8bc + 12b\end{aligned}$$

Calcule.

$$\begin{aligned}\textcircled{E} \quad \text{a. } (x - 3)(y + 4) &= x \times y + x \times 4 + (-3) \times y + (-3) \times 4 \\ &= xy + 4x - 3y - 12\end{aligned}$$

## Sección 3 Productos notables

### Clase 1 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$

#### Aprendizaje esperado:

Desarrolla un producto de la forma  $(x + a)(x + b)$ .

#### Sección 3 Productos notables

##### Clase 1 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$



Desarrolla la siguiente expresión.  
 $(x + 2)(x + 3)$



$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 3) &= x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3 \text{ Se multiplica utilizando la propiedad distributiva.} \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + (3 + 2)x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$



Un producto de la forma  $(x + a)(x + b)$  se desarrolla:

$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x^2 + \overbrace{(a + b)x}^{\text{Suma de } a \text{ y } b} + \overbrace{ab}^{\text{Producto de } a \text{ y } b} \\ (x + 2)(x + 3) &= x^2 + \overbrace{(2 + 3)x}^{\text{Suma de } 2 \text{ y } 3} + \overbrace{2 \times 3}^{\text{Producto de } 2 \text{ y } 3} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

Ejemplo:

a.  $(x + 6)(x + 4) = x^2 + (6 + 4)x + 6 \times 4$   
 $= x^2 + 10x + 24$

b.  $(x - 2)(x + 5) = x^2 + (-2 + 5)x + (-2) \times 5$   
 $= x^2 + 3x - 10$

$$(x - 2)(x + 5) = [x + (-2)](x + 5)$$



c.  $(x - 7)(x - 3) = x^2 + (-7 - 3)x + (-7) \times (-3)$   
 $= x^2 - 10x + 21$

$$(x - 7)(x - 3) = [x + (-7)][x + (-3)]$$



Desarrolla las siguientes expresiones.

a.  $(x + 4)(x + 2)$

b.  $(x + 3)(x - 5)$

c.  $(y - 4)(y + 1)$

d.  $(y - 6)(y - 8)$

e.  $(x + 8)(x + 9)$

f.  $(y + 6)(y - 2)$

g.  $(y - 7)(y + 1)$

h.  $(x - 5)(x - 6)$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $(x + 4)(x + 2) = x^2 + (4 + 2)x + 4 \times 2 = x^2 + 6x + 8$

b.  $(x + 3)(x - 5) = x^2 + (3 - 5)x + 3 \times (-5)$   
 $= x^2 - 2x - 15$

c.  $(y - 4)(y + 1) = y^2 + (-4 + 1)y + (-4) \times 1$   
 $= y^2 - 3y - 4$

d.  $(y - 6)(y - 8) = y^2 + (-6 - 8)y + (-6) \times (-8)$   
 $= y^2 - 14y + 48$

e.  $(x + 8)(x + 9) = x^2 + (8 + 9)x + 8 \times 9$   
 $= x^2 + 17x + 72$

f.  $(y + 6)(y - 2) = y^2 + (6 - 2)y + 6 \times (-2)$   
 $= y^2 + 4y - 12$

g.  $(y - 7)(y + 1) = y^2 + (-7 + 1)y + (-7) \times 1$   
 $= y^2 - 6y - 7$

h.  $(x - 5)(x - 6) = x^2 + (-5 - 6)x + (-5) \times (-6)$   
 $= x^2 - 11x + 30$

Fecha: dd - mm - aa

1-3-1 Producto de la forma  $(x + a)(x + b)$

(P) Desarrolle.

$(x + 2)(x + 3)$



$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 3) &= x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3 \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + (3 + 2)x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x^2 + \overbrace{(a + b)x}^{\text{Suma de } a \text{ y } b} + \overbrace{ab}^{\text{Producto de } a \text{ y } b}\end{aligned}$$

Ejemplo:

a.  $(x + 6)(x + 4) = x^2 + (6 + 4)x + 6 \times 4$   
 $= x^2 + 10x + 24$

b.  $(x - 2)(x + 5) = x^2 + (-2 + 5)x + (-2) \times 5$   
 $= x^2 + 3x - 10$

c.  $(x - 7)(x - 3) = x^2 + (-7 - 3)x + (-7) \times (-3)$   
 $= x^2 - 10x + 21$

(E) Desarrolle.

a.  $(x + 4)(x + 2) = (x + 4)(x + 2)$   
 $= x^2 + (4 + 2)x + 4 \times 2$   
 $= x^2 + 6x + 8$

## Sección 3 Productos notables

### Clase 2 Cuadrado de un binomio (1)

#### Aprendizaje esperado:

Desarrolla un producto de la forma  $(x + a)^2$ .

#### Sección 3 Productos notables

##### Clase 2 Cuadrado de un binomio (1)



Desarrolle la siguiente expresión.  
 $(x + 3)^2$



$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= (x + 3)(x + 3) \\ &= x^2 + (3 + 3)x + 3 \times 3 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$



Un producto de la forma  $(x + a)^2$  se desarrolla:

$$(x + a)^2 = x^2 + \overbrace{2ax}^{\text{Dos veces } a} + \underbrace{a^2}_{\text{Cuadrado de } a}$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + \overbrace{2 \times 3 \times x}^{\text{Dos veces 3}} + \underbrace{3^2}_{\text{Cuadrado de 3}} \\ = x^2 + 6x + 9$$

Al resultado del desarrollo del cuadrado de la suma de un binomio se le llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x + 8)^2 &= x^2 + 2 \times 8 \times x + 8^2 \\ &= x^2 + 16x + 64\end{aligned}$$



Desarrolle las siguientes expresiones.

a.  $(x + 2)^2$

b.  $(y + 4)^2$

c.  $(x + 5)^2$

d.  $(x + 6)^2$

e.  $(x + 7)^2$

f.  $(y + 9)^2$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $(x + 2)^2 = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2 = x^2 + 4x + 4$
- $(y + 4)^2 = y^2 + 2 \times 4 \times y + 4^2 = y^2 + 8y + 16$
- $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
- $(x + 6)^2 = x^2 + 2 \times 6 \times x + 6^2 = x^2 + 12x + 36$
- $(x + 7)^2 = x^2 + 2 \times 7 \times x + 7^2 = x^2 + 14x + 49$
- $(y + 9)^2 = y^2 + 2 \times 9 \times y + 9^2 = y^2 + 18y + 81$

Fecha: dd - mm - aa

1-3-2 Cuadrado de un binomio (1)



Desarrolle.

$$(x + 3)^2$$



$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= (x + 3)(x + 3) \\ &= x^2 + (3 + 3)x + 3 \times 3 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$



$$(x + a)^2 = x^2 + \overbrace{2ax}^{\text{Dos veces } a} + \underbrace{a^2}_{\text{Cuadrado de } a}$$

Al resultado del desarrollo del cuadrado de la suma de un binomio se le llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x + 8)^2 &= x^2 + 2 \times 8 \times x + 8^2 \\ &= x^2 + 16x + 64\end{aligned}$$



Desarrolle.

$$\begin{aligned}\text{a. } (x + 2)^2 &= x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2 \\ &= x^2 + 4x + 4\end{aligned}$$

## Sección 3 Productos notables

### Clase 3 Cuadrado de un binomio (2)

#### Aprendizaje esperado:

Desarrolla un producto de la forma  $(x - a)^2$ .

#### Sección 3 Productos notables

#### Clase 3 Cuadrado de un binomio (2)



Desarrolle la siguiente expresión.  
 $(x - 5)^2$



$$\begin{aligned}(x - 5)^2 &= (x - 5)(x - 5) \\ &= x^2 + (-5 - 5)x + (-5) \times (-5) \\ &= x^2 - 10x + 25\end{aligned}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$



Un producto de la forma  $(x - a)^2$  se desarrolla:

$$(x - a)^2 = x^2 - \overset{\text{Dos veces } a}{2ax} + \underbrace{a^2}_{\text{Cuadrado de } a}$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - \overset{\text{Dos veces 5}}{2 \times 5 \times x} + \underbrace{5^2}_{\text{Cuadrado de 5}}$$

Al resultado del desarrollo del cuadrado de la diferencia de un binomio se le llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x - 9)^2 &= x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2 \\ &= x^2 - 18x + 81\end{aligned}$$



Desarrolle las siguientes expresiones.

a.  $(x - 3)^2$

b.  $(y - 4)^2$

c.  $(x - 6)^2$

d.  $(y - 1)^2$

e.  $(x - 7)^2$

f.  $(y - 8)^2$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(y - 4)^2 = y^2 - 2 \times 4 \times y + 4^2 = y^2 - 8y + 16$
- $(x - 6)^2 = x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2 = x^2 - 12x + 36$
- $(y - 1)^2 = y^2 - 2 \times 1 \times y + 1^2 = y^2 - 2y + 1$
- $(x - 7)^2 = x^2 - 2 \times 7 \times x + 7^2 = x^2 - 14x + 49$
- $(y - 8)^2 = y^2 - 2 \times 8 \times y + 8^2 = y^2 - 16y + 64$

Fecha: dd - mm - aa

1-3-3 Cuadrado de un binomio (2)

(P) Desarrolle.  
 $(x - a)^2$

$$\begin{aligned}(x - 5)^2 &= (x - 5)(x - 5) \\ &= x^2 + (-5 - 5)x + (-5) \times (-5) \\ &= x^2 - 10x + 25\end{aligned}$$

$$(x - a)^2 = x^2 - \overset{\text{Dos veces } a}{2ax} + \underbrace{a^2}_{\text{Cuadrado de } a}$$

Al resultado del desarrollo del cuadrado de la diferencia de un binomio se le llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x - 9)^2 &= x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2 \\ &= x^2 - 18x + 81\end{aligned}$$

(E) Desarrolle.

a.  $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

# Sección 3 Productos notables

## Clase 4 Producto de la forma $(x + a)(x - a)$

### Aprendizaje esperado:

Desarrolla un producto de la forma  $(x + a)(x - a)$ .

### Sección 3 Productos notables

#### Clase 4 Producto de la forma $(x + a)(x - a)$



Desarrolle la siguiente expresión.  
 $(x + 3)(x - 3)$



$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 3) &= x^2 + (3 - 3)x + 3 \times (-3) \\ &= x^2 + 0x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$



Un producto de la forma  $(x + a)(x - a)$  se desarrolla:

$$(x + a)(x - a) = x^2 - \overbrace{a^2}^{\text{Cuadrado de } a}$$

$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 3) &= x^2 - \overbrace{3^2}^{\text{Cuadrado de 3}} \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

Al resultado del desarrollo del producto de la suma y la diferencia de binomios se le llama **diferencia de cuadrados**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x - 5)(x + 5) &= x^2 - 5^2 \\ &= x^2 - 25\end{aligned}$$



Desarrolle las siguientes expresiones.

a.  $(x + 2)(x - 2)$

b.  $(y + 4)(y - 4)$

c.  $(x - 6)(x + 6)$

d.  $(y - 1)(y + 1)$

e.  $(x + 7)(x - 7)$

f.  $(x - 8)(x + 8)$

g.  $(x - 9)(x + 9)$

h.  $(y + 10)(y - 10)$

### Solucionario de los ejercicios:

- $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$
- $(y + 4)(y - 4) = y^2 - 4^2 = y^2 - 16$
- $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 6^2 = x^2 - 36$
- $(y - 1)(y + 1) = y^2 - 1^2 = y^2 - 1$
- $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$
- $(x - 8)(x + 8) = x^2 - 8^2 = x^2 - 64$
- $(x - 9)(x + 9) = x^2 - 9^2 = x^2 - 81$
- $(y + 10)(y - 10) = y^2 - 10^2 = y^2 - 100$

Fecha: dd - mm - aa

1-3-4 Producto de la forma  $(x + a)(x - a)$



Desarrolle.

$$(x + a)(x - a)$$



$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 3) &= x^2 + (3 - 3)x + 3 \times (-3) \\ &= x^2 + 0x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$



$$(x + a)(x - a) = x^2 - \overbrace{a^2}^{\text{Cuadrado de } a}$$

Al resultado del desarrollo del producto de la suma por la diferencia de binomios se le llama **diferencia de cuadrados**.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}a. (x - 5)(x + 5) &= x^2 - 5^2 \\ &= x^2 - 25\end{aligned}$$



Desarrolle.

$$\begin{aligned}a. (x + 2)(x - 2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

## Sección 3 Productos notables

### Clase 5 Producto de la forma $(ax + b)(ax + c)$

#### Aprendizaje esperado:

Desarrolla un producto de la forma  $(ax + b)(ax + c)$ .

#### Sección 3 Productos notables

##### Clase 5 Producto de la forma $(ax + b)(ax + c)$



Desarrolle la siguiente expresión.  
 $(2x + 2)(2x + 3)$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$



Desarrolle utilizando sustitución.

$$(2x + 2)(2x + 3)$$

$$= (W + 2)(W + 3)$$

$$= W^2 + (2 + 3)W + 2 \times 3$$

$$= W^2 + 5W + 6$$

$$= (2x)^2 + 5 \times 2x + 6$$

$$= 4x^2 + 10x + 6$$

Se sustituye  $2x$  por  $W$  en la expresión inicial.

Se aplica la forma:  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ .

Se sustituye  $W$  por  $2x$ .



Un producto de la forma  $(ax + b)(ax + c)$  se desarrolla:

$$\begin{aligned}(ax + b)(ax + c) &= (ax)^2 + (b + c)(ax) + bc \\ &= a^2x^2 + (ab + ac)x + bc\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\text{a. } (3y + 1)(3y + 4) &= (3y)^2 + (1 + 4) \times 3y + 1 \times 4 \\ &= 3^2y^2 + 5 \times 3y + 4 \\ &= 9y^2 + 15y + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b. } (2y - 4)(2y + 6) &= (2y)^2 + (-4 + 6) \times 2y + (-4) \times 6 \\ &= 2^2y^2 + 2 \times 2y + (-24) \\ &= 4y^2 + 4y - 24\end{aligned}$$



Desarrolle las siguientes expresiones.

a.  $(2x + 4)(2x + 2)$

b.  $(4a + 3)(4a - 5)$

c.  $(5y - 4)(5y + 1)$

d.  $(3b - 7)(3b - 3)$

e.  $(2a + 2)(2a - 3)$

f.  $(3x + 1)(3x + 6)$

g.  $(4x - 5)(4x + 3)$

h.  $(6y - 5)(6y - 8)$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $(2x + 4)(2x + 2) = (2x)^2 + (4 + 2) \times 2x + 4 \times 2$   
 $= 2^2x^2 + 6 \times 2x + 8 = 4x^2 + 12x + 8$
- $(4a + 3)(4a - 5) = (4a)^2 + (3 - 5) \times 4a + 3 \times (-5)$   
 $= 4^2a^2 + (-2) \times 4a - 15 = 16a^2 - 8a - 15$
- $(5y - 4)(5y + 1) = (5y)^2 + (-4 + 1) \times 5y + (-4) \times 1$   
 $= 5^2y^2 + (-3) \times 5y - 4 = 25y^2 - 15y - 4$
- $(3b - 7)(3b - 3) = (3b)^2 + (-7 - 3) \times 3b + (-7) \times (-3)$   
 $= 3^2b^2 + (-10) \times 3b + 21 = 9b^2 - 30b + 21$
- $(2a + 2)(2a - 3) = (2a)^2 + (2 - 3) \times 2a + 2 \times (-3)$   
 $= 2^2a^2 + (-1) \times 2a - 6 = 4a^2 - 2a - 6$
- $(3x + 1)(3x + 6) = (3x)^2 + (1 + 6) \times 3x + 1 \times 6$   
 $= 3^2x^2 + 7 \times 3x + 6 = 9x^2 + 21x + 6$
- $(4x - 5)(4x + 3) = (4x)^2 + (-5 + 3) \times 4x + (-5) \times 3$   
 $= 4^2x^2 + (-2) \times 4x - 15 = 16x^2 - 8x - 15$
- $(6y - 5)(6y - 8) = (6y)^2 + (-5 - 8) \times 6y + (-5) \times (-8)$   
 $= 6^2y^2 + (-13) \times 6y + 40 = 36y^2 - 78y + 40$

Fecha: dd - mm - aa

1-3-5 Producto de la forma  $(ax + b)(ax + c)$

**P** Desarrolle.

$(2x + 2)(2x + 3)$

**S**

$(2x + 2)(2x + 3)$

$= (W + 2)(W + 3)$

Se sustituye  $2x$  por  $W$ .

$= W^2 + (2 + 3)W + 2 \times 3$

Se aplica  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ .

$= W^2 + 5W + 6$

$= (2x)^2 + 5 \times 2x + 6$

Se sustituye  $W$  por  $2x$ .

$= 4x^2 + 10x + 6$

**C**

$(ax + b)(ax + c) = (ax)^2 + (b + c)(ax) + bc$

$= a^2x^2 + (ab + ac)x + bc$

Ejemplo:

a.  $(3y + 1)(3y + 4)$

$= (3y)^2 + (1 + 4) \times 3y + 1 \times 4$

$= 3^2y^2 + 5 \times 3y + 4$

$= 9y^2 + 15y + 4$

b.  $(2y - 4)(2y + 6)$

$= (2y)^2 + (-4 + 6) \times 2y + (-4) \times 6$

$= 2^2y^2 + 2 \times 2y + (-24)$

$= 4y^2 + 4y - 24$

**E** Desarrolle.

a.  $(2x + 4)(2x + 2)$

$= (2x)^2 + (4 + 2) \times 2x + 4 \times 2$

$= 2^2x^2 + 6 \times 2x + 8$

$= 4x^2 + 12x + 8$

# Sección 4 Sistemas de ecuaciones

## Clase 1 Repaso de ecuaciones de primer grado

### Aprendizaje esperado:

Resuelve una ecuación de primer grado.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 1 Repaso de ecuaciones de primer grado

**P**

Resuelva las siguientes ecuaciones.

- $x + 3 = 5$
- $x - 2 = 6$
- $4x = 12$
- $\frac{x}{2} = 5$

**S**

Forma 1.

$$\begin{aligned} \text{a. } x + 3 &= 5 \\ x + 3 - 3 &= 5 - 3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } x - 2 &= 6 \\ x - 2 + 2 &= 6 + 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 4x &= 12 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{12}{4} \\ x &= \frac{12}{4} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{x}{2} &= 5 \\ \frac{x}{2} \times 2 &= 5 \times 2 \\ x &= 5 \times 2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned} x + 3 &= 5 \\ x &= 5 - 3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2 &= 6 \\ x &= 6 + 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x &= 12 \\ 4 \times x &= 12 \\ x \times 4 &= 12 \\ x &= 12 \div 4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &= 5 \\ x \div 2 &= 5 \\ x &= 5 \times 2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Se traslada el 3 del miembro izquierdo al miembro derecho realizando la operación inversa.

Se traslada el 2 del miembro izquierdo al miembro derecho realizando la operación inversa.

Se traslada el 4 del miembro izquierdo al miembro derecho dividiendo el miembro derecho entre 4.

Se traslada el 2 del miembro izquierdo al miembro derecho multiplicando el miembro derecho por 2.

**C**

Cuando  $a$  se traslada de un miembro al otro miembro de la ecuación:

$$x + a = b \longrightarrow x = b - a$$

La suma cambia a resta.

$$x - a = b \longrightarrow x = b + a$$

La resta cambia a suma.

$$ax = b \longrightarrow x = \frac{b}{a}$$

La multiplicación cambia a división.

$$(x \times a) = b \longrightarrow (x = b \div a)$$

La división cambia a multiplicación.

$$\frac{x}{a} = b \longrightarrow x = a \times b$$

$$(x \div a) = b \longrightarrow (x = b \times a)$$

**E**

Resuelva las siguientes ecuaciones.

$$\text{a. } x + 4 = 7$$

$$\text{b. } x - 5 = 3$$

$$\text{c. } 5x = 25$$

$$\text{d. } \frac{x}{3} = 4$$

$$\text{e. } x + 6 = 5$$

$$\text{f. } x - 7 = 7$$

$$\text{g. } 4x = -24$$

$$\text{h. } \frac{x}{5} = -3$$

### Solucionario de los ejercicios:

- $x + 4 = 7$   
 $x = 7 - 4$   
 $x = 3$
- $x - 5 = 3$   
 $x = 3 + 5$   
 $x = 8$
- $5x = 25$   
 $5 \times x = 25$   
 $x \times 5 = 25$   
 $x = 25 \div 5$   
 $x = 5$
- $\frac{x}{3} = 4$   
 $x \div 3 = 4$   
 $x = 4 \times 3$   
 $x = 12$
- $x + 6 = 5$   
 $x = 5 - 6$   
 $x = -1$
- $x - 7 = 7$   
 $x = 7 + 7$   
 $x = 14$
- $4x = -24$   
 $4 \times x = -24$   
 $x \times 4 = -24$   
 $x = -24 \div 4$   
 $x = -6$
- $\frac{x}{5} = -3$   
 $x \div 5 = -3$   
 $x = -3 \times 5$   
 $x = -15$

Fecha: dd - mm - aa

1-4-1 Repaso de ecuaciones de primer grado

**P** Resuelva.

- $x + 3 = 5$
- $x - 2 = 6$
- $4x = 12$
- $\frac{x}{2} = 5$

**S**

- $x + 3 = 5$   
 $x = 5 - 3$   
 $x = 2$   
Se traslada 3 del miembro izquierdo al miembro derecho.
- $x - 2 = 6$   
 $x = 6 + 2$   
 $x = 8$   
Se traslada 2 del miembro izquierdo al miembro derecho.

$$\text{c. } 4x = 12$$

$$4 \times x = 12$$

$$x \times 4 = 12$$

$$x = 12 \div 4$$

$$x = 3$$

$$\text{d. } \frac{x}{2} = 5$$

$$x \div 2 = 5$$

$$x = 5 \times 2$$

$$x = 10$$

Se traslada 4 del miembro izquierdo al miembro derecho dividiendo el miembro derecho entre 4.

Se traslada 2 del miembro izquierdo al miembro derecho multiplicando el miembro derecho por 2.

**C**

$$x + a = b \longrightarrow x = b - a$$

$$x - a = b \longrightarrow x = b + a$$

$$ax = b \longrightarrow x = \frac{b}{a}$$

$$(x \times a) = b \longrightarrow (x = b \div a)$$

$$\frac{x}{a} = b \longrightarrow x = a \times b$$

$$(x \div a) = b \longrightarrow (x = b \times a)$$

**E** Resuelva.

- $x + 4 = 7$   
 $x = 7 - 4$   
 $x = 3$
- $x - 5 = 3$   
 $x = 3 + 5$   
 $x = 8$
- $5x = 25$   
 $5 \times x = 25$   
 $x \times 5 = 25$   
 $x = 25 \div 5$   
 $x = 5$
- $\frac{x}{3} = 4$   
 $x \div 3 = 4$   
 $x = 4 \times 3$   
 $x = 12$



## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 2 Significado del sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

#### Aprendizaje esperado:

Escribe una ecuación de primer grado con dos incógnitas.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

##### Clase 2 Significado del sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

**P** Juan vende mandarinas y manzanas. Ayer vendió 7 frutas y obtuvo 9 quetzales en total. El precio era 1 quetzal por cada mandarina y 2 quetzales por cada manzana. Considere  $x$  como el número de mandarinas y  $y$  como el número de manzanas.

- Escriba una ecuación que represente la condición “vendió 7 frutas”.
- Escriba una ecuación que represente la condición “obtuvo 9 quetzales”.

**S** a. La ecuación que representa la condición “vendió 7 frutas” es  $x + y = 7$ .

b. La ecuación que representa la condición “obtuvo 9 quetzales” es  $x + 2y = 9$ .

Las ecuaciones como  $x + y = 7$  y  $x + 2y = 9$  son ecuaciones con dos variables.

**C** A un conjunto de dos o más ecuaciones, tal como se muestra abajo, se le llama **sistema de ecuaciones**.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

**E** María compró 8 postres y pagó 20 quetzales en total. Los 8 postres consistieron en galletitas y pastelitos. Cada galletita le costó 2 quetzales y 1 pastelito costó 3 quetzales. Considere  $x$  como el número de galletitas y  $y$  como el número de pastelitos.

- Escriba una ecuación que represente la condición “compró 8 unidades de postre en total”.
- Escriba una ecuación que represente la condición “pagó 20 quetzales en total”.

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $x + y = 8$

b.  $2x + 3y = 20$

Fecha: dd – mm – aa

1-4-2 Significado del sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

**P** Juan vende mandarinas y manzanas. Ayer vendió 7 frutas y obtuvo 9 quetzales. El precio fue 1 quetzal por cada mandarina y 2 quetzales por cada manzana.

$x$  representa el número de mandarinas.

$y$  representa el número de manzanas.

- Escriba una ecuación que represente “vendió 7 frutas”.
- Escriba una ecuación que represente “obtuvo 9 quetzales”.

**S** a.  $x + y = 7$

b.  $x + 2y = 9$

$x + y = 7$  y  $x + 2y = 9$  son ecuaciones con dos variables.

**C** A un conjunto de dos o más ecuaciones, se le llama **sistema de ecuaciones**.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

**E** María compró 8 postres y pagó 20 quetzales. Los 8 postres consistieron en galletitas y pastelitos. Cada galletita le costó 2 quetzales y 1 pastelito costó 3 quetzales.

$x$  representa el número de galletitas.

$y$  representa el número de pastelitos.

- Escriba una ecuación que represente la condición “compró 8 unidades de postre en total”.

R:  $x + y = 8$

- Escriba una ecuación que represente la condición “pagó 20 quetzales en total”.

R:  $2x + 3y = 20$

## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 3 Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

#### Aprendizaje esperado:

Determina el valor de las incógnitas que satisfacen un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 3 Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

**P** Recuerde el planteamiento de la clase anterior: Juan vende mandarinas y manzanas. Ayer vendió 7 frutas y obtuvo 9 quetzales en total. El precio era 1 quetzal por cada mandarina y 2 quetzales por cada manzana.

Considerando a  $x$  como el número de mandarinas y a  $y$  como el número de manzanas, las siguientes ecuaciones representan las condiciones:

"vendió 7 frutas"  $\rightarrow x + y = 7$   
"obtuvo 9 quetzales"  $\rightarrow x + 2y = 9$

A fin de encontrar los valores de  $x$  y  $y$  que satisfacen las dos condiciones al mismo tiempo, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 7 & \textcircled{1} \\ x + 2y = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$$

a. Complete la siguiente tabla.

Ejemplo: si  $x = 0$  y  $y = 7$ , entonces  $x + y = 7$  y  $x + 2y = 14$

| $x$      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
|----------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| $y$      | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2 | 1 | 0 |
| $x + y$  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7 | 7 | 7 |
| $x + 2y$ | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 |

b. ¿Cuáles son los valores de  $x$  y  $y$  que satisfacen las condiciones del sistema de ecuaciones?

**S**

| $x$      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
|----------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| $y$      | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2 | 1 | 0 |
| $x + y$  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7 | 7 | 7 |
| $x + 2y$ | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 |

b. La tabla muestra que  $x = 5$  y  $y = 2$  satisfacen al mismo tiempo las condiciones de las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{cases} x + y = 5 + 2 = 7 & \textcircled{1} \\ x + 2y = 5 + 4 = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Por tanto, la solución es  $x = 5$  y  $y = 2$ . Es decir, el número de mandarinas que Juan vendió ayer es 5 y el número de manzanas es 2.

**G** Resolver un sistema de ecuaciones significa encontrar el conjunto de valores que satisfacen las ecuaciones del sistema al mismo tiempo. A este conjunto de valores se le llama **solución del sistema de ecuaciones**.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

31

#### Solucionario de los ejercicios:

- a. 

|           |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $x$       | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| $y$       | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  | 1  | 0  |
| $x + y$   | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  |
| $2x + 3y$ | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 |
- b. 4 galletitas y 4 pastelitos
- c. (Explicación)
  - $\begin{cases} x + y = 6 + 2 = 8 \\ 2x + 3y = 2 \times 6 + 3 \times 2 = 18 \end{cases}$   
 $x = 6$  y  $y = 2$  no satisfacen el sistema de ecuaciones.  
Entonces, no es la solución.
  - $\begin{cases} x + y = 6 + 4 = 10 \\ 2x + 3y = 2 \times 6 + 3 \times 4 = 24 \end{cases}$   
 $x = 6$  y  $y = 4$  no satisfacen el sistema de ecuaciones.  
Entonces, no es la solución.
  - $\begin{cases} x + y = 4 + 4 = 8 \\ 2x + 3y = 2 \times 4 + 3 \times 4 = 20 \end{cases}$   
 $x = 4$  y  $y = 4$  satisfacen el sistema de ecuaciones.  
Entonces, es la solución.

Fecha: dd - mm - aa

1-4-3 Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

**P** Para encontrar los valores de  $x$  y  $y$  que satisfacen las ecuaciones al mismo tiempo, se plantea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 7 & \textcircled{1} \\ x + 2y = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$$

a. Complete la tabla.

Ejemplo:

Si  $x = 0$  y  $y = 7$ , entonces  $x + y = 7$  y  $x + 2y = 14$ .

b. ¿Cuáles son los valores de  $x$  y  $y$  que satisfacen las condiciones del sistema de ecuaciones?

**S**

| $x$      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
|----------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| $y$      | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2 | 1 | 0 |
| $x + y$  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7  | 7 | 7 | 7 |
| $x + 2y$ | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 |

b. La tabla muestra que  $x = 5$  y  $y = 2$  satisfacen al mismo tiempo las condiciones de las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{cases} x + y = 5 + 2 = 7 & \textcircled{1} \\ x + 2y = 5 + 4 = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Por tanto, la solución es  $x = 5$  y  $y = 2$ .

**C** Resolver un sistema de ecuaciones significa encontrar el conjunto de valores que satisfacen las ecuaciones al mismo tiempo. A este conjunto de valores se le llama **solución del sistema de ecuaciones**.

**E** 1. Con base en el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$

considerando  $x$  como el número de galletitas y  $y$  como el número de pastelitos:

a. Complete la tabla.

| $x$       | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|
| $y$       | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  |
| $x + y$   | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  |
| $2x + 3y$ | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 |

b. Encuentre la cantidad de galletitas y pastelitos determinando el valor de  $x$  y  $y$  que satisface las dos ecuaciones en la tabla.  
 $x = 4$ ,  $y = 4$  R: 4 galletitas y 4 pastelitos



1. Recuerde el ejercicio de la clase anterior: María compró 8 postres y pagó 20 quetzales en total. Los 8 postres consistieron en galletitas y pastelitos. Si 1 galletita costó 2 quetzales y 1 pastelito costó 3 quetzales, ¿cuántas galletitas y pastelitos compró?

Considere  $x$  como el número de galletitas y  $y$  como el número de pastelitos que María compró. Entonces, una ecuación que representa la condición “compró 8 piezas de postres en total” es  $x + y = 8$ , y otra ecuación que representa la condición “pagó 20 quetzales en total” es  $2x + 3y = 20$ .

- a. Complete la siguiente tabla.

|           |    |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y$       | 8  | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| $x + y$   | 8  | 8 | 8 | 8 |   |   |   |   |   |
| $2x + 3y$ | 24 |   |   |   |   |   |   |   |   |

- b. Encuentre la cantidad de galletitas y pastelitos, determinando el valor de  $x$  y  $y$  que satisface las dos ecuaciones en la tabla.

2. ¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$$

a.  $x = 6$  y  $y = 2$

b.  $x = 6$  y  $y = 4$

c.  $x = 4$  y  $y = 4$



32

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 4 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (1)

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de una incógnita sean iguales.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

##### Clase 4 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (1)

**P** Verónica compró 3 lapiceros y 1 cuaderno y pagó 6 quetzales en total. Su hermana compró 1 lapicero y 1 cuaderno y pagó 4 quetzales en total.

¿Cuál es el precio de cada lapicero y de cada cuaderno?

Considerando  $x$  como precio del lapicero y  $y$  como precio del cuaderno, las siguientes ecuaciones representan las condiciones:

$$\begin{cases} 3x + y = 6 & \textcircled{1} \\ x + y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Para resolver un sistema de ecuaciones en el que los coeficientes de una de las incógnitas tienen igual signo e igual valor absoluto, se restan las ecuaciones dadas.

$$\begin{array}{r} 3x + y = 6 \\ (-) \quad x + y = 4 \\ \hline 2x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x = 2 \\ x = \frac{2}{2} \\ x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ 1 + y = 4 \\ y = 4 - 1 \\ y = 3 \end{array}$$

La solución del sistema es  $x = 1$  y  $y = 3$ , donde  $x$  es el precio de un lapicero y  $y$  es el precio de un cuaderno.

Por tanto, el precio de un lapicero es 1 quetzal y el de un cuaderno es 3 quetzales.

Para verificar si  $x = 1$  y  $y = 3$  son la solución del sistema de ecuaciones  $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases}$ , se sustituyen los valores de  $x$  y  $y$  encontrados en las ecuaciones. Entonces, se sustituyen  $x$  por 1 y  $y$  por 3 en las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ .

En la ecuación  $\textcircled{1}$ , (miembro izquierdo)  $= 3 \times 1 + 3 = 6$ , (miembro derecho)  $= 6$

En la ecuación  $\textcircled{2}$ , (miembro izquierdo)  $= 1 + 3 = 4$ , (miembro derecho)  $= 4$

En las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ , los resultados de ambos miembros son iguales.

Es decir,  $x = 1$  y  $y = 3$  son la solución del sistema de ecuaciones.

**C** Para resolver un sistema de ecuaciones cuando los coeficientes de una de las incógnitas tengan igual signo e igual valor absoluto, se pueden restar las ecuaciones dadas y obtener una ecuación con una incógnita. A este método se le llama **método de reducción**.

**E** Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} x + 3y = 20 \\ x + y = 12 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} 4x - 2y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{array}{r} 3x + y = 10 & \textcircled{1} \\ (-) \quad x + y = 4 & \textcircled{2} \\ \hline 2x = 6 \\ x = \frac{6}{2} \\ x = 3 \end{array}$

Se sustituye  $x$  por 3 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 3 + y = 4 \\ y = 4 - 3 \\ y = 1 \end{array}$$

R:  $x = 3$ ,  $y = 1$

b.  $\begin{array}{r} x + 3y = 20 & \textcircled{1} \\ (-) \quad x + y = 12 & \textcircled{2} \\ \hline 2y = 8 \\ y = \frac{8}{2} \\ y = 4 \end{array}$

Se sustituye  $y$  por 4 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} x + 4 = 12 \\ x = 12 - 4 \\ x = 8 \end{array}$$

R:  $x = 8$ ,  $y = 4$

c.  $\begin{array}{r} 4x - 2y = 4 & \textcircled{1} \\ (-) \quad 3x - 2y = 5 & \textcircled{2} \\ \hline x = -1 \end{array}$

Se sustituye  $x$  por  $-1$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} 4 \times (-1) - 2y = 4 \\ -4 - 2y = 4 \\ -2y = 4 + 4 \\ -2y = 8 \\ y = \frac{8}{-2} \\ y = -4 \end{array}$$

R:  $x = -1$ ,  $y = -4$

Fecha: dd - mm - aa

1-4-4 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (1)

**P** Verónica  $||| + \square = Q6$   
Hermana  $| + \square = Q4$

¿Cuál es el precio de cada lapicero y de cada cuaderno?

$x$ : precio del lapicero,  $y$ : precio del cuaderno

$$\begin{cases} 3x + y = 6 & \textcircled{1} \leftarrow \text{Compra de Verónica} \\ x + y = 4 & \textcircled{2} \leftarrow \text{Compra de su hermana} \end{cases}$$

**S** Paso 1. Reste cada miembro de  $\textcircled{2}$  de  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} 3x + y = 6 \\ (-) \quad x + y = 4 \\ \hline 2x = 2 \end{array}$$

Paso 2. Resuelva la ecuación obtenida.

$$\begin{array}{r} 2x = 2 \\ x = \frac{2}{2} \\ x = 1 \end{array}$$

Paso 3. Sustituya  $x$  por 1 en  $\textcircled{2}$  y despeje  $y$ .

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ 1 + y = 4 \\ y = 4 - 1 \\ y = 3 \end{array}$$

$x = 1$ ,  $y = 3$

R: El precio de cada lapicero es 1 quetzal y el de cada cuaderno es 3 quetzales.

Para verificar, se sustituye  $x$  por 1 y  $y$  por 3 en las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ .

En la ecuación  $\textcircled{1}$ ,  
(miembro izquierdo)  $= 3 \times 1 + 3 = 6$

(miembro derecho)  $= 6$

En la ecuación  $\textcircled{2}$ ,

(miembro izquierdo)  $= 1 + 3 = 4$

(miembro derecho)  $= 4$

En las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ , los resultados de ambos miembros son iguales.

Es decir,  $x = 1$  y  $y = 3$  son la solución del sistema de ecuaciones.

**C** Para resolver un sistema de ecuaciones se pueden restar las ecuaciones dadas y obtener una ecuación con una incógnita. A este método se le llama **método de reducción**.

**E** Resuelva aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} 3x + y = 10 & \textcircled{1} \\ x + y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$

Ver solucionario.

## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 5 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (2)

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de una incógnita sean opuestos.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 5 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (2)

**P**

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 & \textcircled{1} \\ 4x - 2y = 6 & \textcircled{2} \end{cases}$$

En  $+2y$  y  $-2y$ , el “ $+$ ” y “ $-$ ” son **coeficientes opuestos**.

**S**

Suma las ecuaciones dadas.

$$\begin{array}{r} A = B \\ (+) \quad C = D \\ \hline A + C = B + D \end{array}$$

Los resultados de la suma de valores equivalentes son iguales.



$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 22 \\ (+) 4x - 2y = 6 \\ \hline 7x = 28 \end{array}$$

Paso 1. Suma el miembro izquierdo de  $\textcircled{1}$  y el izquierdo de  $\textcircled{2}$ , y el miembro derecho de  $\textcircled{1}$  y el derecho de  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 7x = 28 \\ x = \frac{28}{7} \\ x = 4 \end{array}$$

Paso 2. Resuelve la ecuación obtenida.

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 22 \\ 3 \times 4 + 2y = 22 \\ 12 + 2y = 22 \\ 2y = 22 - 12 \\ 2y = 10 \\ y = \frac{10}{2} \\ y = 5 \end{array}$$

Paso 3. Sustituye el valor obtenido en el paso 2,  $x = 4$ , en la ecuación  $\textcircled{1}$ .  $3x + 2y = 22$ . Luego, despeja  $y$ .

El uso de la ecuación  $\textcircled{1}$  es más conveniente porque el signo del miembro izquierdo  $2y$  es positivo. Es más fácil de calcular.



La solución del sistema es  $x = 4$  y  $y = 5$ .

**C**

Para resolver un sistema de ecuaciones cuando los coeficientes de una de las incógnitas sean opuestos, se puede reducir a una ecuación con una incógnita sumando las ecuaciones dadas.

**E**

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} x + 3y = 10 \\ -x + 2y = 5 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} -2x + 3y = -2 \\ 2x + 8y = 24 \end{cases}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{array}{r} 3x - 2y = 5 & \textcircled{1} \\ (+) \quad x + 2y = 7 & \textcircled{2} \\ \hline 4x = 12 \\ x = \frac{12}{4} \\ x = 3 \end{array}$

Se sustituye  $x$  por 3 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 3 + 2y = 7 \\ 2y = 7 - 3 \\ 2y = 4 \\ y = \frac{4}{2} \\ y = 2 \end{array}$$

R:  $x = 3$ ,  $y = 2$

b.  $\begin{array}{r} x + 3y = 10 & \textcircled{1} \\ (+) -x + 2y = 5 & \textcircled{2} \\ \hline 5y = 15 \\ y = \frac{15}{5} \\ y = 3 \end{array}$

Se sustituye  $y$  por 3 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} x + 3 \times 3 = 10 \\ x + 9 = 10 \\ x = 10 - 9 \\ x = 1 \end{array}$$

R:  $x = 1$ ,  $y = 3$

c.  $\begin{array}{r} -2x + 3y = -2 & \textcircled{1} \\ (+) \quad 2x + 8y = 24 & \textcircled{2} \\ \hline 11y = 22 \\ y = \frac{22}{11} \\ y = 2 \end{array}$

Se sustituye  $y$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 2x + 8 \times 2 = 24 \\ 2x + 16 = 24 \\ 2x = 24 - 16 \\ 2x = 8 \\ x = \frac{8}{2} \\ x = 4 \end{array}$$

R:  $x = 4$ ,  $y = 2$

Fecha: dd - mm - aa

1-4-5 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (2)

**P** Resuelve.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 & \textcircled{1} \\ 4x - 2y = 6 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Paso 1. Suma cada miembro de  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 22 \\ (+) 4x - 2y = 6 \\ \hline 7x = 28 \end{array}$$

Los coeficientes de una de las incógnitas son opuestos.

Paso 2. Resuelve la ecuación obtenida.

$$\begin{array}{r} 7x = 28 \\ x = \frac{28}{7} \\ x = 4 \end{array}$$

Paso 3. Sustituya  $x$  por 4 en  $\textcircled{1}$  y despeja  $y$ .

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 22 \\ 3 \times 4 + 2y = 22 \\ 12 + 2y = 22 \\ 2y = 22 - 12 \\ 2y = 10 \\ y = \frac{10}{2} \\ y = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es  $x = 4$  y  $y = 5$ .

**C** Para resolver un sistema de ecuaciones, se puede reducir a una ecuación con una incógnita sumando las ecuaciones dadas.

**E** Resuelve aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{array}{r} 3x - 2y = 5 & \textcircled{1} \\ \quad x + 2y = 7 & \textcircled{2} \\ \hline \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 3x - 2y = 5 \\ \quad \quad (+) \quad x + 2y = 7 \\ \quad \quad \hline \quad \quad 4x = 12 \\ \quad \quad x = \frac{12}{4} \\ \quad \quad x = 3 \end{array}$

Se sustituye  $x$  por 3 en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} x + 2y = 7 \\ 3 + 2y = 7 \\ 2y = 7 - 3 \\ 2y = 4 \\ y = \frac{4}{2} \\ y = 2 \end{array}$$

R:  $x = 3$ ,  $y = 2$

# Sección 4 Sistemas de ecuaciones

## Clase 6 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (3)

### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción cuando los coeficientes de las incógnitas sean diferentes y se necesite multiplicar una de las ecuaciones para hacer los coeficientes iguales.

### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 6 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (3)

**P**

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x + y = 14 & \textcircled{1} \\ 4x + 2y = 22 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Los valores absolutos de los coeficientes de una incógnita no son opuestos.



**S**

Paso 1. Identifique la incógnita que conviene reducir. Para este caso, es la  $y$  en  $\textcircled{1}$ .

Como  $y$  en la ecuación  $\textcircled{1}$  tiene coeficiente 1, el cálculo posterior es más fácil.



$$\begin{aligned} (3x + y) \times 2 &= 14 \times 2 \\ 6x + 2y &= 28 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Paso 2. Multiplique la ecuación  $\textcircled{1}$  para que una incógnita tenga el mismo coeficiente que en la ecuación  $\textcircled{2}$ . En este caso, multiplique ambos miembros de la ecuación  $\textcircled{1}$  por 2.

Las propiedades de igualdad: si los dos miembros de una ecuación se multiplican por una misma cantidad, la igualdad permanece.



$$\begin{aligned} 6x + 2y &= 28 \\ (-) 4x + 2y &= 22 \\ \hline 2x &= 6 \\ x &= \frac{6}{2} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Paso 3. Reste la ecuación  $\textcircled{2}$  de la ecuación  $\textcircled{3}$ . Luego, resuelva la ecuación obtenida.

Cuide el signo cuando se restan los polinomios.



$$\begin{aligned} 3x + y &= 14 \\ 9 + y &= 14 \\ y &= 14 - 9 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Paso 4. Sustituya el valor obtenido en el paso 3,  $x = 3$ , en la ecuación  $\textcircled{1}$ .  $3x + y = 14$ . Luego, despeje  $y$ .

La solución del sistema es  $x = 3$  y  $y = 5$ .

**C**

Para resolver un sistema de ecuaciones cuando los coeficientes de las incógnitas tienen valores absolutos diferentes, se multiplican ambos miembros de la ecuación para que el valor absoluto de los coeficientes de la incógnita sea el mismo. Luego, se restan o suman las ecuaciones dadas para eliminar la incógnita.

**E**

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$     b.  $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$     c.  $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

El valor de las incógnitas puede ser un número negativo.



### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{cases} x + y = 3 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 7 & \textcircled{2} \end{cases}$   
 $\textcircled{1} \times 2$   
 $(x + y) \times 2 = 3 \times 2$   
 $2x + 2y = 6 & \textcircled{3}$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 & \textcircled{2} \\ (-) 2x + 2y &= 6 & \textcircled{3} \\ \hline y &= 1 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por 1 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x + 1 &= 3 \\ x &= 3 - 1 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 1$

b.  $\begin{cases} x + 3y = -4 & \textcircled{1} \\ 4x + 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$   
 $\textcircled{1} \times 4$   
 $(x + 3y) \times 4 = -4 \times 4$   
 $4x + 12y = -16 & \textcircled{3}$

$$\begin{aligned} 4x + 12y &= -16 & \textcircled{3} \\ (-) 4x + 2y &= 4 & \textcircled{2} \\ \hline 10y &= -20 \\ y &= \frac{-20}{10} \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-2$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x + 3 \times (-2) &= -4 \\ x - 6 &= -4 \\ x &= -4 + 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = -2$

Ver ejercicios restantes en la página G70.

Fecha: dd - mm - aa

1-4-6 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (3)

**P** Resuelva.

$$\begin{cases} 3x + y = 14 & \textcircled{1} \\ 4x + 2y = 22 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Paso 1. Identifique la incógnita que conviene reducir. Es la  $y$  en  $\textcircled{1}$ .

Paso 2. Multiplique ambos miembros de  $\textcircled{1}$  por 2 para que una incógnita tenga el mismo coeficiente que en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 2 \\ (3x + y) \times 2 &= 14 \times 2 \\ 6x + 2y &= 28 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Paso 3. Reste  $\textcircled{2}$  de  $\textcircled{3}$  y resuelva la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} 6x + 2y &= 28 \\ (-) 4x + 2y &= 22 \\ \hline 2x &= 6 \\ x &= \frac{6}{2} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Paso 4. Sustituya  $x$  por 3 en  $\textcircled{1}$  y despeje  $y$ .

$$\begin{aligned} 3x + y &= 14 \\ 9 + y &= 14 \\ y &= 14 - 9 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

La solución del sistema es  $x = 3$  y  $y = 5$ .

**E** Resuelva aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} x + y = 3 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 7 & \textcircled{2} \end{cases}$   
 $\textcircled{1} \times 2$   
 $(x + y) \times 2 = 3 \times 2$   
 $2x + 2y = 6 & \textcircled{3}$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 & \textcircled{2} \\ (-) 2x + 2y &= 6 & \textcircled{3} \\ \hline y &= 1 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por 1 en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x + 1 &= 3 \\ x &= 3 - 1 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 1$

# Sección 4 Sistemas de ecuaciones

## Clase 7 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (4)

### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción.

### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 7 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (4)

**P** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 & \textcircled{1} \\ 3x + 4y = 26 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, se elige la incógnita a eliminar igualando los valores de los coeficientes.

Forma 1. Eliminando  $x$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 3: & \quad 6x + 9y = 57 & \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \times 2: & \quad 6x + 8y = 52 & \textcircled{4} \\ \textcircled{3} - \textcircled{4}: & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 9y &= 57 \\ (-) 6x + 8y &= 52 \\ \hline y &= 5 \end{aligned}$$

Sustituya  $y = 5$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 3 \times 5 &= 19 \\ 2x + 15 &= 19 \\ 2x &= 19 - 15 \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es  $x = 2$  y  $y = 5$ .

Forma 2. Eliminando  $y$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 4: & \quad 8x + 12y = 76 & \textcircled{5} \\ \textcircled{2} \times 3: & \quad 9x + 12y = 78 & \textcircled{6} \\ \textcircled{6} - \textcircled{5}: & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x + 12y &= 78 \\ (-) 8x + 12y &= 76 \\ \hline x &= 2 \end{aligned}$$

Sustituya  $x = 2$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2 \times 2 + 3y &= 19 \\ 4 + 3y &= 19 \\ 3y &= 19 - 4 \\ 3y &= 15 \\ y &= \frac{15}{3} \\ y &= 5 \end{aligned}$$

La solución del sistema es  $x = 2$  y  $y = 5$ .

**C** Para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas a través del método de reducción:

- Paso 1. Se identifica la incógnita que será eliminada.  
Paso 2. Se multiplica una o ambas ecuaciones de tal manera que el valor absoluto de los coeficientes de una de las incógnitas sea el mismo.  
Paso 3. Se elimina una incógnita sumando o restando las ecuaciones transformadas en el paso 2.  
Paso 4. Se resuelve la ecuación reducida.  
Paso 5. Se sustituye el valor obtenido en el paso 4 en una de las ecuaciones del sistema.  
Paso 6. Se resuelve la ecuación.

**E** Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.

a.  $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 3x + 5y = 10 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x + 3y = 24 \end{cases}$

### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{cases} 2x + 4y = 4 & \textcircled{1} \\ 3x + 5y = 10 & \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 3: & \quad 6x + 12y = 12 \\ \textcircled{2} \times 2: & \quad (-) 6x + 10y = 20 \\ \hline & \quad \quad 2y = -8 \\ & \quad \quad y = \frac{-8}{2} \\ & \quad \quad y = -4 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-4$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 4 \times (-4) &= 4 \\ 2x - 16 &= 4 \\ 2x &= 4 + 16 \\ 2x &= 20 \\ x &= \frac{20}{2} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

R:  $x = 10$ ,  $y = -4$

b.  $\begin{cases} 3x - 4y = 3 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 2: & \quad 6x - 8y = 6 \\ \textcircled{2} \times 3: & \quad (-) 6x - 9y = 3 \\ \hline & \quad \quad y = 3 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $3$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 3x - 4 \times 3 &= 3 \\ 3x - 12 &= 3 \\ 3x &= 3 + 12 \\ 3x &= 15 \\ x &= \frac{15}{3} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

R:  $x = 5$ ,  $y = 3$

Ver ejercicios restantes en la página G70.

Fecha: dd - mm - aa  
1-4-7 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de reducción (4)

**P** Resuelva.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 & \textcircled{1} \\ 3x + 4y = 26 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Forma 1. Eliminando  $x$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 3: & \quad 6x + 9y = 57 & \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \times 2: & \quad 6x + 8y = 52 & \textcircled{4} \\ \textcircled{3} - \textcircled{4}: & \quad 6x + 9y = 57 \\ & \quad (-) 6x + 8y = 52 \\ & \quad \quad y = 5 \end{aligned}$$

Sustituya  $y$  por  $5$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 3 \times 5 &= 19 \\ 2x + 15 &= 19 \\ 2x &= 19 - 15 \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 5$

Forma 2. Eliminando  $y$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 4: & \quad 8x + 12y = 76 & \textcircled{5} \\ \textcircled{2} \times 3: & \quad 9x + 12y = 78 & \textcircled{6} \\ \textcircled{6} - \textcircled{5}: & \quad 9x + 12y = 78 \\ & \quad (-) 8x + 12y = 76 \\ & \quad \quad x = 2 \end{aligned}$$

Sustituya  $x$  por  $2$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2 \times 2 + 3y &= 19 \\ 4 + 3y &= 19 \\ 3y &= 19 - 4 \\ 3y &= 15 \\ y &= \frac{15}{3} \\ y &= 5 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 5$

**E** Resuelva.

a.  $\begin{cases} 2x + 4y = 4 & \textcircled{1} \\ 3x + 5y = 10 & \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 3: & \quad 6x + 12y = 12 \\ \textcircled{2} \times 2: & \quad (-) 6x + 10y = 20 \\ \hline & \quad \quad 2y = -8 \\ & \quad \quad y = \frac{-8}{2} \\ & \quad \quad y = -4 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-4$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 4 \times (-4) &= 4 \\ 2x - 16 &= 4 \\ 2x &= 4 + 16 \\ 2x &= 20 \\ x &= \frac{20}{2} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

R:  $x = 10$ ,  $y = -4$

# Sección 4 Sistemas de ecuaciones

## Clase 8 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (1)

### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución cuando una de las ecuaciones dadas tiene una incógnita con coeficiente 1.

### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 8 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (1)

**P**

La suma del doble de la edad de Helena y la edad de David es 44. David es dos años mayor que Helena.

¿Cuántos años tienen Helena y David?

Considerando  $x$  como la edad de Helena y  $y$  como la edad de David, las siguientes ecuaciones representan las condiciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 44 & \textcircled{1} \\ y = x + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$



**S**

Para resolver un sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$2x + y = 44$$

Paso 1.

Identifique la incógnita que se pueda eliminar fácilmente. En este caso, es la  $y$ .

$$\begin{aligned} 2x + (x + 2) &= 44 \\ 3x + 2 &= 44 \end{aligned}$$

Paso 2.

Sustituya  $y$  con  $x + 2$  en la ecuación  $\textcircled{1}$  para que elimine  $y$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 3x &= 44 - 2 \\ 3x &= 42 \\ x &= \frac{42}{3} \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Paso 3.

Resuelva la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} y &= x + 2 \\ &= 14 + 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Paso 4.

Sustituya el valor obtenido en el paso 3,  $x = 14$ , en la ecuación  $\textcircled{2}$ ,  $y = x + 2$  para encontrar el valor de  $y$ .

Respuesta: Helena tiene 14 años y David tiene 16 años.

**C**

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se puede convertir el sistema de ecuaciones a una ecuación con una incógnita, sustituyendo el valor de una incógnita en la otra ecuación. A este método se le llama **método de sustitución**.

**E**

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a.  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} x = y - 2 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} y = -x + 8 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{cases} 3x + y = 11 & \textcircled{1} \\ y = 2x + 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se sustituye  $y$  por  $2x + 1$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 3x + (2x + 1) &= 11 \\ 3x + 2x + 1 &= 11 \\ 5x + 1 &= 11 \\ 5x &= 11 - 1 \\ 5x &= 10 \\ x &= \frac{10}{5} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} y &= 2 \times 2 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 5$

b.  $\begin{cases} x = y - 2 & \textcircled{1} \\ 2x - 5y = 8 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se sustituye  $x$  por  $y - 2$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 2(y - 2) - 5y &= 8 \\ 2y - 4 - 5y &= 8 \\ -3y - 4 &= 8 \\ -3y &= 8 + 4 \\ -3y &= 12 \\ y &= \frac{12}{-3} \\ y &= -4 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-4$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x &= -4 - 2 \\ &= -6 \end{aligned}$$

R:  $x = -6$ ,  $y = -4$

Ver ejercicios restantes en la página G70.

Fecha: dd - mm - aa

1-4-8 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (1)

**P** La suma del doble de la edad de Helena y la edad de David es 44. David es dos años mayor que Helena.  
¿Cuántos años tienen Helena y David?  
 $x \longrightarrow$  edad de Helena  
 $y \longrightarrow$  edad de David

Las siguientes ecuaciones representan las condiciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 44 & \textcircled{1} \\ y = x + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

**S** Paso 1. Identifique la incógnita a eliminar.  
Es la  $y$ .

Paso 2. Sustituya  $y$  por  $x + 2$  en  $\textcircled{1}$  para que elimine  $y$ .  
 $2x + (x + 2) = 44$   
 $3x + 2 = 44$

Paso 3. Resuelva la ecuación obtenida.  
 $3x + 2 = 44$   
 $3x = 44 - 2$   
 $3x = 42$   
 $x = \frac{42}{3}$   
 $x = 14$

Paso 4. Sustituya  $x$  por 14 en  $\textcircled{2}$  para encontrar el valor de  $y$ .  
 $y = x + 2$   
 $= 14 + 2$   
 $= 16$

R: Helena tiene 14 años y David 16.

**C** Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se puede sustituir el valor de una incógnita en la otra ecuación. A este método se le llama **método de sustitución**.

**E** Resuelva aplicando el método de sustitución.

a.  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

Para eliminar  $y$ , se sustituye  $y$  por  $2x + 1$ .  
 $3x + (2x + 1) = 11$   
 $5x + 1 = 11$   
 $5x = 11 - 1$   
 $5x = 10$   
 $x = \frac{10}{5}$   
 $x = 2$

Se sustituye  $x$  por 2 en  $\textcircled{2}$ .  
 $y = 2 \times 2 + 1$   
 $= 5$   
R:  $x = 2$ ,  $y = 5$



## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 9 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (2)

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

##### Clase 9 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (2)



Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

$$\begin{cases} -x + y = 5 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 5 & \textcircled{2} \end{cases}$$



Identifique la incógnita que se despeje fácilmente. En este caso, es la  $y$ .

Una incógnita se despeja fácilmente cuando su coeficiente es 1 o -1.



$$\begin{aligned} -x + y &= 5 \\ y &= x + 5 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Paso 1.  
Despeje la incógnita  $y$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 2x + 3(x + 5) &= 5 \\ 2x + 3x + 15 &= 5 \end{aligned}$$

Paso 2.  
Sustituya  $\textcircled{3}$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 5x + 15 &= 5 \\ 5x &= 5 - 15 \\ 5x &= -10 \\ x &= \frac{-10}{5} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Paso 3.  
Resuelva la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} y &= x + 5 \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Paso 4.  
Sustituya el valor obtenido en el paso 3,  $x = -2$ , en la ecuación  $\textcircled{3}$  para encontrar el valor de  $y$ .

La solución del sistema es  $x = -2$  y  $y = 3$ .



Para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución:

- Paso 1. Se despeja "x" o "y" en una de las ecuaciones.
- Paso 2. Se sustituye la solución del paso 1 en la otra ecuación.
- Paso 3. Se despeja una incógnita resolviendo la nueva ecuación creada en el paso 2.
- Paso 4. Se despeja la otra incógnita.



Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a.  $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} x + y = 9 \\ y - 3x = 5 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -4x - 13 \end{cases}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{cases} -x + y = 2 & \textcircled{1} \\ 3x + y = 10 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se despeja  $y$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} -x + y &= 2 \\ y &= 2 + x & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $2 + x$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 3x + (2 + x) &= 10 \\ 3x + 2 + x &= 10 \\ 4x + 2 &= 10 \\ 4x &= 10 - 2 \\ 4x &= 8 \\ x &= \frac{8}{4} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} y &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 4$

b.  $\begin{cases} x + y = 9 & \textcircled{1} \\ y - 3x = 5 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se despeja  $y$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} y - 3x &= 5 \\ y &= 5 + 3x & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $5 + 3x$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x + (5 + 3x) &= 9 \\ x + 5 + 3x &= 9 \\ 4x + 5 &= 9 \\ 4x &= 9 - 5 \\ 4x &= 4 \\ x &= \frac{4}{4} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 1 en la ecuación  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} y &= 5 + 3 \times 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

R:  $x = 1$ ,  $y = 8$

Ver ejercicios restantes en la página G70.

Fecha: dd - mm - aa

1-4-9 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución (2)

(P) Resuelva aplicando el método de sustitución.

$$\begin{cases} -x + y = 5 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 5 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Es fácil despejar una incógnita cuando su coeficiente es -1 o 1.

(S) Paso 1. Despeje  $y$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} -x + y &= 5 \\ y &= 5 + x \\ y &= x + 5 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Paso 2. Sustituya  $\textcircled{3}$  en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 2x + 3(x + 5) &= 5 \\ 2x + 3x + 15 &= 5 \end{aligned}$$

Paso 3. Resuelva la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} 5x + 15 &= 5 \\ 5x &= 5 - 15 \\ 5x &= -10 \\ x &= \frac{-10}{5} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Paso 4. Sustituya  $x$  por -2 en  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} y &= x + 5 \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

R:  $x = -2$ ,  $y = 3$

(E) Resuelva aplicando el método de sustitución.

a.  $\begin{cases} -x + y = 2 & \textcircled{1} \\ 3x + y = 10 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se despeja  $y$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} -x + y &= 2 \\ y &= 2 + x & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $2 + x$  en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 3x + (2 + x) &= 10 \\ 3x + 2 + x &= 10 \\ 4x + 2 &= 10 \\ 4x &= 10 - 2 \\ 4x &= 8 \\ x &= \frac{8}{4} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 en  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} y &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = 4$

## Sección 4 Sistemas de ecuaciones

### Clase 10 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.

#### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 10 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas



Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones aplicando el método de reducción o el método de sustitución.

$$\begin{cases} x - 2y = 9 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$



Forma 1.  
Utilización del método de reducción.  
Multiplique ambos miembros de la ecuación  $\textcircled{1}$  por 2.

$$2x - 4y = 18 \quad \textcircled{3}$$

Reste la ecuación  $\textcircled{3}$  de  $\textcircled{2}$ . Despeje  $y$ .

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ (-) 2x - 4y = 18 \\ \hline 7y = -14 \\ y = \frac{-14}{7} \\ y = -2 \end{array}$$

¡Cuidado con el signo!

Sustituya  $y$  por  $-2$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ . Luego, despeje  $x$ .

$$\begin{array}{r} x - 2y = 9 \\ x - 2(-2) = 9 \\ x + 4 = 9 \\ x = 9 - 4 \\ x = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es  $x = 5$  y  $y = -2$ .

Forma 2.  
Utilización del método de sustitución.  
Despeje  $x$  de la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} x - 2y = 9 \\ x = 9 + 2y \quad \textcircled{4} \end{array}$$

Sustituya  $\textcircled{4}$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .  
Despeje  $y$ .

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ 2(9 + 2y) + 3y = 4 \\ 18 + 4y + 3y = 4 \\ 18 + 7y = 4 \\ 7y = 4 - 18 \\ 7y = -14 \\ y = \frac{-14}{7} \\ y = -2 \end{array}$$

Sustituya  $y$  por  $-2$  en la ecuación  $\textcircled{4}$  para encontrar el valor de  $x$ .

$$\begin{array}{r} x = 9 + 2y \\ = 9 + 2(-2) \\ = 9 - 4 \\ = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es  $x = 5$  y  $y = -2$ .



Al resolver un sistema de ecuaciones los valores de las incógnitas obtenidas mediante el método de reducción y el método de sustitución son los mismos. El método de sustitución es más conveniente cuando en una de las ecuaciones ya se ha despejado una de las incógnitas, o bien, cuando una de las incógnitas tiene coeficiente 1.



Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método que considere más adecuado.

a.  $\begin{cases} 2x + y = 30 \\ x = 5y + 4 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2y = x - 1 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} y = 4x - 11 \\ 3x + 8y = -18 \end{cases}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\begin{cases} 2x + y = 30 & \textcircled{1} \\ x = 5y + 4 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se sustituye la ecuación  $\textcircled{2}$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} 2(5y + 4) + y = 30 \\ 10y + 8 + y = 30 \\ 11y + 8 = 30 \\ 11y = 30 - 8 \\ 11y = 22 \\ y = \frac{22}{11} \\ y = 2 \end{array}$$

Se sustituye  $y$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} x = 5 \times 2 + 4 \\ = 10 + 4 \\ = 14 \\ \text{R: } x = 14, y = 2 \end{array}$$

Ver ejercicios restantes en la página G70.

Fecha: dd - mm - aa

1-4-10 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas



Resuelva.  
 $\begin{cases} x - 2y = 9 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$



Forma 1: Método de reducción  
Multiplique  $\textcircled{1}$  por 2.  
 $2x - 4y = 18 \quad \textcircled{3}$   
Reste  $\textcircled{3}$  de  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ (-) 2x - 4y = 18 \\ \hline 7y = -14 \\ y = \frac{-14}{7} \\ y = -2 \end{array}$$

Sustituya  $y$  por  $-2$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} x - 2y = 9 \\ x - 2(-2) = 9 \\ x + 4 = 9 \\ x = 9 - 4 \\ = 5 \end{array}$$

R:  $x = 5, y = -2$

Forma 2: Método de sustitución  
Despeje  $x$  en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{array}{r} x - 2y = 9 \\ x = 9 + 2y \quad \textcircled{4} \end{array}$$

Sustituya  $\textcircled{4}$  en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ 2(9 + 2y) + 3y = 4 \\ 18 + 4y + 3y = 4 \\ 18 + 7y = 4 \\ 7y = 4 - 18 \\ 7y = -14 \\ y = \frac{-14}{7} \\ y = -2 \end{array}$$

Sustituya  $y$  por  $-2$  en  $\textcircled{4}$ .

$$\begin{array}{r} x = 9 + 2y \\ = 9 + 2(-2) \\ = 9 - 4 \\ = 5 \end{array}$$

R:  $x = 5, y = -2$

$\textcircled{E}$  Resuelva.

a.  $\begin{cases} 2x + y = 30 & \textcircled{1} \\ x = 5y + 4 & \textcircled{2} \end{cases}$

Ver solucionario.

# Sección 4 Sistemas de ecuaciones

## Clase 11 Solución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas

### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones con tres incógnitas.

### Sección 4 Sistemas de ecuaciones

#### Clase 11 Solución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

**P**

$$\begin{cases} -x + y - 3z = 10 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y + z = 5 & \textcircled{2} \\ x - 2y - 2z = 3 & \textcircled{3} \end{cases}$$

**S**

$$\begin{aligned} -x + y - 3z &= 10 \\ (+) \quad x - 2y - 2z &= 3 \\ \hline -y - 5z &= 13 & \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \times 2: 2x - 4y - 4z = 6 \quad \textcircled{5}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 5 \\ (-) \quad 2x - 4y - 4z &= 6 \\ \hline 7y + 5z &= -1 & \textcircled{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y - 5z &= 13 \\ (+) \quad 7y + 5z &= -1 \\ \hline 6y &= 12 \\ y &= \frac{12}{6} \\ y &= 2 & \textcircled{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y - 5z &= 13 \\ -2 - 5z &= 13 \\ -5z &= 13 + 2 \\ -5z &= 15 \\ z &= \frac{15}{-5} \\ z &= -3 & \textcircled{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2y - 2z &= 3 \\ x - 2 \times 2 - 2 \times (-3) &= 3 \\ x - 4 + 6 &= 3 \\ x + 2 &= 3 \\ x &= 3 - 2 \\ x &= 1 & \textcircled{9} \end{aligned}$$

De  $\textcircled{7}$ ,  $\textcircled{8}$  y  $\textcircled{9}$ , la solución del sistema es  $x = 1$ ,  $y = 2$  y  $z = -3$ .

Paso 1.  
Elimine la incógnita  $x$  de las ecuaciones  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{3}$ , sumando las dos ecuaciones.

Paso 2.  
Elimine la incógnita  $x$  de las ecuaciones  $\textcircled{2}$  y  $\textcircled{3}$ . Primero multiplique  $\textcircled{3}$  por 2. Luego, reste el resultado  $\textcircled{5}$  de  $\textcircled{2}$ .

¡Cuidado con el signo!

Paso 3.  
Elimine la incógnita  $z$  de las ecuaciones  $\textcircled{4}$  y  $\textcircled{6}$ , sumando las dos ecuaciones.

Paso 4.  
Sustituya  $\textcircled{7}$ ,  $y = 2$ , en  $\textcircled{4}$ .

Paso 5.  
Sustituya  $\textcircled{7}$ ,  $y = 2$ ,  $y \textcircled{8}$ ,  $z = -3$ , en  $\textcircled{3}$ .

### Solucionario de los ejercicios:

$$\begin{aligned} \text{a. } \begin{cases} 2x - 3y + z = 16 & \textcircled{1} \\ -x + 7y - z = -22 & \textcircled{2} \\ 3x - y - 2z = -4 & \textcircled{3} \end{cases} \\ \begin{aligned} 2x - 3y + z &= 16 & \textcircled{1} \\ (+) \quad -x + 7y - z &= -22 & \textcircled{2} \\ \hline x + 4y &= -6 & \textcircled{4} \end{aligned} \\ \begin{aligned} -2x + 14y - 2z &= -44 & \textcircled{2} \times 2 \\ (-) \quad 3x - y - 2z &= -4 & \textcircled{3} \\ \hline -5x + 15y &= -40 & \textcircled{5} \end{aligned} \\ \begin{aligned} 5x + 20y &= -30 & \textcircled{4} \times 5 \\ (+) \quad -5x + 15y &= -40 & \textcircled{5} \\ \hline 35y &= -70 \\ y &= \frac{-70}{35} \\ y &= -2 \end{aligned} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $-2$  en la ecuación  $\textcircled{4}$ .

$$\begin{aligned} x + 4 \times (-2) &= -6 \\ x - 8 &= -6 \\ x &= -6 + 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 y  $y$  por  $-2$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2 \times 2 - 3 \times (-2) + z &= 16 \\ 4 + 6 + z &= 16 \\ 10 + z &= 16 \\ z &= 16 - 10 \\ z &= 6 \end{aligned}$$

R:  $x = 2$ ,  $y = -2$ ,  $z = 6$

Fecha: dd - mm - aa

1-4-11 Solución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas

**P** Resuelva.

$$\begin{cases} -x + y - 3z = 10 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y + z = 5 & \textcircled{2} \\ x - 2y - 2z = 3 & \textcircled{3} \end{cases}$$

**S** Paso 1. Elimine  $x$  de  $\textcircled{1}$  y  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} -x + y - 3z &= 10 \\ (+) \quad x - 2y - 2z &= 3 \\ \hline -y - 5z &= 13 & \textcircled{4} \end{aligned}$$

Paso 2. Elimine  $x$  de  $\textcircled{2}$  y  $\textcircled{3}$ . Multiplique  $\textcircled{3}$  por 2.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \times 2: \quad 2x - 4y - 4z &= 6 & \textcircled{5} \\ \text{Reste } \textcircled{5} \text{ de } \textcircled{2}. \\ \begin{aligned} 2x + 3y + z &= 5 & \textcircled{2} \\ (-) \quad 2x - 4y - 4z &= 6 & \textcircled{5} \\ \hline 7y + 5z &= -1 & \textcircled{6} \end{aligned} \end{aligned}$$

Paso 3. Elimine  $z$  de  $\textcircled{4}$  y  $\textcircled{6}$ .

$$\begin{aligned} -y - 5z &= 13 \\ (+) \quad 7y + 5z &= -1 \\ \hline 6y &= 12 \\ y &= \frac{12}{6} \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Paso 4. Sustituya  $y$  por 2 en  $\textcircled{4}$ .

$$\begin{aligned} -y - 5z &= 13 \\ -2 - 5z &= 13 \\ -5z &= 13 + 2 \\ -5z &= 15 \\ z &= \frac{15}{-5} \\ z &= -3 \end{aligned}$$

Paso 5. Sustituya  $y$  por 2 y  $z$  por  $-3$  en  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} x - 2y - 2z &= 3 \\ x - 2 \times 2 - 2 \times (-3) &= 3 \\ x - 4 + 6 &= 3 \\ x + 2 &= 3 \\ x &= 3 - 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

R:  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = -3$

**C** Para resolver un sistema de ecuaciones con tres incógnitas, se seleccionan dos ecuaciones y se elimina una de las incógnitas.

**E** Resuelva.

$$\text{a. } \begin{cases} 2x - 3y + z = 16 & \textcircled{1} \\ -x + 7y - z = -22 & \textcircled{2} \\ 3x - y - 2z = -4 & \textcircled{3} \end{cases}$$

Ver solucionario.



Para resolver un sistema de ecuaciones con tres incógnitas:

- Paso 1. Se seleccionan dos ecuaciones y se elimina una de las incógnitas.  
 Paso 2. Se seleccionan dos ecuaciones, combinando la ecuación no seleccionada anteriormente con una de las ecuaciones utilizadas en el paso 1. Se elimina la misma incógnita en ambos incisos.  
 Paso 3. Se resuelve el sistema de ecuaciones con dos incógnitas.  
 Paso 4. Se sustituyen las dos incógnitas por sus valores en una de las ecuaciones y se despeja la última incógnita.



Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.

a. 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 16 \\ -x + 7y - z = -22 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 4x + 2y + z = 15 \\ x + y - 2z = 11 \\ 4y + 7z = -17 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} x + 4y - z = 6 \\ 2x + 5y - 7z = -9 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 4x + 2y + z = 15 & \textcircled{1} \\ x + y - 2z = 11 & \textcircled{2} \\ 4y + 7z = -17 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} 4x + 2y + z & = & 15 & \textcircled{1} \\ (-) & 4x + 4y - 8z & = & 44 & \textcircled{2} \times 4 \\ \hline & -2y + 9z & = & -29 & \textcircled{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 4y + 7z & = & -17 & \textcircled{3} \\ (+) & -4y + 18z & = & -58 & \textcircled{4} \times 2 \\ \hline & 25z & = & -75 \\ & z & = & \frac{-75}{25} \\ & z & = & -3 \end{array}$$

Se sustituye  $z$  por  $-3$  en la ecuación  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{array}{rcl} 4y + 7 \times (-3) & = & -17 \\ 4y - 21 & = & -17 \\ 4y & = & -17 + 21 \\ 4y & = & 4 \\ y & = & \frac{4}{4} \\ & = & 1 \end{array}$$

Se sustituye  $z$  por  $-3$  y  $y$  por  $1$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{array}{rcl} x + 1 - 2 \times (-3) & = & 11 \\ x + 1 + 6 & = & 11 \\ x + 7 & = & 11 \\ x & = & 11 - 7 \\ & = & 4 \end{array}$$

R:  $x = 4, y = 1, z = -3$

c. 
$$\begin{cases} x + 4y - z = 6 & \textcircled{1} \\ 2x + 5y - 7z = -9 & \textcircled{2} \\ 3x - 2y + z = 2 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} x + 4y - z & = & 6 & \textcircled{1} \\ (+) & 3x - 2y + z & = & 2 & \textcircled{3} \\ \hline & 4x + 2y & = & 8 & \textcircled{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 7x + 28y - 7z & = & 42 & \textcircled{1} \times 7 \\ (-) & 2x + 5y - 7z & = & -9 & \textcircled{2} \\ \hline & 5x + 23y & = & 51 & \textcircled{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 20x + 92y & = & 204 & \textcircled{5} \times 4 \\ (-) & 20x + 10y & = & 40 & \textcircled{4} \times 5 \\ \hline & 82y & = & 164 \\ & y & = & \frac{164}{82} \\ & y & = & 2 \end{array}$$

Se sustituye  $y$  por  $2$  en la ecuación  $\textcircled{4}$ .

$$\begin{array}{rcl} 4x + 2 \times 2 & = & 8 \\ 4x + 4 & = & 8 \\ 4x & = & 8 - 4 \\ 4x & = & 4 \\ x & = & \frac{4}{4} \\ & = & 1 \end{array}$$

Se sustituye  $x$  por  $1$  y  $y$  por  $2$  en la ecuación  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{array}{rcl} 3 \times 1 - 2 \times 2 + z & = & 2 \\ 3 - 4 + z & = & 2 \\ -1 + z & = & 2 \\ z & = & 2 + 1 \\ & = & 3 \end{array}$$

R:  $x = 1, y = 2, z = 3$

## Sección 5 Inecuaciones

### Clase 1 Representación de la relación de desigualdad de expresiones numéricas o algebraicas

#### Aprendizaje esperado:

Representa una situación de la vida real mediante una expresión con un símbolo de desigualdad.

#### Sección 5 Inecuaciones

##### Clase 1 Representación de la relación de desigualdad de expresiones numéricas o algebraicas

**P**

a. Ana ahorra 5 quetzales semanales durante “x” semanas. Reúne cierta cantidad de dinero pero no le alcanza para comprar una cartera de 75 quetzales. Represente con un símbolo de desigualdad la relación que hay entre la cantidad de dinero ahorrado con el precio de la cartera.

**S**

a. Cantidad de dinero por semana: 5 quetzales  
Cantidad de semanas: x  
Total de dinero reunido: 5x quetzales

Total de dinero < precio de la cartera  
 $5x < 75$

Respuesta:  $5x < 75$

b. Estatura de Juanita: y cm  
Estatura que permite el abordaje: 130 cm o más

Estatura de Juanita  $\geq$  estatura que permite el abordaje  
 $y \geq 130$

Respuesta:  $y \geq 130$

**C**

Los símbolos “<” o “>” se utilizan para representar una relación de cantidades distintas. El símbolo “<” se lee “menor que”. El símbolo “>” se lee “mayor que”.  
Los símbolos “≤” o “≥” también se utilizan para representar una relación de cantidades. El símbolo “≤” se lee “menor o igual que”. El símbolo “≥” se lee “mayor o igual que”.  
A las relaciones de dos expresiones matemáticas que representan cantidades distintas se les llama **desigualdades**.

| Desigualdad    | Lectura                      |
|----------------|------------------------------|
| a. $x < 8$     | x “es menor que” 8.          |
| b. $x \leq 10$ | x “es menor o igual que” 10. |
| c. $x > 4$     | x “es mayor que” 4.          |
| d. $x \geq 7$  | x “es mayor o igual que” 7.  |

**E**

Represente las siguientes situaciones con un símbolo de desigualdad.

- Cinco estudiantes tienen “x” canicas cada uno. Cuando reúnen todas sus canicas, la cantidad reunida es menor que 45.
- Francisco introduce en la maleta “x” objetos que pesan 5 libras cada uno, cuyo peso final es mayor que 40 libras.
- En un mercado se vende un canasto de manzanas a 40 quetzales y un canasto de papas a 25 quetzales. Si se compran “x” canastos de manzanas y “y” canastos de papas, el costo total de la compra es mayor o igual que 200 quetzales.
- Una familia viaja en automóvil de Petén a Guatemala a 75 kilómetros por hora. Cuando han pasado “x” horas, recorren una distancia menor o igual que 300 kilómetros.

#### Solucionario de los ejercicios:

- $5x < 45$
- $5x > 40$
- $40x + 25y \geq 200$
- $75x \leq 300$

Fecha: dd – mm – aa

1-5-1 Representación de la relación de desigualdad de expresiones numéricas o algebraicas

**P** Represente con un símbolo de desigualdad.

- Ana ahorra 5 quetzales semanales durante “x” semanas, pero no le alcanza para comprar una cartera de 75 quetzales.
- La condición para abordar un juego es tener 130 cm o más de estatura. La estatura de Juanita es “y” centímetros. ¿Cuál es la condición de estatura de Juanita para abordar el juego?

**S** a. Cantidad de dinero por semana: 5 quetzales  
Cantidad de semanas: x  
Total de dinero reunido: 5x quetzales  
Total de dinero < precio de la cartera  
R:  $5x < 75$

b. Estatura de Juanita: y cm  
Estatura permitida: 130 cm o más  
Estatura de Juanita  $\geq$  estatura que permite el abordaje  
R:  $y \geq 130$

**C** A las relaciones de dos expresiones matemáticas que representan cantidades distintas se les llama **desigualdades**.

<: menor que      ≤: menor o igual que  
>: mayor que      ≥: mayor o igual que

**E** Represente con un símbolo de desigualdad.

- Cinco estudiantes que tienen “x” canicas cada uno reúnen todas sus canicas y la cantidad reunida es menor que 45.  
R:  $5x < 45$
- “x” objetos pesan 5 libras cada uno y su peso final es mayor que 40 libras.  
R:  $5x > 40$
- Si compran “x” canastos de manzanas a 40 quetzales y “y” canastos de papa a 25 quetzales, el costo total de la compra es mayor o igual que 200 quetzales.  
R:  $40x + 25y \geq 200$
- Cuando viajan en automóvil a 75 km por hora y pasan “x” horas, recorren una distancia menor o igual que 300 km.  
R:  $75x \leq 300$

## Sección 5 Inecuaciones

### Clase 2 Intervalos en la recta numérica

#### Aprendizaje esperado:

Representa intervalos en una recta numérica.

#### Sección 5 Inecuaciones

#### Clase 2 Intervalos en la recta numérica



- a. En un hospital se midió el peso de los bebés recién nacidos. El bebé más pequeño pesaba 5.5 libras, y el bebé más grande pesaba 8.2 libras. Trace en la recta numérica el segmento que represente el peso de los bebés nacidos en el hospital.
- b. En el IRTRA Petapa todos los niños que tienen una estatura mayor que 1 m y menor o igual que 1.4 m pagan 50 quetzales de ingreso al parque de diversiones. Trace en la recta numérica el segmento que represente la estatura de los niños que pagan 50 quetzales de ingreso al parque de diversiones.



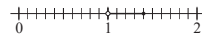
- a. Peso del bebé más pequeño: 5.5 lb  
Peso del bebé más grande: 8.2 lb

Valores desde 5.5 hasta 8.2  $[5.5, 8.2]$



- b. Estatura mayor a: 1 m  
Estatura menor o igual a: 1.4 m

Valor mayor que 1 y menor o igual que 1.4:  $(1, 1.4]$



El intervalo cerrado significa "incluir" los extremos y se expresa con  $[$  o  $]$ .

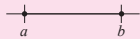
El intervalo abierto significa "no incluir" los extremos y se expresa con  $($  o  $)$ .



$$a \leq x \leq b$$

Un intervalo que es mayor o igual que  $a$  y menor o igual que  $b$ .

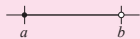
$[a, b]$



$$a \leq x < b$$

Un intervalo que es mayor o igual que  $a$  y menor que  $b$ .

$[a, b)$

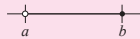


Cuando un intervalo es cerrado se expresa con  $\bullet$ .  
Cuando un intervalo es abierto se expresa con  $\circ$ .

$$a < x \leq b$$

Un intervalo que es mayor que  $a$  y menor o igual que  $b$ .

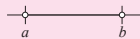
$(a, b]$



$$a < x < b$$

Un intervalo que es mayor que  $a$  y menor que  $b$ .

$(a, b)$



Represente cada uno de los siguientes intervalos en la recta numérica.

- a.  $(-2, 3]$       b.  $[0, 3]$       c.  $(1, 3)$       d.  $[1, 3]$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

43

...

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.
- b.
- c.
- d.

Fecha: dd - mm - aa

1-5-2 Intervalos en la recta numérica

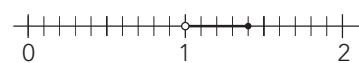
- (P) a. En un hospital se midió el peso de los bebés. El bebé más pequeño pesaba 5.5 libras, y el más grande pesaba 8.2 libras. Trace en la recta numérica el segmento que represente el peso de los bebés.

- b. En IRTRA Petapa todos los niños que tienen una estatura mayor que 1 m y menor o igual que 1.4 m pagan 50 quetzales de ingreso al parque. Trace en la recta numérica el segmento que represente la estatura de los niños que pagan 50 quetzales.

- (S) a. Valores desde 5.5 hasta 8.2  $[5.5, 8.2]$



- b. Valor mayor que 1 y menor o igual que 1.4  $(1, 1.4]$



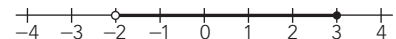
$[$  o  $]$  : "incluir"

$($  o  $)$  : "no incluir"

- (C)  $a \leq x \leq b$   $[a, b]$
- $a < x \leq b$   $(a, b]$
- $a \leq x < b$   $[a, b)$
- $a < x < b$   $(a, b)$

- (E) Represente los intervalos en una recta numérica.

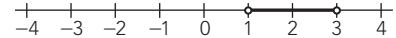
- a.  $(-2, 3]$



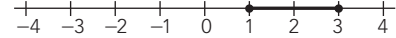
- b.  $[0, 3]$



- c.  $(1, 3)$



- d.  $[1, 3]$



## Sección 5 Inecuaciones

### Clase 3 Propiedades de las desigualdades (suma y resta)

#### Aprendizaje esperado:

Compara dos cantidades usando las propiedades de suma y resta de las desigualdades.

#### Sección 5 Inecuaciones

##### Clase 3 Propiedades de las desigualdades (suma y resta)

- P** a. Juan tiene 18 años de edad y Pedro tiene 10 años. Después de 9 años, ¿será que Juan sigue siendo mayor que Pedro?  
b. Alicia tiene 7 años y Sonia tiene 12 años, ¿hace 5 años era Alicia menor que Sonia?

**S** a. Juan tiene 18 años y Pedro tiene 10 años:  
Después de 9 años:

$$\begin{array}{rcl} & 18 > 10 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 18 + 9 & & 10 + 9 \\ = 27 & & = 19 \\ 18 + 9 & > & 10 + 9 \end{array}$$

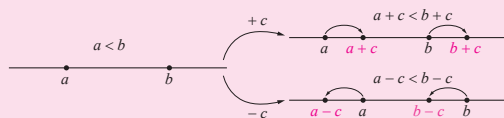
Por tanto, después de 9 años Juan seguirá siendo el mayor.

b. Alicia tiene 7 años y Sonia tiene 12 años:  
Hace 5 años:

$$\begin{array}{rcl} & 7 < 12 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 7 - 5 & & 12 - 5 \\ = 2 & & = 7 \\ 7 - 5 & < & 12 - 5 \end{array}$$

Por tanto, hace 5 años Alicia era menor que Sonia.

- C** Si se suma o se resta una misma cantidad de ambos miembros de una desigualdad, la relación de la desigualdad se mantiene como se muestra en la siguiente gráfica:



Si  $a < b$ , entonces  $a + c < b + c$  y  $a - c < b - c$ .

- E** 1. Si  $a > b$ , escriba “<” o “>” en el espacio indicado, según sea el caso.  
a.  $a + 2 \square b + 2$                       b.  $a - 4 \square b - 4$   
2. Si  $a < b$ , escriba “<” o “>” en el espacio indicado, según sea el caso.  
a.  $a + 5 \square b + 5$                       b.  $a - 3 \square b - 3$

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a.  $a + 2 \square b + 2$                       b.  $a - 4 \square b - 4$   
2. a.  $a + 5 \square b + 5$                       b.  $a - 3 \square b - 3$

Fecha: dd - mm - aa

1-5-3 Propiedades de las desigualdades (suma y resta)

- P** a. Juan tiene 18 años de edad y Pedro tiene 10 años. Después de 9 años, ¿será que Juan sigue siendo mayor que Pedro?  
b. Alicia tiene 7 años y Sonia tiene 12 años. ¿Hace 5 años era Alicia menor que Sonia?

- S** a. Después de 9 años:

$$\begin{array}{rcl} & 18 > 10 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 18 + 9 & & 10 + 9 \\ = 27 & & = 19 \\ 18 + 9 & > & 10 + 9 \end{array}$$

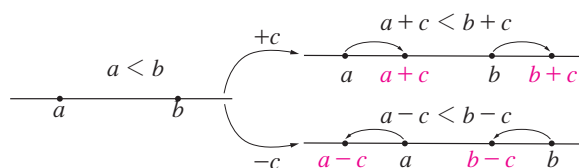
R: Después de 9 años Juan seguirá siendo el mayor.

Hace 5 años:

$$\begin{array}{rcl} & 7 < 12 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 7 - 5 & & 12 - 5 \\ = 2 & & = 7 \\ 7 - 5 & < & 12 - 5 \end{array}$$

R: Hace 5 años Alicia era menor que Sonia.

- C** Si  $a < b$ , entonces  $a + c < b + c$  y  $a - c < b - c$ .



- E** 1. Si  $a > b$ , escriba “<” o “>”.

- a.  $a + 2 \square b + 2$                       b.  $a - 4 \square b - 4$

## Sección 5 Inecuaciones

### Clase 4 Propiedades de las desigualdades (multiplicación y división)

#### Aprendizaje esperado:

Compara dos cantidades usando las propiedades de multiplicación y división de desigualdades.

#### Sección 5 Inecuaciones

#### Clase 4 Propiedades de las desigualdades (multiplicación y división)

**P** ¿Se mantiene la dirección del signo de desigualdad entre los dos miembros de una inecuación si se multiplican por un mismo valor?

- Se multiplican ambos miembros de la inecuación  $3 < 5$  por 2.
- Se multiplican ambos miembros de la inecuación  $3 < 5$  por  $-2$ .
- Se dividen ambos miembros de la inecuación  $12 > 9$  entre 3.
- Se dividen ambos miembros de la inecuación  $12 > 9$  entre  $-3$ .

**S** a. 
$$\begin{array}{ccc} 3 & < & 5 \\ \swarrow & & \searrow \\ 3 \times 2 & & 5 \times 2 \\ = 6 & & = 10 \end{array}$$
 Se multiplican ambos miembros por 2.  
Por tanto,  $3 \times 2 < 5 \times 2$ .  
La dirección del signo de desigualdad se mantiene igual.

b. 
$$\begin{array}{ccc} 3 & < & 5 \\ \swarrow & & \searrow \\ 3 \times (-2) & & 5 \times (-2) \\ = -6 & & = -10 \end{array}$$
 Se multiplican ambos miembros por  $-2$ .  
Por tanto,  $3 \times (-2) > 5 \times (-2)$ .  
La dirección del signo de la desigualdad se invierte.

c. 
$$\begin{array}{ccc} 12 & > & 9 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{12}{3} & & \frac{9}{3} \\ = 4 & & = 3 \end{array}$$
 Se divide ambos miembros entre 3.  
Por tanto,  $\frac{12}{3} > \frac{9}{3}$ .  
La dirección del signo de desigualdad se mantiene igual.

d. 
$$\begin{array}{ccc} 12 & > & 9 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{12}{-3} & & \frac{9}{-3} \\ = -4 & & = -3 \end{array}$$
 Se divide ambos miembros entre  $-3$ .  
Por tanto,  $-\frac{12}{3} < -\frac{9}{3}$ .  
La dirección del signo de la desigualdad se invierte.

**C** Si ambos miembros de una desigualdad son multiplicados o divididos por un mismo número positivo, la relación de la desigualdad se mantiene igual. Entonces, la dirección del signo de desigualdad se mantiene. Si  $a < b$  y  $c > 0$ , entonces  $ac < bc$  y  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .  
Si ambos miembros de una desigualdad son multiplicados o divididos por un mismo número negativo, la relación de la desigualdad se invierte. Entonces, la dirección del signo de desigualdad se invierte. Si  $a < b$  y  $c < 0$ , entonces  $ac > bc$  y  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

- E** 1. Si  $a > b$ , escriba “<” o “>” en el espacio indicado, según sea el caso.  
a.  $3a \square 3b$  b.  $-4a \square -4b$
2. Si  $a < b$ , escriba “<” o “>” en el espacio indicado, según sea el caso.  
a.  $\frac{a}{5} \square \frac{b}{5}$  b.  $-\frac{a}{4} \square -\frac{b}{4}$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

45

..

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $3a \square 3b$  b.  $-4a \square -4b$
- a.  $\frac{a}{5} \square \frac{b}{5}$  b.  $-\frac{a}{4} \square -\frac{b}{4}$

Fecha: dd – mm – aa

1-5-4 Propiedades de las desigualdades (multiplicación y división)

**P** ¿Se mantiene la dirección del signo de la desigualdad?

- Se multiplican ambos miembros de  $3 < 5$  por 2.
- Se multiplican ambos miembros de  $3 < 5$  por  $-2$ .
- Se dividen ambos miembros de  $12 > 9$  entre 3.
- Se dividen ambos miembros de  $12 > 9$  entre  $-3$ .

**S** a. 
$$\begin{array}{ccc} 3 & < & 5 \\ \swarrow & & \searrow \\ 3 \times 2 & & 5 \times 2 \\ = 6 & & = 10 \end{array}$$
 Por tanto,  $3 \times 2 < 5 \times 2$ .  
La dirección del signo de desigualdad se mantiene.

b. 
$$\begin{array}{ccc} 3 & < & 5 \\ \swarrow & & \searrow \\ 3 \times (-2) & & 5 \times (-2) \\ = -6 & & = -10 \end{array}$$
 Por tanto,  $3 \times (-2) > 5 \times (-2)$ .  
La dirección del signo de desigualdad se invierte.

c. 
$$\begin{array}{ccc} 12 & > & 9 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{12}{3} & & \frac{9}{3} \\ = 4 & & = 3 \end{array}$$
 Por tanto,  $\frac{12}{3} > \frac{9}{3}$ .  
La dirección del signo de desigualdad se mantiene.

d. 
$$\begin{array}{ccc} 12 & > & 9 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{12}{-3} & & \frac{9}{-3} \\ = -4 & & = -3 \end{array}$$
 Por tanto,  $-\frac{12}{3} < -\frac{9}{3}$ .  
La dirección del signo de desigualdad se invierte.

**C** Si  $a < b$  y  $c > 0$ , entonces  $ac < bc$  y  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .  
Si  $a < b$  y  $c < 0$ , entonces  $ac > bc$  y  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

**E** 1. Si  $a > b$ , escriba “<” o “>”.

- $3a \square 3b$  b.  $-4a \square -4b$

2. Si  $a < b$ , escriba “<” o “>”.

- $\frac{a}{5} \square \frac{b}{5}$  b.  $-\frac{a}{4} \square -\frac{b}{4}$



# Sección 5 Inecuaciones

## Clase 5 Resolución de inecuaciones

### Aprendizaje esperado:

Resuelve inecuaciones de primer grado.

#### Sección 5 Inecuaciones

#### Clase 5 Resolución de inecuaciones



Resuelva las siguientes inecuaciones y represente la solución en la recta numérica.

a.  $3x + 4 > 10$

b.  $-2x - 3 \leq 9$



a.  $3x + 4 > 10$

$3x + 4 - 4 > 10 - 4$

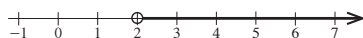
Se aplica la propiedad de la desigualdad, restando 4 de ambos miembros.

$3x > 6$

$\frac{3x}{3} > \frac{6}{3}$

$x > 2$

Se aplica la propiedad de la desigualdad, dividiendo ambos miembros entre 3.



b.  $-2x - 3 \leq 9$

$-2x - 3 + 3 \leq 9 + 3$

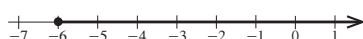
Se aplica la propiedad de la desigualdad, sumando 3 en ambos miembros.

$-2x \leq 12$

$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{12}{-2}$

$x \geq -6$

Se aplica la propiedad de la desigualdad, dividiendo ambos miembros entre -2.



¡Cuidado con la división entre números negativos!  
Si  $a < b$  y  $c < 0$ , entonces  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .



A una desigualdad de dos expresiones algebraicas que incluyen una incógnita, se le llama **inecuación**.

La solución de una inecuación es el conjunto de valores que satisfacen la inecuación.

Para resolver una inecuación se aplican las propiedades de las desigualdades.



Resuelva las siguientes inecuaciones y represente la solución en una recta numérica.

a.  $2x < 14$

b.  $4x + 1 \leq -3$

c.  $-3x + 8 > 2$

d.  $-5x - 7 \geq 8$

e.  $4x - 6 < 10$

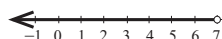
f.  $3x - 3 \geq 9$

g.  $6x + 3 \leq -3$

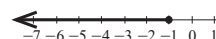
h.  $-4x - 7 < 5$

### Solucionario de los ejercicios:

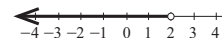
a.  $2x < 14$   
 $\frac{2x}{2} < \frac{14}{2}$   
 $x < 7$



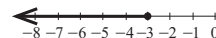
b.  $4x + 1 \leq -3$   
 $4x + 1 - 1 \leq -3 - 1$   
 $4x \leq -4$   
 $\frac{4x}{4} \leq \frac{-4}{4}$   
 $x \leq -1$



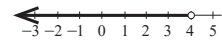
c.  $-3x + 8 > 2$   
 $-3x + 8 - 8 > 2 - 8$   
 $-3x > -6$   
 $\frac{-3x}{-3} < \frac{-6}{-3}$   
 $x < 2$



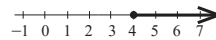
d.  $-5x - 7 \geq 8$   
 $-5x - 7 + 7 \geq 8 + 7$   
 $-5x \geq 15$   
 $\frac{-5x}{-5} \leq \frac{15}{-5}$   
 $x \leq -3$



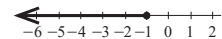
e.  $4x - 6 < 10$   
 $4x - 6 + 6 < 10 + 6$   
 $4x < 16$   
 $\frac{4x}{4} < \frac{16}{4}$   
 $x < 4$



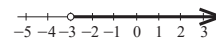
f.  $3x - 3 \geq 9$   
 $3x - 3 + 3 \geq 9 + 3$   
 $3x \geq 12$   
 $\frac{3x}{3} \geq \frac{12}{3}$   
 $x \geq 4$



g.  $6x + 3 \leq -3$   
 $6x + 3 - 3 \leq -3 - 3$   
 $6x \leq -6$   
 $\frac{6x}{6} \leq \frac{-6}{6}$   
 $x \leq -1$



h.  $-4x - 7 < 5$   
 $-4x - 7 + 7 < 5 + 7$   
 $-4x < 12$   
 $\frac{-4x}{-4} > \frac{12}{-4}$   
 $x > -3$



Fecha: dd - mm - aa

1-5-5 Resolución de inecuaciones

(P) Resuelva las inecuaciones y represente la solución en la recta numérica.

a.  $3x + 4 > 10$

b.  $-2x - 3 \leq 9$

(S) Aplique la propiedad de la desigualdad.

a.  $3x + 4 > 10$

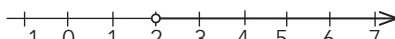
$3x + 4 - 4 > 10 - 4$  Se resta 4 de ambos miembros.

$3x > 6$

$\frac{3x}{3} > \frac{6}{3}$

$x > 2$

Se dividen ambos miembros entre 3.



b.  $-2x - 3 \leq 9$

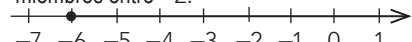
$-2x - 3 + 3 \leq 9 + 3$  Se suma 3 en ambos miembros.

$-2x \leq 12$

$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{12}{-2}$

$x \geq -6$

Se dividen ambos miembros entre -2.



Si  $a < b$  y  $c < 0$ , entonces  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

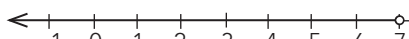
(C) A una desigualdad de dos expresiones algebraicas que incluyen una incógnita, se le llama **inecuación**.

(E) Resuelva las inecuaciones y represente la solución en una recta numérica.

a.  $2x < 14$

$\frac{2x}{2} < \frac{14}{2}$

$x < 7$



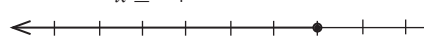
b.  $4x + 1 \leq -3$

$4x + 1 - 1 \leq -3 - 1$

$4x \leq -4$

$\frac{4x}{4} \leq \frac{-4}{4}$

$x \leq -1$



## Sección 6 Sucesiones

### Clase 1 Sucesiones

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra términos de una sucesión.

#### Sección 6 Sucesiones

#### Clase 1 Sucesiones



El calendario muestra que los domingos corresponden a los días 3, 10, 17 y 24.

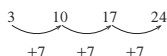
¿En qué secuencia están organizados los números?

Septiembre

| D  | L  | M  | M  | J  | V  | S  |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    | 1  | 2  |
| 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |



La secuencia de números empieza por 3 y se agregan 7 unidades cada vez.



A una lista de números colocados en un cierto orden se le llama **sucesión**. A cada uno de los números que lo conforman se les llama **términos**.

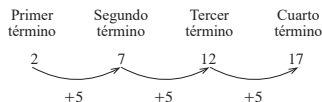
Se expresa una lista de términos, empleando una letra y subíndices para especificar su orden.

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Los subíndices señalan el lugar que ocupa cada término de la sucesión. Es decir, el primer término es  $a_1$ , el segundo término es  $a_2$ , y así sucesivamente. Al  $n$ -ésimo término se le llama **término general de la sucesión** y se expresa como  $a_n$ .

La secuencia,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  se expresa como  $\{a_n\}$ .

Ejemplo:



Son los primeros cuatro términos de una sucesión que empieza por 2 y cada término se obtiene sumando 5 al anterior.



1. Encuentre los primeros cuatro términos de cada sucesión.

- 3 es el primer término de la sucesión y cada término se obtiene sumando 8 al anterior.
- 5 es el primer término y cada término se obtiene multiplicando por 2 al anterior.

2. Encuentre los primeros cinco términos de las siguientes sucesiones.

- 30 es el primer término de la sucesión y cada término se obtiene restando 4 del anterior.
- 240 es el primer término de la sucesión y cada término se obtiene dividiendo entre 2 al anterior.

#### Solucionario de los ejercicios:

- 3, 11, 19, 27
  - 5, 10, 20, 40
- 30, 26, 22, 18, 14
  - 240, 120, 60, 30, 15

Fecha: dd - mm - aa

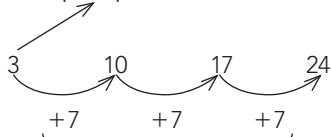
1-6-1 Sucesiones

(P) 3, 10, 17 y 24

¿En qué secuencia están organizados los números?

(S)

Empieza por 3.



Se agregan 7 unidades cada vez.

(C)

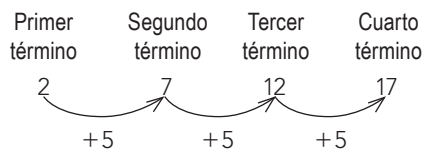
A una lista de números colocados en un cierto orden se le llama **sucesión**. A cada uno de los números que lo conforman se les llama **términos**.

Se expresa una lista de términos, empleando una letra y subíndice para especificar su orden.

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Al  $n$ -ésimo término se le llama **término general de la sucesión** y se expresa como  $a_n$ . La secuencia se expresa como  $\{a_n\}$ .

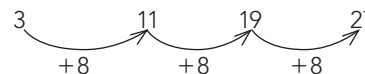
Ejemplo:



(E)

1. Encuentre los primeros cuatro términos de la sucesión.

- 3 es el primer término y cada término se obtiene sumando 8 al anterior.



R: 3, 11, 19, 27

## Sección 6 Sucesiones

### Clase 2 Sucesiones aritméticas (1)

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la regla de una sucesión aritmética.

#### Sección 6 Sucesiones

#### Clase 2 Sucesiones aritméticas (1)

**P**

Encuentre la regla que sigue la siguiente sucesión.

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

**S**

Es una sucesión cuyo primer término es 1 y los otros términos se obtienen sumando 2 al anterior.

1   3   5   7   9   11   ...  
+2   +2   +2   +2   +2

**C**

A una sucesión cuyo término se obtiene sumando un número constante al término anterior se le llama **sucesión aritmética**. A la constante se le llama **diferencia** y se denota  $d$ .

Ejemplo:

a. 3   8   13   18   23   28   ...  
+5   +5   +5   +5   +5

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 3 y su diferencia es 5.

b. 10   8   6   4   2   0   ...  
-2   -2   -2   -2   -2

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 10 y su diferencia es -2.

**E**

1. Encuentre la regla que siguen las siguientes sucesiones aritméticas.

- 5, 9, 13, 17, 21, 25, ...
- 21, 18, 15, 12, 9, 6, ...
- 2, 0, 2, 4, 6, 8, ...

2. Encuentre los primeros cinco términos de las siguientes sucesiones aritméticas.

- El primer término es 1 y la diferencia es 5.
- El primer término es 10 y la diferencia es -2.

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a. 5   9   13   17   21   25   ...  
+4   +4   +4   +4   +4

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 5 y su diferencia es 4.

b. 21   18   15   12   9   6   ...  
-3   -3   -3   -3   -3

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 21 y su diferencia es -3.

c. -2   0   2   4   6   8   ...  
+2   +2   +2   +2   +2

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es -2 y su diferencia es 2.

- 1, 6, 11, 16, 21
  - 10, 8, 6, 4, 2

Fecha: dd - mm - aa

1-6-2 Sucesiones aritméticas (1)

**P** Encuentre la regla que sigue la sucesión.  
1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

**S** El primer término es 1.

1   3   5   7   9   11   ...  
+2   +2   +2   +2   +2  
Se suma 2 al término anterior.

**C** A una sucesión cuyo término se obtiene sumando un número constante al anterior se le llama **sucesión aritmética**. A la constante se le llama **diferencia** y se denota  $d$ .

Ejemplo:

a. 3   8   13   18   23   28   ...  
+5   +5   +5   +5   +5

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 3 y su diferencia es 5.

b. 10   8   6   4   2   0   ...  
-2   -2   -2   -2   -2

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 10 y su diferencia es -2.

**E** 1. Encuentre la regla de la sucesión aritmética.

a. 5   9   13   17   21   25   ...  
+4   +4   +4   +4   +4

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 5 y su diferencia es 4.

## Sección 6 Sucesiones

### Clase 3 Sucesiones aritméticas (2)

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el término general de una sucesión aritmética.

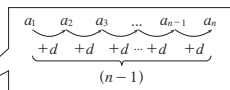
Encuentra el  $n$ -ésimo término de una sucesión aritmética.

#### Sección 6 Sucesiones

#### Clase 3 Sucesiones aritméticas (2)

**P** Encuentre el término general de la sucesión aritmética  $\{a_n\}$ , cuyo primer término es  $a_1$  y su diferencia es  $d$ .

**S**  $a_1$   
 $a_2 = a_1 + d = a_1 + 1d$   
 $a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$   
 $a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$   
 $\vdots$   
 Así que el  $n$ -ésimo término será  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .



**C** Un término general de una sucesión aritmética, cuyo primer término es  $a_1$  y su diferencia es  $d$ , es  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .

Ejemplo:

En la sucesión aritmética cuyo primer término es 2 y su diferencia es 4:

a. El término general

$$\begin{aligned} a_n &= 2 + (n-1) \times 4 \\ &= 2 + 4n - 4 \\ &= 4n - 2 \end{aligned}$$

b. El décimo término

$$\begin{aligned} a_{10} &= 4 \times 10 - 2 \\ &= 40 - 2 \\ &= 38 \end{aligned}$$

**E** Encuentre el término general y el vigésimo término de las siguientes sucesiones aritméticas.

- El primer término es 3 y la diferencia es 6.
- El primer término es 10 y la diferencia es 2.
- El primer término es  $-2$  y la diferencia es 3.
- El primer término es 8 y la diferencia es  $-4$ .

#### Solucionario de los ejercicios:

Término general

20° término

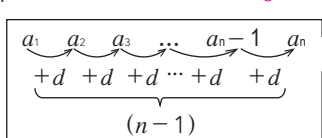
- |                                                                    |                                                         |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| a. $a_n = 3 + (n-1) \times 6$<br>$= 3 + 6n - 6$<br>$= 6n - 3$      | $a_{20} = 6 \times 20 - 3$<br>$= 120 - 3$<br>$= 117$    |
| b. $a_n = 10 + (n-1) \times 2$<br>$= 10 + 2n - 2$<br>$= 2n + 8$    | $a_{20} = 2 \times 20 + 8$<br>$= 40 + 8$<br>$= 48$      |
| c. $a_n = -2 + (n-1) \times 3$<br>$= -2 + 3n - 3$<br>$= 3n - 5$    | $a_{20} = 3 \times 20 - 5$<br>$= 60 - 5$<br>$= 55$      |
| d. $a_n = 8 + (n-1) \times (-4)$<br>$= 8 - 4n + 4$<br>$= -4n + 12$ | $a_{20} = -4 \times 20 + 12$<br>$= -80 + 12$<br>$= -68$ |

Fecha: dd - mm - aa

1-6-3 Sucesiones aritméticas (2)

**P** Encuentre el término general de la sucesión aritmética  $\{a_n\}$ , cuyo primer término es  $a_1$  y su diferencia es  $d$ .

**S**  $a_1$   
 $a_2 = a_1 + d = a_1 + 1d$   
 $a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$   
 $a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$   
 Así que el  $n$ -ésimo término será  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .



**C** Un término general de una sucesión aritmética, cuyo primer término es  $a_1$  y su diferencia es  $d$ , es  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .

Ejemplo:

En la sucesión aritmética cuyo primer término es 2 y su diferencia es 4:

a. Término general

$$\begin{aligned} a_n &= 2 + (n-1) \times 4 \\ &= 2 + 4n - 4 \\ &= 4n - 2 \end{aligned}$$

b. Décimo término

$$\begin{aligned} a_{10} &= 4 \times 10 - 2 \\ &= 40 - 2 \\ &= 38 \end{aligned}$$

**E** Encuentre el término general y el vigésimo término de la sucesión aritmética.

a. El primer término es 3 y la diferencia es 6.

Término general

$$\begin{aligned} a_n &= 3 + (n-1) \times 6 \\ &= 3 + 6n - 6 \\ &= 6n - 3 \end{aligned}$$

Vigésimo término

$$\begin{aligned} a_{20} &= 6 \times 20 - 3 \\ &= 120 - 3 \\ &= 117 \end{aligned}$$

## Sección 6 Sucesiones

### Clase 4 Sucesiones geométricas (1)

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la regla de una sucesión geométrica.

#### Sección 6 Sucesiones

#### Clase 4 Sucesiones geométricas (1)

**P**

Encuentre la regla que sigue la siguiente sucesión.

1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

**S**

Es una sucesión cuyo primer término es 1 y los otros términos se obtienen multiplicando el anterior por 2.

1      2      4      8      16      32      ...  
 $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$

**C**

A una sucesión cuyo término se obtiene multiplicando el anterior por una constante se le llama **sucesión geométrica**. A la constante se le llama **razón** y se denota  $r$ .

Ejemplo:

a. 2      6      18      54      162      ...  
 $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 2 y su razón es 3.

b. 10      5       $\frac{5}{2}$        $\frac{5}{4}$        $\frac{5}{8}$       ...  
 $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 10 y su razón es  $\frac{1}{2}$ .

**E**

1. Encuentre la regla de las siguientes sucesiones geométricas.

a. -3, -9, -27, -81, -243, ...

b. 1,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{27}$ ,  $\frac{1}{81}$ , ...

2. Encuentre los primeros cinco términos de las siguientes sucesiones geométricas.

a. El primer término es 2 y la razón es 4.

b. El primer término es 80 y la razón es  $\frac{1}{2}$ .

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a. -3      -9      -27      -81      -243      ...  
 $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es -3 y su razón es 3.

b. 1       $\frac{1}{3}$        $\frac{1}{9}$        $\frac{1}{27}$        $\frac{1}{81}$       ...  
 $\times \frac{1}{3}$     $\times \frac{1}{3}$     $\times \frac{1}{3}$     $\times \frac{1}{3}$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 1 y su razón es  $\frac{1}{3}$ .

2. a. 2, 8, 32, 128, 512

b. 80, 40, 20, 10, 5

Fecha: dd - mm - aa

1-6-4 Sucesiones geométricas (1)

**P** Encuentre la regla que sigue la sucesión.

1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

**S** El primer término es 1.

1      2      4      8      16      32      ...  
 $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$     $\times 2$

Se multiplica el término anterior por 2.

**C** A una sucesión cuyo término se obtiene multiplicando el anterior por una constante se le llama **sucesión geométrica**. A la constante se le llama **razón** y se denota  $r$ .

Ejemplo:

a. 2      6      18      54      162      ...  
 $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 2 y su razón es 3.

b. 10      5       $\frac{5}{2}$        $\frac{5}{4}$        $\frac{5}{8}$       ...  
 $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$     $\times \frac{1}{2}$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 10 y su razón es  $\frac{1}{2}$ .

**E** 1. Encuentre la regla de la sucesión geométrica.

a. -3      -9      -27      -81      -243      ...  
 $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$     $\times 3$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es -3 y su razón es 3.

## Sección 6 Sucesiones

### Clase 5 Sucesiones geométricas (2)

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el término general de una sucesión geométrica.

Encuentra el n-ésimo término de una sucesión geométrica.

#### Sección 6 Sucesiones

#### Clase 5 Sucesiones geométricas (2)

**P** Encuentre el término general de la sucesión geométrica  $\{a_n\}$ , cuyo primer término es  $a_1$  y su razón es  $r$ .

**S**

$$a_1 = a_1$$

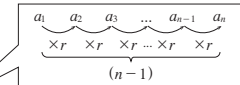
$$a_2 = a_1 \times r = a_1 r^1$$

$$a_3 = a_2 \times r = a_1 r \times r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 \times r = a_1 r^2 \times r = a_1 r^3$$

$$\vdots$$

Así que el n-ésimo término será  $a_n = a_1 r^{n-1}$



**C** Un término general de una sucesión geométrica, cuyo primer término es  $a_1$  y su razón es  $r$ , es  $a_n = a_1 r^{n-1}$ .

Ejemplo:

En la sucesión geométrica cuyo primer término es 2 y su razón es 3:

a. El término general  
 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

b. El quinto término  
 $a_5 = 2 \times 3^{5-1}$   
 $= 2 \times 3^4$   
 $= 2 \times 81$   
 $= 162$

**E** Encuentre el término general y el cuarto término de las siguientes sucesiones geométricas.

- El primer término es 1 y la razón es 4.
- El primer término es 5 y la razón es 2.
- El primer término es -5 y la razón es 3.
- El primer término es 3 y la razón es -2.

¡Cuidado!  
 $a_4 = 3 \times (-2)^3$



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

51

...

#### Solucionario de los ejercicios:

Término general

4° término

a.  $a_n = 1 \times 4^{n-1}$   
 $= 4^{n-1}$

$a_4 = 4^{4-1}$   
 $= 4^3$   
 $= 64$

b.  $a_n = 5 \times 2^{n-1}$

$a_4 = 5 \times 2^{4-1}$   
 $= 5 \times 2^3$   
 $= 5 \times 8$   
 $= 40$

c.  $a_n = -5 \times 3^{n-1}$

$a_4 = -5 \times 3^{4-1}$   
 $= -5 \times 3^3$   
 $= -5 \times 27$   
 $= -135$

d.  $a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$

$a_4 = 3 \times (-2)^{4-1}$   
 $= 3 \times (-2)^3$   
 $= 3 \times (-8)$   
 $= -24$

Fecha: dd - mm - aa

1-6-5 Sucesiones geométricas (2)

**P** Encuentre el término general de la sucesión geométrica  $\{a_n\}$ , cuyo primer término es  $a_1$  y su razón es  $r$ .

**S**

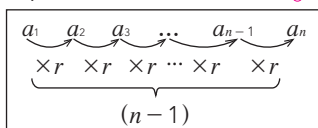
$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \times r = a_1 r^1$$

$$a_3 = a_2 \times r = a_1 r \times r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 \times r = a_1 r^2 \times r = a_1 r^3$$

Así que el n-ésimo término será  $a_n = a_1 r^{n-1}$



**C** Un término general de una sucesión geométrica, cuyo primer término es  $a_1$  y su razón es  $r$ , es  $a_n = a_1 r^{n-1}$ .

Ejemplo:

En la sucesión geométrica cuyo primer término es 2 y su razón es 3:

a. Término general

$$a_n = 2 \times 3^{n-1}$$

b. Quinto término

$$a_5 = 2 \times 3^{5-1}$$

$$= 2 \times 3^4$$

$$= 2 \times 81$$

$$= 162$$

**E** Encuentre el término general y el cuarto término de la sucesión geométrica.  
a. El primer término es 1 y la razón es 4.

Término general

$$a_n = 1 \times 4^{n-1}$$

Cuarto término

$$a_4 = 1 \times 4^{4-1}$$

$$= 1 \times 4^3$$

$$= 1 \times 64$$

$$= 64$$

## Complemento de solucionario de los ejercicios

### Sección 4, clase 6

$$\begin{aligned} \text{c. } \begin{cases} 5x + 6y = 8 & \textcircled{1} \\ x + 3y = 7 & \textcircled{2} \end{cases} \\ \textcircled{2} \times 5: \\ (x + 3y) \times 5 = 7 \times 5 \\ 5x + 15y = 35 \textcircled{3} \\ \begin{array}{r} 5x + 15y = 35 \textcircled{3} \\ (-) 5x + 6y = 8 \textcircled{1} \\ \hline 9y = 27 \\ y = \frac{27}{9} \\ y = 3 \end{array} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por 3 en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} x + 3 \times 3 &= 7 \\ x + 9 &= 7 \\ x &= 7 - 9 \\ &= -2 \end{aligned}$$

R:  $x = -2, y = 3$

### Sección 4, clase 7

$$\begin{aligned} \text{c. } \begin{cases} 3x - 2y = 5 & \textcircled{1} \\ 6x + 3y = 24 & \textcircled{2} \end{cases} \\ \textcircled{1} \times 2: \quad 6x - 4y = 10 \\ \begin{array}{r} 6x - 4y = 10 \\ (-) 6x + 3y = 24 \textcircled{2} \\ \hline -7y = -14 \\ y = \frac{-14}{-7} \\ y = 2 \end{array} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 3x - 2 \times 2 &= 5 \\ 3x - 4 &= 5 \\ 3x &= 5 + 4 \\ 3x &= 9 \\ x &= \frac{9}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

R:  $x = 3, y = 2$

### Sección 4, clase 8

$$\text{c. } \begin{cases} y = -x + 8 & \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye  $y$  por  $-x + 8$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 3x - 2(-x + 8) &= 4 \\ 3x + 2x - 16 &= 4 \\ 5x - 16 &= 4 \\ 5x &= 4 + 16 \\ 5x &= 20 \\ x &= \frac{20}{5} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 4 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} y &= -4 + 8 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = 4, y = 4$

### Sección 4, clase 9

$$\begin{aligned} \text{c. } \begin{cases} y = 2x + 5 & \textcircled{1} \\ y = -4x - 13 & \textcircled{2} \end{cases} \\ 2x + 5 = -4x - 13 \\ 2x + 4x + 5 = -13 \\ 6x + 5 = -13 \\ 6x = -13 - 5 \\ 6x = -18 \\ x = \frac{-18}{6} \\ x = -3 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por  $-3$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} y &= 2 \times (-3) + 5 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

R:  $x = -3, y = -1$

### Sección 4, clase 10

$$\text{b. } \begin{cases} 2x - y = 5 & \textcircled{1} \\ 2y = x - 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se despeja  $y$  en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x - y &= 5 \\ -y &= 5 - 2x \\ y &= \frac{5 - 2x}{-1} \\ y &= -5 + 2x \\ y &= 2x - 5 \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por  $2x - 5$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 2(2x - 5) &= x - 1 \\ 4x - 10 &= x - 1 \\ 4x - x - 10 &= -1 \\ 3x - 10 &= -1 \\ 3x &= -1 + 10 \\ 3x &= 9 \\ x &= \frac{9}{3} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 3 en la ecuación  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{aligned} y &= 2 \times 3 - 5 \\ &= 6 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

R:  $x = 3, y = 1$

$$\text{c. } \begin{cases} y = 4x - 11 & \textcircled{1} \\ 3x + 8y = -18 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye  $y$  por  $4x - 11$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 3x + 8(4x - 11) &= -18 \\ 3x + 32x - 88 &= -18 \\ 35x - 88 &= -18 \\ 35x &= -18 + 88 \\ 35x &= 70 \\ x &= \frac{70}{35} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} y &= 4 \times 2 - 11 \\ &= 8 - 11 \\ &= -3 \end{aligned}$$

R:  $x = 2, y = -3$

## Ejercitación A

- Dadas las expresiones algebraicas de ① a ④, resuelva.
  - Identifique los monomios.
  - Identifique las expresiones algebraicas de primer grado.
- Reduzca los términos semejantes de las siguientes expresiones.
  - $2a + 5b + 4a - 3b$
  - $-3x - 2y + 5x - 7y$
  - $4a^2 - 3a - 6a^2 + 2a$
  - $-5x^2 - 3x - 6x^2 + 4x$
- Calcule las siguientes expresiones.
  - $(3a + b) + (a - 6b)$
  - $(2x - 4y) + (5x + 6y)$
  - $(4a + 2b) - (3a - b)$
  - $(5x - 6y) - (2x + 4y)$
  - $(-2x - 3y) + (6x - 4y)$
  - $(-a + 4b) - (-3a + 7b)$
- Calcule las siguientes expresiones.
  - $4(2x + 7y)$
  - $5(3x - 2y)$
  - $-3(6a + b)$
  - $-6(2x - 3y)$
  - $(8x + 4y) \div 2$
  - $(24a - 30b) \div 3$
  - $(15x + 10y) \div (-5)$
  - $(14a - 49b) \div (-7)$
- Calcule las siguientes expresiones, reduciendo los términos semejantes.
  - $\frac{3x + 2y}{4} + \frac{x - 4y}{2}$
  - $\frac{2a - 4b}{3} - \frac{5a + 3b}{6}$
  - $\frac{3x - 3y}{2} + \frac{2x - 4y}{3}$
- Calcule las siguientes expresiones.
  - $3a \times 5b$
  - $-2x \times x$
  - $-7a \times (-3ab)$
  - $20x \div 5x$
  - $15ab \div (-3a)$
  - $-21x^2y \div (-7xy)$
  - $2ab \times 6a^2 \div 4a^2b$
  - $18xyz \div 9yz \times (-5yz)$
  - $-xy \times (-14xy^2) \div 7x^2$
- Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones.
  - $5x + 4y$ , si  $x = 4$ ,  $y = 2$
  - $2x - y$ , si  $x = 3$ ,  $y = -6$
- Desarrolle las siguientes expresiones.
  - $x(x + 4)$
  - $a(a - 3)$
  - $5x(x - 2)$
  - $-3a(a + 6)$
  - $(x + 2)(y + 3)$
  - $(a - 3)(b + 4)$
  - $(x - 5)(y - 2)$
  - $(2x + 1)(4y - 3)$
  - $(3a - 2)(b - 5)$
  - $(x + 3)(x + 5)$
  - $(a + 4)(a - 2)$
  - $(b - 3)(b - 6)$
  - $(x + 3)^2$
  - $(x - 2)^2$
  - $(x + 1)(x - 1)$
  - $(2a + 3)(2a + 1)$
- Resuelva las siguientes ecuaciones.
  - $x + 5 = 6$
  - $x - 2 = 4$
  - $4x = 20$
  - $\frac{x}{2} = 8$
- Identifique el sistema de ecuaciones que tienen como respuesta  $x = 2$ ,  $y = 4$ .
  - $\begin{cases} y = 2x \\ x - y = 2 \end{cases}$
  - $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$
  - $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - y = -1 \end{cases}$
- Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción.
  - $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + y = 6 \end{cases}$
  - $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$
- Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.
  - $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x + y = 18 \end{cases}$
  - $\begin{cases} x = 3y - 1 \\ x + 2y = 19 \end{cases}$
- Si  $a > b$ , escriba " $<$ " o " $>$ " en el espacio indicado, según sea el caso.
  - $a + 3 \underline{\hspace{1cm}} b + 3$
  - $a - 2 \underline{\hspace{1cm}} b - 2$
  - $2a \underline{\hspace{1cm}} 2b$
  - $\frac{a}{3} \underline{\hspace{1cm}} \frac{b}{3}$
- Encuentre la regla que siguen las siguientes sucesiones aritméticas.
  - 2, 5, 8, 11, 14, ...
  - 14, 12, 10, 8, 6, ...
- Encuentre la regla que siguen las siguientes sucesiones geométricas.
  - 3, 6, 12, 24, 48, ...
  - 240, 120, 60, 30, 15, ...

## Solucionario:

- ②, ③
  - ①, ③
- $$2a + 5b + 4a - 3b = 2a + 4a + 5b - 3b$$

$$= (2 + 4)a + (5 - 3)b$$

$$= 6a + 2b$$
  - $$-3x - 2y + 5x - 7y = -3x + 5x - 2y - 7y$$

$$= (-3 + 5)x + (-2 - 7)y$$

$$= 2x + (-9)y$$

$$= 2x - 9y$$
  - $$4a^2 - 3a - 6a^2 + 2a = 4a^2 - 6a^2 - 3a + 2a$$

$$= (4 - 6)a^2 + (-3 + 2)a$$

$$= -2a^2 + (-1)a$$

$$= -2a^2 - a$$
  - $$-5x^2 - 3x - 6x^2 + 4x = -5x^2 - 6x^2 - 3x + 4x$$

$$= (-5 - 6)x^2 + (-3 + 4)x$$

$$= -11x^2 + x$$
- $$(3a + b) + (a - 6b) = 3a + b + a - 6b$$

$$= 3a + a + b - 6b$$

$$= 4a - 5b$$
  - $$(2x - 4y) + (5x + 6y) = 2x - 4y + 5x + 6y$$

$$= 2x + 5x - 4y + 6y$$

$$= 7x + 2y$$
  - $$(4a + 2b) - (3a - b) = 4a + 2b - 3a + b$$

$$= 4a - 3a + 2b + b$$

$$= a + 3b$$
  - $$(5x - 6y) - (2x + 4y) = 5x - 6y - 2x - 4y$$

$$= 5x - 2x - 6y - 4y$$

$$= 3x - 10y$$
  - $$(-2x - 3y) + (6x - 4y) = -2x - 3y + 6x - 4y$$

$$= -2x + 6x - 3y - 4y$$

$$= 4x - 7y$$
  - $$(-a + 4b) - (-3a + 7b) = -a + 4b + 3a - 7b$$

$$= -a + 3a + 4b - 7b$$

$$= 2a - 3b$$
- $$4(2x + 7y) = 4 \times 2x + 4 \times 7y = 8x + 28y$$
  - $$5(3x - 2y) = 5 \times 3x + 5 \times (-2y) = 15x - 10y$$
  - $$-3(6a + b) = (-3) \times 6a + (-3) \times b = -18a - 3b$$
  - $$-6(2x - 3y) = (-6) \times 2x + (-6) \times (-3y)$$

$$= -12x + 18y$$
  - $$(8x + 4y) \div 2 = \frac{8x + 4y}{2}$$

$$= \frac{8x}{2} + \frac{4y}{2}$$

$$= 4x + 2y$$
  - $$(24a - 30b) \div 3 = \frac{24a - 30b}{3}$$

$$= \frac{24a}{3} - \frac{30b}{3}$$

$$= 8a - 10b$$
  - $$(15x + 10y) \div (-5) = \frac{15x + 10y}{-5}$$

$$= \frac{15x}{-5} + \frac{10y}{-5}$$

$$= -3x - 2y$$
  - $$(14a - 49b) \div (-7) = \frac{14a - 49b}{-7}$$

$$= \frac{14a}{-7} + \frac{-49b}{-7}$$

$$= -2a + 7b$$



$$5. \quad a. \quad \frac{3x+2y}{4} + \frac{x-4y}{2} = \frac{3x+2y}{4} + \frac{2(x-4y)}{4}$$

$$= \frac{3x+2y+2(x-4y)}{4}$$

$$= \frac{3x+2y+2x-8y}{4}$$

$$= \frac{3x+2x+2y-8y}{4}$$

$$= \frac{5x-6y}{4}$$

$$b. \quad \frac{2a-4b}{3} - \frac{5a+3b}{6} = \frac{2(2a-4b)}{6} - \frac{5a+3b}{6}$$

$$= \frac{2(2a-4b)-(5a+3b)}{6}$$

$$= \frac{4a-8b-5a-3b}{6}$$

$$= \frac{4a-5a-8b-3b}{6}$$

$$= \frac{-a-11b}{6}$$

$$c. \quad \frac{3x-3y}{2} + \frac{2x-4y}{3} = \frac{3(3x-3y)}{6} + \frac{2(2x-4y)}{6}$$

$$= \frac{3(3x-3y)+2(2x-4y)}{6}$$

$$= \frac{9x-9y+4x-8y}{6}$$

$$= \frac{9x+4x-9y-8y}{6}$$

$$= \frac{13x-17y}{6}$$

$$6. \quad a. \quad 3a \times 5b = 3 \times a \times 5 \times b$$

$$= 3 \times 5 \times a \times b$$

$$= 15ab$$

$$b. \quad -2x \times x = -2 \times x \times x$$

$$= -2x^2$$

$$c. \quad -7a \times (-3ab) = -7 \times a \times (-3) \times a \times b$$

$$= -7 \times (-3) \times a \times a \times b$$

$$= 21a^2b$$

$$d. \quad 20x \div 5x = \frac{20x}{5x}$$

$$= \frac{20 \times \cancel{x}}{5 \times \cancel{x}}$$

$$= 4$$

$$e. \quad 15ab \div (-3a) = \frac{15ab}{-3a}$$

$$= \frac{15 \times \cancel{a} \times b}{-3 \times \cancel{a}}$$

$$= -5b$$

$$f. \quad -21x^2y \div (-7xy) = \frac{-21x^2y}{-7xy}$$

$$= \frac{-21 \times \cancel{x} \times x \times \cancel{y}}{-7 \times \cancel{x} \times \cancel{y}}$$

$$= 3x$$

$$g. \quad 2ab \times 6a^2 \div 4a^2b = 2ab \times 6a^2 \times \frac{1}{4a^2b}$$

$$= \frac{2ab \times 6a^2}{4a^2b}$$

$$= \frac{2 \times 6 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b}}{4 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{b}}$$

$$= 3 \times a$$

$$= 3a$$

$$h. \quad 18xyz \div 9yz \times (-5yz) = 18xyz \times \frac{1}{9yz} \times (-5yz)$$

$$= -\frac{18xyz \times 5yz}{9yz}$$

$$= -\frac{18 \times 5 \times x \times \cancel{y} \times y \times \cancel{z} \times z}{9yz}$$

$$= -10 \times x \times y \times z$$

$$= -10xyz$$

$$i. \quad -xy \times (-14xy^2) \div 7x^2 = -xy \times (-14xy^2) \times \frac{1}{7x^2}$$

$$= \frac{-xy \times (-14xy^2)}{7x^2}$$

$$= \frac{(-1) \times (-14) \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times y \times y \times y}{7 \times \cancel{x} \times \cancel{x}}$$

$$= 2 \times y \times y \times y$$

$$= 2y^3$$

$$7. \quad a. \quad 5x + 4y = 5 \times 4 + 4 \times 2 = 20 + 8 = 28$$

$$b. \quad 2x - y = 2 \times 3 - (-6) = 6 + 6 = 12$$

$$8. \quad a. \quad x(x+4) = x \times x + x \times 4$$

$$= x^2 + 4x$$

$$b. \quad a(a-3) = a \times a - a \times 3$$

$$= a^2 - 3a$$

$$c. \quad 5x(x-2) = 5x \times x - 5x \times 2$$

$$= 5x^2 - 10x$$

$$d. \quad -3a(a+6) = -3a \times a + (-3a) \times 6$$

$$= -3a^2 - 18a$$

$$e. \quad (x+2)(y+3) = x \times y + x \times 3 + 2 \times y + 2 \times 3$$

$$= xy + 3x + 2y + 6$$

$$f. \quad (a-3)(b+4) = a \times b + a \times 4 + (-3) \times b + (-3) \times 4$$

$$= ab + 4a - 3b - 12$$

$$g. \quad (x-5)(y-2) = x \times y + x \times (-2) + (-5) \times y + (-5) \times (-2)$$

$$= xy - 2x - 5y + 10$$

$$h. \quad (2x+1)(4y-3) = 2x \times 4y + 2x \times (-3) + 1 \times 4y + 1 \times (-3)$$

$$= 8xy - 6x + 4y - 3$$

$$i. \quad (3a-2)(b-5) = 3a \times b + 3a \times (-5) + (-2) \times b + (-2) \times (-5)$$

$$= 3ab - 15a - 2b + 10$$

$$j. \quad (x+3)(x+5) = x^2 + (3+5)x + 3 \times 5$$

$$= x^2 + 8x + 15$$

$$k. \quad (a+4)(a-2) = a^2 + (4-2)a + 4 \times (-2)$$

$$= a^2 + 2a - 8$$

$$l. \quad (b-3)(b-6) = b^2 + (-3-6)b + (-3) \times (-6)$$

$$= b^2 - 9b + 18$$

$$m. \quad (x+3)^2 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$n. \quad (x-2)^2 = x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$o. \quad (x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

$$p. \quad (2a+3)(2a+1) = (2a)^2 + (3+1) \times 2a + 3 \times 1$$

$$= 2^2a^2 + 4 \times 2a + 3$$

$$= 4a^2 + 8a + 3$$

$$9. \quad a. \quad x + 5 = 6$$

$$x = 6 - 5$$

$$x = 1$$

$$b. \quad x - 2 = 4$$

$$x = 4 + 2$$

$$x = 6$$

$$c. \quad 4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

$$d. \quad \frac{x}{2} = 8$$

$$x = 8 \times 2$$

$$x = 16$$

10. b  
(Explicación)

Se sustituye  $x$  por 2 y  $y$  por 4 en cada sistema de ecuaciones.

$$a. \quad \begin{cases} y = 4, 2x = 2 \times 2 = 4 \\ x - y = 2 - 4 = -2 \end{cases}$$

$x = 2$  y  $y = 4$  no satisfacen el sistema de ecuaciones.  
Entonces, no es la solución.

$$b. \quad \begin{cases} x + y = 2 + 4 = 6 \\ x + 2y = 2 + 2 \times 4 = 10 \end{cases}$$

$x = 2$  y  $y = 4$  satisfacen el sistema de ecuaciones.  
Entonces, es la solución.

- c.  $\begin{cases} x + 2y = 2 + 2 \times 4 = 10 \\ x - y = 2 - 4 = -2 \end{cases}$   
 $x = 2$  y  $y = 4$  no satisfacen el sistema de ecuaciones.  
 Entonces, no es la solución.

11. a.  $2x + y = 10$  ①  
 $(- )x + y = 6$  ②  
 $\frac{x}{x} = 4$

Se sustituye  $x$  por 4 en la ecuación ②.

$$\begin{aligned} 4 + y &= 6 \\ y &= 6 - 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

R:  $x = 4, y = 2$

b.  $2x - y = 6$  ①  
 $(+)2x + y = 14$  ②  
 $\frac{4x}{4x} = 20$   
 $x = \frac{20}{4}$   
 $x = 5$

Se sustituye  $x$  por 5 en la ecuación ②.

$$\begin{aligned} 2 \times 5 + y &= 14 \\ 10 + y &= 14 \\ y &= 14 - 10 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = 5, y = 4$

12. a.  $y = 2x + 3$  ①  
 $x + y = 18$  ②

Se sustituye  $y$  por  $2x + 3$  en la ecuación ②.

$$\begin{aligned} x + (2x + 3) &= 18 \\ x + 2x + 3 &= 18 \\ 3x + 3 &= 18 \\ 3x &= 18 - 3 \\ 3x &= 15 \\ x &= \frac{15}{3} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 5 en la ecuación ①.

$$\begin{aligned} y &= 2 \times 5 + 3 \\ &= 13 \end{aligned}$$

R:  $x = 5, y = 13$

b.  $x = 3y - 1$  ①  
 $x + 2y = 19$  ②

Se sustituye  $x$  por  $3y - 1$  en la ecuación ②.

$$\begin{aligned} (3y - 1) + 2y &= 19 \\ 3y - 1 + 2y &= 19 \\ 5y &= 19 + 1 \\ 5y &= 20 \\ y &= \frac{20}{5} \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Se sustituye  $y$  por 4 en la ecuación ①.

$$\begin{aligned} x &= 3 \times 4 - 1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

R:  $x = 11, y = 4$

13. a.  $a + 3 \square b + 3$  b.  $a - 2 \square b - 2$

c.  $2a \square 2b$  d.  $\frac{a}{3} \square \frac{b}{3}$

14. a.  $2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{+3} 14 \dots$

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 2 y su diferencia es 3.

b.  $14 \xrightarrow{-2} 12 \xrightarrow{-2} 10 \xrightarrow{-2} 8 \xrightarrow{-2} 6 \dots$

Es una sucesión aritmética cuyo primer término es 14 y su diferencia es -2.

15. a.  $3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{\times 2} 24 \xrightarrow{\times 2} 48 \dots$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 3 y su razón es 2.

b.  $240 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 120 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 60 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 30 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 15 \dots$

Es una sucesión geométrica cuyo primer término es 240 y su razón es  $\frac{1}{2}$ .

## Ejercitación B

### Ejercitación B

1. Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $-2x^2 - 4x + 6x + x^2$       b.  $3x^2 + 2x + 1 - (3x + 5x^2)$   
 c.  $4a - 3b + (-6a + b)$       d.  $5x - 2y - (2x - 4y)$   
 e.  $2(x + 3y) + (x - 2y)$       f.  $(5a - 3b) - 4(a - 2b)$   
 g.  $3(2x + y) + 5(3x - 4y)$       h.  $6(2x - 3y) - 2(5x - 7y)$

2. Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $0.6x + y - (-1.2x + y)$       b.  $2(0.5x - y) + (-2x + 3y)$   
 c.  $\frac{5x - 2y}{3} + \frac{x + 7y}{4}$       d.  $\frac{2a - 4b}{5} - \frac{6a - 3b}{2}$

3. Calcule el resultado de las siguientes expresiones.

- a.  $-5x \times (-3y)$       b.  $(-x)^2 \times 3x$   
 c.  $(2a)^2 \times (-5b)$       d.  $6x^2 \div (-3x)$   
 e.  $(3x)^3 \div (-9x)$       f.  $(-20x^2y) \div (-2x)^2$   
 g.  $8xy \div \frac{4}{5}x$       h.  $16x^3y^2 \div (-4x)^2 \times 3x$

4. Si  $x = 3$ ,  $y = -4$ , encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones.

- a.  $5xy^2 \div 6y$       b.  $(2x + y) - (4x + 2y)$

5. Si  $x = 4$ ,  $y = -2$ , encuentre el valor numérico de  $x^2 - xy + \left(\frac{x}{y}\right)^2$ .

6. Si  $a + 2b = 5$ ,  $c = 3$ , encuentre el valor numérico de  $a + 2(b + c)$ .

7. Si  $3n$  es el número del medio, encuentre la suma de tres números naturales consecutivos.

8. Desarrolle las siguientes expresiones.

- a.  $(a - 1)(b - 1)$       b.  $(x + 2y)(x - 2y)$   
 c.  $(3x - 4)(3x + 4)$       d.  $(3 + x)(3 - x)$   
 e.  $\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)$       f.  $(a + b)^2$   
 g.  $(4 - y)^2$       h.  $(2a - 3b)^2$   
 i.  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$       j.  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

9. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones.

- a.  $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$       b.  $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 0.3x + 0.2y = 1.8 \end{cases}$       c.  $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$       d.  $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ -x + 2y + z = 4 \\ 2x - 3y - z = -3 \end{cases}$

10. Resuelva cada una de las desigualdades y representélas en la recta numérica.

- a.  $3x < 21$       b.  $2x + 1 \geq -5$       c.  $5x - 2 \leq -17$       d.  $-3x - 5 > -11$

11. Encuentre el término general y el décimo término de las siguientes sucesiones.

- a. El primer término de una sucesión aritmética es 3 y su diferencia es 2.  
 b. El primer término de una sucesión aritmética es 9 y su diferencia es -3.

12. Encuentre el término general y el cuarto término de las siguientes sucesiones.

- a. El primer término de una sucesión geométrica es 2 y su razón es 4.  
 b. El primer término de una sucesión geométrica es -5 y su razón es 3.

### Solucionario:

1. a.  $-2x^2 - 4x + 6x + x^2$   
 $= -2x^2 + x^2 - 4x + 6x$   
 $= (-2 + 1)x^2 + (-4 + 6)x$   
 $= -x^2 + 2x$ 

b.  $3x^2 + 2x + 1 - (3x + 5x^2)$   
 $= 3x^2 + 2x + 1 - 3x - 5x^2$   
 $= 3x^2 - 5x^2 + 2x - 3x + 1$   
 $= (3 - 5)x^2 + (2 - 3)x + 1$   
 $= -2x^2 - x + 1$ 

c.  $4a - 3b + (-6a + b)$   
 $= 4a - 3b - 6a + b$   
 $= 4a - 6a - 3b + b$   
 $= (4 - 6)a + (-3 + 1)b$   
 $= -2a - 2b$ 

d.  $5x - 2y - (2x - 4y)$   
 $= 5x - 2y - 2x + 4y$   
 $= 5x - 2x - 2y + 4y$   
 $= (5 - 2)x + (-2 + 4)y$   
 $= 3x + 2y$ 

e.  $2(x + 3y) + (x - 2y)$   
 $= 2x + 6y + x - 2y$   
 $= 2x + x + 6y - 2y$   
 $= (2 + 1)x + (6 - 2)y$   
 $= 3x + 4y$ 

f.  $(5a - 3b) - 4(a - 2b)$   
 $= 5a - 3b - 4a + 8b$   
 $= 5a - 4a - 3b + 8b$   
 $= (5 - 4)a + (-3 + 8)b$   
 $= a + 5b$ 

g.  $3(2x + y) + 5(3x - 4y)$   
 $= 6x + 3y + 15x - 20y$   
 $= 6x + 15x + 3y - 20y$   
 $= (6 + 15)x + (3 - 20)y$   
 $= 21x - 17y$ 

h.  $6(2x - 3y) - 2(5x - 7y)$   
 $= 12x - 18y - 10x + 14y$   
 $= 12x - 10x - 18y + 14y$   
 $= (12 - 10)x + (-18 + 14)y$   
 $= 2x - 4y$
2. a.  $0.6x + y - (-1.2x + y)$   
 $= 0.6x + y + 1.2x - y$   
 $= 0.6x + 1.2x + y - y$   
 $= (0.6 + 1.2)x$   
 $= 1.8x$ 

b.  $2(0.5x - y) + (-2x + 3y)$   
 $= x - 2y - 2x + 3y$   
 $= x - 2x - 2y + 3y$   
 $= (1 - 2)x + (-2 + 3)y$   
 $= -x + y$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{5x-2y}{3} + \frac{x+7y}{4} &= \frac{4(5x-2y)}{12} + \frac{3(x+7y)}{12} \\ &= \frac{4(5x-2y) + 3(x+7y)}{12} \\ &= \frac{20x-8y+3x+21y}{12} \\ &= \frac{20x+3x-8y+21y}{12} \\ &= \frac{23x+13y}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{2a-4b}{5} - \frac{6a-3b}{2} &= \frac{2(2a-4b)}{10} - \frac{5(6a-3b)}{10} \\ &= \frac{2(2a-4b) - 5(6a-3b)}{10} \\ &= \frac{4a-8b-30a+15b}{10} \\ &= \frac{4a-30a-8b+15b}{10} \\ &= \frac{-26a+7b}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. a. } -5x \times (-3y) &= (-5) \times x \times (-3) \times y \\ &= (-5) \times (-3) \times x \times y \\ &= 15xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (-x)^2 \times 3x &= (-x) \times (-x) \times 3 \times x \\ &= (-1) \times x \times (-1) \times x \times 3 \times x \\ &= (-1) \times (-1) \times 3 \times x \times x \times x \\ &= 3x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (2a)^2 \times (-5b) &= 2a \times 2a \times (-5b) \\ &= 2 \times a \times 2 \times a \times (-5) \times b \\ &= 2 \times 2 \times (-5) \times a \times a \times b \\ &= -20a^2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } 6x^2 \div (-3x) &= \frac{6 \times \cancel{x} \times x}{-3 \times \cancel{x}} \\ &= -2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } (3x)^3 \div (-9x) &= \frac{(3x)^3}{-9x} \\ &= -\frac{3x \times 3x \times 3x}{9x} \\ &= -\frac{3 \times x \times 3 \times x \times 3 \times x}{9 \times x} \\ &= -\frac{3 \times 3 \times 3 \times \cancel{x} \times x \times x}{9 \times \cancel{x}} \\ &= -3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } (-20x^2y) \div (-2x)^2 &= \frac{-20x^2y}{(-2x)^2} \\ &= \frac{-20 \times x \times x \times y}{(-2x) \times (-2x)} \\ &= \frac{-20 \times x \times x \times y}{(-2) \times x \times (-2) \times x} \\ &= \frac{-20 \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times y}{(-2) \times (-2) \times \cancel{x} \times \cancel{x}} \\ &= -5y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } 8xy \div \frac{4}{5}x &= 8xy \times \frac{5}{4x} \\ &= \frac{8xy \times 5}{4x} \\ &= \frac{8 \times 5 \times \cancel{x} \times y}{4 \times \cancel{x}} \\ &= 10y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } 16x^3y^2 \div (-4x)^2 \times 3x &= 16x^3y^2 \div 16x^2 \times 3x \\ &= 16x^3y^2 \times \frac{1}{16x^2} \times 3x \\ &= \frac{16 \times x \times x \times x \times y \times y \times 3 \times x}{16 \times x \times x} \\ &= \frac{16 \times 3 \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times y \times y}{16 \times \cancel{x} \times \cancel{x}} \\ &= 3 \times x \times x \times y \times y \\ &= 3x^2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. a. } 5xy^2 \div 6y &= \frac{5xy^2}{6y} \\ &= \frac{5 \times 3 \times (-4)^2}{6 \times (-4)} \\ &= \frac{5 \times 3 \times 16}{-24} \\ &= -\frac{240}{24} \\ &= -10 \end{aligned}$$

(Solución alternativa)

$$\begin{aligned} 5xy^2 \div 6y &= \frac{5xy^2}{6y} \\ &= \frac{5 \times x \times \cancel{y^2} \times y}{6 \times \cancel{y}} \\ &= \frac{5xy}{6} \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 3 y  $y$  por  $-4$ .

$$\begin{aligned} \frac{5xy}{6} &= \frac{5 \times 3 \times (-4)}{6} \\ &= -\frac{60}{6} \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (2x+y) - (4x+2y) &= [2 \times 3 + (-4)] - [4 \times 3 + 2 \times (-4)] \\ &= 6 - 4 - 12 + 8 \\ &= -2 \end{aligned}$$

(Solución alternativa)

$$\begin{aligned} (2x+y) - (4x+2y) &= 2x+y-4x-2y \\ &= -2x-y \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 3 y  $y$  por  $-4$ .

$$\begin{aligned} -2x-y &= -2 \times 3 - (-4) \\ &= -6 + 4 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5. } x^2 - xy + \left(\frac{x}{y}\right)^4 &= 4^2 - 4 \times (-2) + \left(\frac{4}{-2}\right)^4 \\ &= 16 + 8 + (-2)^4 \\ &= 16 + 8 + 16 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6. } a + 2(b+c) &= a + 2b + 2c \\ &= (a+2b) + 2c \\ &= 5 + 2 \times 3 \\ &= 5 + 6 \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$\text{7. } (3n-1) + 3n + (3n+1) = 9n$$

(Número menor) (Número de medio) (Número mayor)

$$\begin{aligned} \text{8. a. } (a-1)(b-1) &= a \times b + a \times (-1) + (-1) \times b + (-1) \times (-1) \\ &= ab - a - b + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (x+2y)(x-2y) &= x^2 - (2y)^2 \\ &= x^2 - 4y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (3x-4)(3x+4) &= (3x)^2 - 4^2 \\ &= 9x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } (3+x)(3-x) &= 3^2 - x^2 \\ &= 9 - x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } \left(a + \frac{1}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) &= a^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } (a+b)^2 &= a^2 + 2 \times a \times b + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } (4-y)^2 &= 4^2 - 2 \times 4 \times y + y^2 \\ &= 16 - 8y + y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } (2a-3b)^2 &= (2a)^2 - 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 \\ &= 4a^2 - 12ab + 9b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i. } \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 &= x^2 + 2 \times \frac{1}{3} \times x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j. } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 &= x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= x^2 - x + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

9. a. 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \textcircled{1} \\ 3x - 4y = -5 & \textcircled{2} \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} 6x + 9y = 24 \quad \textcircled{1} \times 3 \\ (-) 6x - 8y = -10 \quad \textcircled{2} \times 2 \\ \hline 17y = 34 \\ y = \frac{34}{17} \\ y = 2 \end{array}$$

Se sustituye  $y$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 2x + 3 \times 2 &= 8 \\ 2x + 6 &= 8 \\ 2x &= 8 - 6 \\ 2x &= 2 \\ x &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

R:  $x = 1, y = 2$

b. 
$$\begin{cases} x + 2y = 10 & \textcircled{1} \\ 0.3x + 0.2y = 1.8 & \textcircled{2} \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 18 \quad \textcircled{2} \times 10 \\ (-) x + 2y = 10 \quad \textcircled{1} \\ \hline 2x = 8 \\ x = \frac{8}{2} \\ x = 4 \end{array}$$

Se sustituye  $x$  por 4 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} 4 + 2y &= 10 \\ 2y &= 10 - 4 \\ 2y &= 6 \\ y &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

R:  $x = 4, y = 3$

c. 
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 1 & \textcircled{1} \\ x + 3y = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \quad \textcircled{1} \times 6 \\ (-) x + 3y = 9 \quad \textcircled{2} \\ \hline x = -3 \end{array}$$

Se sustituye  $x$  por  $-3$  en la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} -3 + 3y &= 9 \\ 3y &= 9 + 3 \\ 3y &= 12 \\ y &= \frac{12}{3} \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = -3, y = 4$

d. 
$$\begin{cases} x + y + z = 7 & \textcircled{1} \\ -x + 2y + z = 4 & \textcircled{2} \\ 2x - 3y - z = -3 & \textcircled{3} \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} x + y + z = 7 \quad \textcircled{1} \\ (-) -x + 2y + z = 4 \quad \textcircled{2} \\ \hline 2x - y = 3 \quad \textcircled{4} \\ x + y + z = 7 \quad \textcircled{1} \\ (+) 2x - 3y - z = -3 \quad \textcircled{3} \\ \hline 3x - 2y = 4 \quad \textcircled{5} \\ 4x - 2y = 6 \quad \textcircled{4} \times 2 \\ (-) 3x - 2y = 4 \quad \textcircled{5} \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Se sustituye  $x$  por 2 en la ecuación  $\textcircled{4}$ .

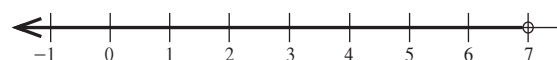
$$\begin{aligned} 2 \times 2 - y &= 3 \\ 4 - y &= 3 \\ -y &= 3 - 4 \\ -y &= -1 \\ y &= \frac{-1}{-1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Se sustituye  $x$  por 2 y  $y$  por 1 en la ecuación  $\textcircled{1}$ .

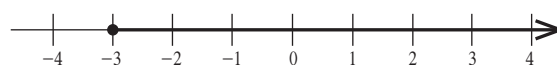
$$\begin{aligned} 2 + 1 + z &= 7 \\ 3 + z &= 7 \\ z &= 7 - 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R:  $x = 2, y = 1, z = 4$

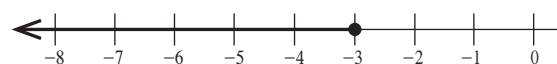
10. a. 
$$\begin{aligned} 3x &< 21 \\ \frac{3x}{3} &< \frac{21}{3} \\ x &< 7 \end{aligned}$$



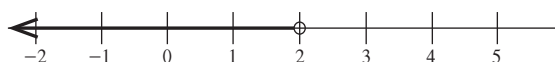
b. 
$$\begin{aligned} 2x + 1 &\geq 5 \\ 2x + 1 - 1 &\geq 5 - 1 \\ 2x &\geq -6 \\ \frac{2x}{2} &\geq \frac{-6}{2} \\ x &\geq -3 \end{aligned}$$



c. 
$$\begin{aligned} 5x - 2 &\leq -17 \\ 5x - 2 + 2 &\leq -17 + 2 \\ 5x &\leq -15 \\ \frac{5x}{5} &\leq \frac{-15}{5} \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$



d. 
$$\begin{aligned} -3x - 5 &> -11 \\ -3x - 5 + 5 &> -11 + 5 \\ -3x &> -6 \\ \frac{-3x}{-3} &< \frac{-6}{-3} \\ x &< 2 \end{aligned}$$



11. a. 
$$\begin{aligned} a_n &= 3 + (n - 1) \times 2 \\ &= 3 + 2n - 2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= 2 \times 10 + 1 \\ &= 20 + 1 \\ &= 21 \end{aligned}$$

b. 
$$\begin{aligned} a_n &= 9 + (n - 1) \times (-3) \\ &= 9 + (-3n) + 3 \\ &= -3n + 12 \end{aligned}$$

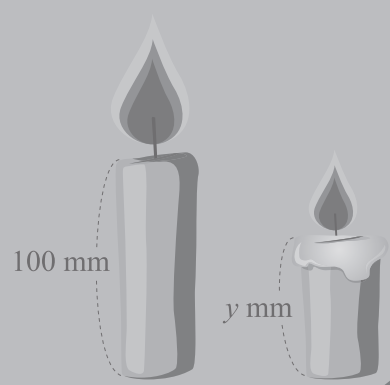
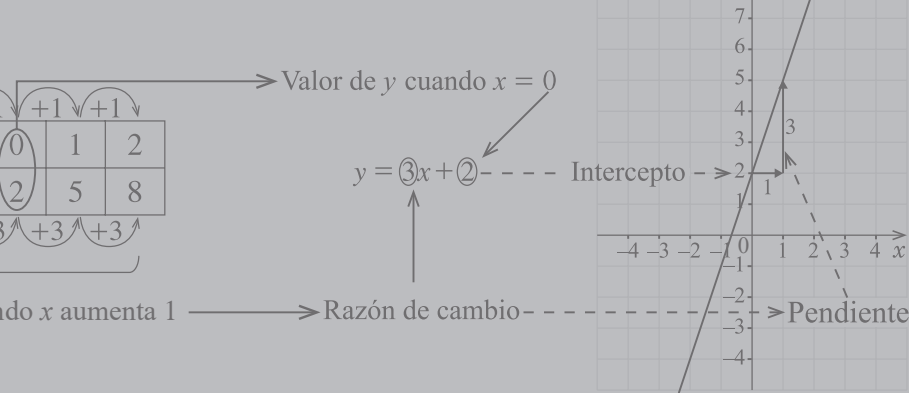
$$\begin{aligned} a_{10} &= -3 \times 10 + 12 \\ &= -30 + 12 \\ &= -18 \end{aligned}$$

12. a. 
$$a_n = 2 \times 4^{n-1}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= 2 \times 4^{4-1} \\ &= 2 \times 4^3 \\ &= 2 \times 64 \\ &= 128 \end{aligned}$$

b. 
$$a_n = -5 \times 3^{n-1}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= -5 \times 3^{4-1} \\ &= -5 \times 3^3 \\ &= -5 \times 27 \\ &= -135 \end{aligned}$$



$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x} = a$$

# Unidad 2 ..

# Función

| Competencia                                                                                               | Indicador de logro                                       | Sección                  | Clase                                                                                               | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2. Resuelve problemas utilizando modelos matemáticos en la representación y multiplicación de resultados. | 2.2 Grafica relaciones y funciones lineales en el plano. | 1. Función lineal        | 1.1 Significado de función lineal (1)                                                               | Identifica una función lineal a partir de la ecuación.<br>Construye una tabla de valores de una función lineal.<br>Escribe una ecuación de la función lineal de la forma $y = ax + b$ .      |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 1.2 Significado de función lineal (2)                                                               | Construye una tabla de valores de una función lineal.<br>Escribe una ecuación de la función lineal de la forma $y = ax + b$ .                                                                |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 1.3 Significado de razón de cambio (1)                                                              | Calcula la razón de cambio de una función lineal a partir de una tabla.                                                                                                                      |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 1.4 Significado de razón de cambio (2)                                                              | Calcula la razón de cambio de una función lineal a partir de una tabla.                                                                                                                      |
|                                                                                                           |                                                          | 2. Gráfica de la función | 2.1 Características de una función $y = ax + b$                                                     | Grafica una función lineal a partir de valores en la tabla.                                                                                                                                  |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.2 Intercepto en una función $y = ax + b$                                                          | Grafica una función lineal basándose en la gráfica de otra función que tiene la misma pendiente y diferente intercepto con el eje y.<br>Determina el intercepto con el eje y de una gráfica. |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.3 Razón de cambio ( $a > 0$ )                                                                     | Identifica las gráficas de funciones lineales que tienen diferentes pendientes y el mismo intercepto con el eje y.                                                                           |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.4 Razón de cambio ( $a < 0$ )                                                                     | Determina la razón de cambio de una función lineal a partir de su gráfica.                                                                                                                   |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.5 Pendiente de la gráfica de función lineal                                                       | Determina la pendiente de la gráfica de una función lineal.                                                                                                                                  |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.6 Pendiente e intercepto con el eje y de la gráfica de función lineal                             | Determina la pendiente y el intercepto con el eje y de la gráfica de una función $y = ax + b$ .                                                                                              |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.7 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal                                      | Identifica la relación entre tabla, ecuación y gráfica de una función lineal.                                                                                                                |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.8 Gráfica de función lineal dada la pendiente y el intercepto                                     | Grafica una función lineal a partir de la pendiente y el intercepto con el eje y.                                                                                                            |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.9 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (1)         | Relaciona la gráfica de una función con su ecuación cuando el intercepto es el mismo.                                                                                                        |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.10 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (2)        | Relaciona la gráfica de una función con su ecuación cuando la pendiente es la misma.                                                                                                         |
|                                                                                                           |                                                          |                          | 2.11 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a > 0$ ) | Escribe la ecuación de una función lineal de la forma $y = ax + b$ , donde $a > 0$ , a partir de su gráfica.                                                                                 |

|  |  |  |                                                                                                                                   |                                                                                                              |
|--|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  | 2.12 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a < 0$ )                               | Escribe la ecuación de una función lineal de la forma $y = ax + b$ , donde $a < 0$ , a partir de su gráfica. |
|  |  |  | 2.13 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la pendiente y coordenadas de un punto en la gráfica | Escribe la ecuación de una función lineal a partir de la pendiente y las coordenadas de un punto.            |
|  |  |  | 2.14 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a > 0$         | Escribe la ecuación de una función lineal a partir de las coordenadas de dos puntos, donde $a > 0$ .         |
|  |  |  | 2.15 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a < 0$         | Escribe la ecuación de una función lineal a partir de las coordenadas de dos puntos, donde $a < 0$ .         |
|  |  |  | 2.16 Aplicación de función lineal en las ciencias                                                                                 | Resuelve problemas expresados por una función lineal.                                                        |
|  |  |  | 2.17 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables                                                        | Grafica una ecuación de primer grado con dos variables.                                                      |
|  |  |  | 2.18 Gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables                                                        | Resuelve un sistema de ecuaciones de primer grado usando gráfica.                                            |



## Sección 1 Función lineal

### Clase 1 Significado de función lineal (1)

#### Aprendizaje esperado:

Identifica una función lineal a partir de la ecuación.

Construye una tabla de valores de una función lineal.

Escribe una ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ .

#### Sección 1 Función lineal

##### Clase 1 Significado de función lineal (1)

**P** María tiene una pila en su casa que contiene 3 litros de agua. Al abrir el chorro, deja fluir a ritmo constante 2 litros de agua por minuto. La tabla muestra la variación de los litros de agua en la pila a medida que transcurre el tiempo.

Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua en la pila es  $y$  litros:

a. Complete los espacios en blanco de la tabla.

|                      |   |   |   |   |   |   |     |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|-----|
| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| Cantidad de agua (L) | 3 | 5 | 7 |   |   |   | ... |

b. ¿Qué cantidad de agua contendrá la pila después de  $x$  minutos?

c. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

**S** a. En cada minuto el agua aumenta 2 L más que el minuto anterior. Completando la tabla se tiene:

|                      |   |             |             |             |              |               |     |
|----------------------|---|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|-----|
| Tiempo (min)         | 0 | 1           | 2           | 3           | 4            | 5             | ... |
| Cantidad de agua (L) | 3 | $3 + 2 = 5$ | $5 + 2 = 7$ | $7 + 2 = 9$ | $9 + 2 = 11$ | $11 + 2 = 13$ | ... |

b. Se puede observar que la cantidad de agua en la pila es igual a la cantidad que tenía al inicio (3 L) más 2 L por cada minuto transcurrido. Como  $x$  son los minutos transcurridos, después de  $x$  minutos la cantidad de agua será  $3 + 2x$ , es lo mismo que  $2x + 3$ .

c.  $y$  es la cantidad de agua en determinado momento. Entonces, la situación al inicio (minuto 0) cuando la pila tenía 3 L de agua, se puede expresar de la siguiente forma:

$$y = 2 \times 0 + 3 = 3$$

Después de cada minuto transcurrido tendrá:

$$y = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$y = 2 \times 2 + 3 = 7$$

...

Entonces, la cantidad  $y$  de agua en la pila después de  $x$  minutos será:

$$y = 2x + 3$$

**C** Cuando una relación entre las variables  $x$  y  $y$  se expresa como  $y = ax + b$ , se dice que  $y$  es una **función lineal** de  $x$ . Una función lineal  $y = ax + b$  está formada por la suma de  $ax$ , que es proporcional a  $x$ , y una constante  $b$ . Si  $b$  toma el valor de cero, la función lineal coincide con la proporcionalidad directa y se expresa como  $y = ax$ .

**E** 1. Indique cuáles de las siguientes ecuaciones corresponden a una función lineal.

- a.  $y = 2x + 1$     b.  $y = \frac{1}{x}$     c.  $y = x + 3$     d.  $y = x$

2. Una pecera contiene agua hasta 1 cm de altura y comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto. La tabla muestra la variación de la altura en relación al tiempo que transcurre. Si el tiempo es  $x$  minutos y la altura de agua es  $y$  cm:

a. Complete los espacios en blanco de la tabla.

|                      |   |   |   |   |   |   |   |     |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Altura del agua (cm) | 1 | 4 | 7 |   |   |   |   | ... |

b. ¿Cuál es la altura del agua después de 6 minutos?

c. Determine la altura del agua después de  $x$  minutos.

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

55

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a, c y d: Cuando se expresa como  $y = ax + b$ ,  $y$  es una función lineal de  $x$ .

2. a.

|                      |   |   |   |    |    |    |    |     |
|----------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|
| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | ... |
| Altura del agua (cm) | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | ... |

b. 19 cm

c.  $1 + 3x$  cm

d.  $y = 3x + 1$

Fecha: dd - mm - aa

2-1-1 Significado de función lineal (1)

**P** María tiene una pila con 3 litros de agua y deja fluir agua a ritmo constante de 2 litros por minuto. Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua en la pila es  $y$  litros:

a. Complete la tabla.

b. ¿Qué cantidad de agua contendrá la pila después de  $x$  minutos?

c. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

**S** a.

|                      |   |   |   |   |    |    |     |
|----------------------|---|---|---|---|----|----|-----|
| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | ... |
| Cantidad de agua (L) | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | ... |

$3+2=5$      $5+2=7$      $7+2=9$      $9+2=11$      $11+2=13$

b.  $3 + 2x$      $\Rightarrow 2x + 3$     c.  $y$  es la cantidad de agua.

0 minuto     $y = 2 \times 0 + 3 = 3$   
 1 minuto     $y = 2 \times 1 + 3 = 5$   
 2 minutos     $y = 2 \times 2 + 3 = 7$   
 $x$  minutos     $y = 2 \times x + 3 = 2x + 3$   
 R:  $y = 2x + 3$

**C** Cuando se expresa una relación entre  $x$  y  $y$  como  $y = ax + b$ , se dice que  $y$  es una **función lineal** de  $x$ . Cuando  $b = 0$ ,  $y = ax$ .

$$y = ax + \boxed{b} \leftarrow \text{Número constante}$$

↓  
proporcional a  $x$

**E** 2. Una pecera contiene agua hasta 1 cm de altura y se llena a ritmo constante de 3 cm por minuto. Si el tiempo es  $x$  minutos y la altura de agua es  $y$  cm:

a. Complete la tabla.

|                       |   |   |   |    |    |    |    |     |
|-----------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|
| Tiempo (min)          | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | ... |
| Cantidad de agua (cm) | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | ... |

$1+3=4$      $4+3=7$      $7+3=10$      $10+3=13$      $13+3=16$      $16+3=19$

b. ¿Cuál es la altura del agua después de 6 minutos?

R: 19 cm

c. Determine la altura después de  $x$  minutos.

R:  $1 + 3x$  cm

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

R:  $y = 3x + 1$

## Sección 1 Función lineal

### Clase 2 Significado de función lineal (2)

#### Aprendizaje esperado:

Construye una tabla de valores de una función lineal.

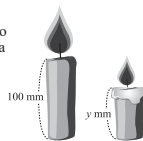
Escribe una ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ .

#### Sección 1 Función lineal

#### Clase 2 Significado de función lineal (2)



Se enciende una candela de 100 milímetros (mm) de largo y por cada minuto transcurrido se queman uniformemente 5 mm. Si el tiempo es  $x$  minutos y la longitud de la candela es  $y$  mm:



a. Complete los espacios en blanco de la tabla.

|                             |     |    |    |   |   |     |
|-----------------------------|-----|----|----|---|---|-----|
| Tiempo (min)                | 0   | 1  | 2  | 3 | 4 | ... |
| Longitud de la candela (mm) | 100 | 95 | 90 |   |   | ... |

b. ¿Qué longitud tendrá la candela después de 4 minutos?

c. ¿Qué longitud tendrá la candela después de  $x$  minutos?

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .



a. Como se queman 5 mm por minuto, al completar la tabla se obtiene:

|                             |     |                |               |               |               |     |
|-----------------------------|-----|----------------|---------------|---------------|---------------|-----|
| Tiempo (min)                | 0   | 1              | 2             | 3             | 4             | ... |
| Longitud de la candela (mm) | 100 | $100 - 5 = 95$ | $95 - 5 = 90$ | $90 - 5 = 85$ | $85 - 5 = 80$ | ... |

b. Después de 4 minutos, la candela tendrá 80 mm de longitud.

c. Con base en el inciso anterior, después de  $x$  minutos se queman  $5x$  mm. Entonces, la longitud de la candela después de  $x$  minutos serán 100 mm que tenía al inicio menos  $5x$  mm.

Es decir,  $100 - 5x$ ,  $y$  es igual a  $-5x + 100$ .

d. La candela tenía 100 mm de longitud al inicio (minuto 0). Entonces, la longitud  $y$  cuando  $x$  es 0 se puede expresar:

$$y = -5 \times 0 + 100 = 100$$

Después de cada minuto transcurrido tendrá:

$$y = -5 \times 1 + 100 = 95$$

$$y = -5 \times 2 + 100 = 90$$

...

Por tanto, la longitud  $y$  de la candela después de  $x$  minutos será:

$$y = -5x + 100$$



En una expresión  $y = ax + b$ , para  $a < 0$ , a medida que  $x$  aumenta,  $y$  disminuye. Este es un caso de función lineal.



Verónica viajó en un globo aerostático. Cuando estaba en el suelo, la temperatura del aire era de  $20^\circ\text{C}$ . Al ascender, la temperatura disminuyó  $6^\circ\text{C}$  por cada kilómetro. Si la altura es  $x$  km y la temperatura del aire es  $y^\circ\text{C}$ :



a. Complete los espacios en blanco de la tabla.

|                                           |    |    |   |   |   |     |
|-------------------------------------------|----|----|---|---|---|-----|
| Altura (km)                               | 0  | 1  | 2 | 3 | 4 | ... |
| Temperatura del aire ( $^\circ\text{C}$ ) | 20 | 14 |   |   |   | ... |

b. ¿Qué temperatura tendría el aire dentro del globo después de 3 km?

c. ¿Qué temperatura tendría el aire dentro del globo después de  $x$  km?

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

#### Solucionario de los ejercicios:

- a. 

|                                           |    |    |   |   |    |     |
|-------------------------------------------|----|----|---|---|----|-----|
| Altura (km)                               | 0  | 1  | 2 | 3 | 4  | ... |
| Temperatura del aire ( $^\circ\text{C}$ ) | 20 | 14 | 8 | 2 | -4 | ... |
- b.  $2^\circ\text{C}$
- c.  $20 - 6x^\circ\text{C}$
- d.  $y = -6x + 20$

Fecha: dd - mm - aa

#### 2-1-2 Significado de función lineal (2)

(P) Se enciende una candela de 100 mm de largo y por cada minuto se queman 5 mm. Si el tiempo es  $x$  minutos y la longitud de la candela es  $y$  mm:

a. Complete la tabla.

b. ¿Qué longitud tendrá la candela después de 4 minutos?

c. ¿Qué longitud tendrá la candela después de  $x$  minutos?

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

(S) a. 

|                             |     |    |    |    |    |     |
|-----------------------------|-----|----|----|----|----|-----|
| Tiempo (min)                | 0   | 1  | 2  | 3  | 4  | ... |
| Longitud de la candela (mm) | 100 | 95 | 90 | 85 | 80 | ... |

$100 - 5 = 95$     $95 - 5 = 90$     $90 - 5 = 85$     $85 - 5 = 80$

b. La candela tendrá 80 mm de longitud.

c.  $100 - 5x$   $\Leftrightarrow -5x + 100$

Longitud del inicio      Longitud quemada por  $x$  minutos

d.  $y$  es la longitud de la candela

$$0 \text{ minuto } y = -5 \times 0 + 100 = 100$$

$$1 \text{ minuto } y = -5 \times 1 + 100 = 95$$

$$2 \text{ minutos } y = -5 \times 2 + 100 = 90$$

$$x \text{ minutos } y = -5 \times x + 100 = -5x + 100$$

$$\text{R: } y = -5x + 100$$

(C) En una expresión  $y = ax + b$ , para  $a < 0$ , a medida que  $x$  aumenta,  $y$  disminuye.

(E) La temperatura del aire era de  $20^\circ\text{C}$ . Al ascender, la temperatura disminuyó  $6^\circ\text{C}$  por cada kilómetro. Si la altura es  $x$  km y la temperatura es  $y^\circ\text{C}$ :

a. Complete la tabla.

|                                  |    |    |   |   |    |     |
|----------------------------------|----|----|---|---|----|-----|
| Altura (km)                      | 0  | 1  | 2 | 3 | 4  | ... |
| Temperatura ( $^\circ\text{C}$ ) | 20 | 14 | 8 | 2 | -4 | ... |

$20 - 6 = 14$     $14 - 6 = 8$     $8 - 6 = 2$     $2 - 6 = -4$

b. ¿Qué temperatura tendrá después de 3 km?

R:  $2^\circ\text{C}$

c. ¿Qué temperatura tendrá después de  $x$  km?

$$\text{R: } 20 - 6x^\circ\text{C}$$

d. Expresa  $y$  en términos de  $x$ .

$$\text{R: } y = -6x + 20$$

## Sección 1 Función lineal

### Clase 3 Significado de razón de cambio (1)

#### Aprendizaje esperado:

Calcula la razón de cambio de una función lineal a partir de una tabla.

#### Sección 1 Función lineal

#### Clase 3 Significado de razón de cambio (1)



Luisa tiene un salón de belleza donde paga una cuota fija de 10 quetzales de luz a diario, más 3 quetzales por cada hora trabajada. La tabla muestra el pago total con relación al tiempo trabajado. Si el tiempo es  $x$  horas y el pago es  $y$  quetzales:

| Tiempo (h) | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
|------------|----|----|----|----|----|
| Pago (Q)   | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |

- Expresa  $y$  como una función lineal de  $x$  de la forma  $y = ax + b$ .
- Determine cómo cambian los valores de  $y$  a medida que los valores de  $x$  cambian.



- Luisa tiene que pagar 10 quetzales de cuota fija más 3 quetzales por cada hora trabajada. Entonces, el total a pagar después de  $x$  horas trabajadas es  $y = 10 + 3x$ . Ordenando de otra forma:  $y = 3x + 10$
- Para determinar cómo cambian los valores, se toman dos valores de  $x$  y sus respectivos valores de  $y$  de la tabla.

|         |    |    |    |    |    |  |
|---------|----|----|----|----|----|--|
|         |    | +1 | +1 | +1 | +1 |  |
|         |    | +2 |    |    |    |  |
| $x$ (h) | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |  |
| $y$ (Q) | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |  |
|         |    | +3 | +3 | +3 | +3 |  |
|         |    |    | +6 |    |    |  |

Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3 unidades.

Si  $x = 1, y = 13$ .

Si  $x = 3, y = 19$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1$

= 2

(Variación en  $y$ ) =  $19 - 13$

= 6

(Variación en  $y$ ) =  $\frac{6}{2}$

(Variación en  $x$ ) = 3



A la razón de la cantidad de variación en  $y$  a la cantidad de variación en  $x$ , se le llama **razón de cambio**.

$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$$



Una pila tiene 5 litros de agua. Al abrir la llave, fluyen 2 litros de agua por minuto. La tabla muestra la cantidad de litros de agua en la pila después de ciertos minutos transcurridos. Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua en la pila es  $y$  litros, resuelva.

| Tiempo (min)         | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  |
|----------------------|---|---|---|----|----|----|
| Cantidad de agua (L) | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |

- Expresa  $y$  como función lineal de  $x$ .
- Calcule la razón de cambio de  $y$  respecto a  $x$ .

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

57



#### Solucionario de los ejercicios:

- $y = 2x + 5$
- Si  $x = 1, y = 7$ .  
Si  $x = 3, y = 11$ .  
(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1 = 2$   
(Variación en  $y$ ) =  $11 - 7 = 4$   
(Razón de cambio) =  $\frac{\text{(Variación en } y\text{)}}{\text{(Variación en } x\text{)}} = \frac{4}{2} = 2$

Fecha: dd - mm - aa

#### 2-1-3 Significado de razón de cambio (1)

- Luisa paga una cuota fija de 10 quetzales de luz a diario más 3 quetzales por hora trabajada. Si el tiempo es  $x$  horas y el pago es  $y$  quetzales:

|            |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|
|            |    | +2 |    |    |    |
|            |    | +6 |    |    |    |
| Tiempo (h) | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| Pago (Q)   | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |

- Expresa  $y$  de la forma  $y = ax + b$ .
- Determine cómo cambian los valores de  $y$  a medida que los valores de  $x$  cambian.

- $y = 3x + 10$

- Se toman dos valores de  $x$  y  $y$ .

Si  $x = 1, y = 13$  y si  $x = 3, y = 19$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1$

= 2

(Variación en  $y$ ) =  $19 - 13$

= 6

$$\frac{\text{(variación en } y\text{)}}{\text{(variación en } x\text{)}} = \frac{6}{2}$$

Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3 unidades.



$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$$



- Una pila tiene 5 litros de agua y fluyen 2 litros de agua por minuto. Si el tiempo es  $x$  minutos y la cantidad de agua es  $y$  quetzales:

|              |   |   |    |    |    |    |
|--------------|---|---|----|----|----|----|
|              |   |   | +2 |    |    |    |
| Tiempo (min) | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  |
| Agua (L)     | 5 | 7 | 9  | 11 | 13 | 15 |

- Expresa  $y$  como función lineal de  $x$ .

$$y = 2x + 5$$

- Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .

Si  $x = 1, y = 7$  y si  $x = 3, y = 11$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1$

= 2

(Variación en  $y$ ) =  $11 - 7$

= 4

$$\frac{\text{(variación en } y\text{)}}{\text{(variación en } x\text{)}} = \frac{4}{2}$$

= 2

Razón de cambio: 2

## Sección 1 Función lineal

### Clase 4 Significado de razón de cambio (2)

#### Aprendizaje esperado:

Calcula la razón de cambio de una función lineal a partir de una tabla.

#### Sección 1 Función lineal

#### Clase 4 Significado de razón de cambio (2)



La siguiente tabla muestra una función lineal.

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
| x | 0  | 1  | 2  | 3 |
| y | 15 | 13 | 11 | 9 |

- Expresa  $y$  como función lineal de  $x$  de la forma  $y = ax + b$  y encuentre la constante  $a$ .
- Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .
- Compare el valor de  $a$  obtenido en el inciso a con la razón de cambio obtenida en el inciso b. ¿Qué concluye?



- Al observar los datos en la tabla, cada vez que  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 2. Entonces, al expresar  $y$  en función de  $x$  se tiene:  $y = 15 - 2x$ , lo cual equivale a  $y = -2x + 15$ .

Por tanto,  $a = -2$ .

- Se toman dos valores y se determina la variación en las dos variables.

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
| x | 0  | 1  | 2  | 3 |
| y | 15 | 13 | 11 | 9 |

Si  $x = 1$ ,  $y = 13$ .

Si  $x = 3$ ,  $y = 9$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1 = 2$

(Variación en  $y$ ) =  $9 - 13 = -4$

(Razón de cambio) =  $\frac{-4}{2} = -2$

Razón de cambio =  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$

- El valor de la constante es  $-2$ . La razón de cambio es  $-2$ . Por tanto, se puede concluir que el valor de la constante  $a$  es igual a la razón de cambio.



En una función lineal  $y = ax + b$ , la razón de cambio es constante y es equivalente al valor de  $a$ . Es decir:

$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x} = a$$



- La siguiente tabla muestra una función lineal.

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
| x | 0  | 1  | 2  | 3 |
| y | 18 | 14 | 10 | 6 |

- Expresa  $y$  como función lineal de  $x$ .
- Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .
- Compare la razón de cambio con el valor de la constante  $a$  encontrado en la función lineal  $y = ax + b$  que se obtuvo en el inciso a.

- Identifique la razón de cambio de las siguientes funciones.

- $y = 2x - 3$
- $y = x + 4$
- $y = \frac{1}{2}x + 1$
- $y = 3x - 5$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $y = -4x + 18$
  - Si  $x = 1$ ,  $y = 14$ .  
Si  $x = 3$ ,  $y = 6$ .  
(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1 = 2$   
(Variación en  $y$ ) =  $6 - 14 = -8$   
(Razón de cambio) =  $\frac{-8}{2} = -4$
  - Razón de cambio:  $-4$   
Constante  $a$ :  $-4$   
Por tanto, la constante  $a$  es igual a la razón de cambio.
- Razón de cambio:  $2$
  - Razón de cambio:  $1$
  - Razón de cambio:  $\frac{1}{2}$
  - Razón de cambio:  $3$

Fecha: dd - mm - aa

2-1-4 Significado de razón de cambio (2)

- La siguiente tabla muestra una función lineal.

- Expresa  $y$  de la forma  $y = ax + b$  y encuentre la constante  $a$ .
- Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .
- Compare la constante  $a$  y la razón de cambio. ¿Qué concluye?

- $y = -2x + 15$  Constante  $a$ :  $-2$

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
| x | 0  | 1  | 2  | 3 |
| y | 15 | 13 | 11 | 9 |

- Si  $x = 1$ ,  $y = 13$  y si  $x = 3$ ,  $y = 9$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1 = 2$

(Variación en  $y$ ) =  $9 - 13 = -4$

(Razón de cambio) =  $\frac{-4}{2} = -2$

Razón de cambio  
=  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$

- Constante  $a$  ( $-2$ ) = razón de cambio ( $-2$ )

- En una función lineal  $y = ax + b$ :

$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x} = a$$

- La siguiente tabla muestra una función lineal.

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
| x | 0  | 1  | 2  | 3 |
| y | 18 | 14 | 10 | 6 |

- Expresa  $y$  como función lineal de  $x$ . R:  $y = -4x + 18$

- Calcule la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .

Si  $x = 1$ ,  $y = 14$  y si  $x = 3$ ,  $y = 6$ .

(Variación en  $x$ ) =  $3 - 1 = 2$

(Variación en  $y$ ) =  $6 - 14 = -8$

(Razón de cambio) =  $\frac{-8}{2} = -4$

- Compare la razón de cambio con  $a$ .

Constante  $a$  ( $-4$ ) = razón de cambio ( $-4$ )

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 1 Características de una función $y = ax + b$

#### Aprendizaje esperado:

Gráfica una función lineal a partir de valores en la tabla.

#### Sección 2 Gráfica de la función

##### Clase 1 Características de una función $y = ax + b$

**P** Un grupo de estudiantes realiza un experimento en el que se calentó el agua  $2^{\circ}\text{C}$  por cada minuto transcurrido. Inicialmente el agua tenía una temperatura de  $5^{\circ}\text{C}$ . La tabla muestra los datos del experimento. Si el tiempo es  $x$  minutos y la temperatura es  $y^{\circ}\text{C}$ :

a. Complete los espacios en blanco de la tabla.

|                                    |   |   |   |   |   |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|
| Tiempo (min)                       | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) | 5 | 7 | 9 |   |   |

b. Expresa  $y$  como una función lineal de  $x$  de la forma  $y = ax + b$ .

c. Grafique los pares ordenados  $(x, y)$  mostrados en la tabla en el plano cartesiano.

d. Encuentre otros valores para  $y$ , tomando como ejemplo  $x = 0.5$ ,  $x = 1.5$ ,  $x = 2.5$  y  $x = 3.5$ .

Grafique los pares ordenados de los valores estimados.

a. Completando la tabla, se obtiene:

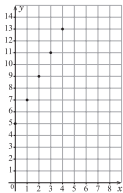
|                 |   |   |   |    |    |
|-----------------|---|---|---|----|----|
| Tiempo $x$      | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  |
| Temperatura $y$ | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |

Para graficar los pares ordenados en el plano cartesiano: el valor de  $x$  se sitúa sobre la recta horizontal o eje  $x$ , y se cuentan las unidades de  $y$  desplazándose a partir de ahí hacia arriba si es positivo o hacia abajo si es negativo.

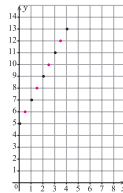


b. Al analizar la variación en  $y$  y la variación en  $x$ , se observa que cada vez que  $x$  aumenta 1,  $y$  aumenta 2. Entonces, la razón de cambio es 2, es decir, el valor de  $a$  es 2. Cuando  $x$  es 0,  $y$  es 5. Entonces, el valor de  $b$  es 5. Por tanto,  $y = 2x + 5$ .

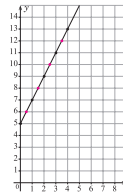
c. Graficando los pares ordenados de la tabla del inciso a (0, 5), (1, 7), (2, 9), (3, 11), (4, 13).



d. Calculando otros pares ordenados y graficándolos: (0.5, 6), (1.5, 8), (2.5, 10), (3.5, 12).



Los puntos van quedando cada vez más juntos hasta formar una línea recta:



La gráfica de una función  $y = ax + b$  es una línea recta.

Complete los espacios en blanco de la tabla y realice lo que se le indica.

|     |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $y$ | 2 | 5 | 8 |   |   |   |

a. Grafique los pares ordenados  $(x, y)$  en el plano cartesiano.

b. Encuentre otros valores para  $y$  asignándole otros valores a la variable  $x$ .

c. Elabore la gráfica de la función.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

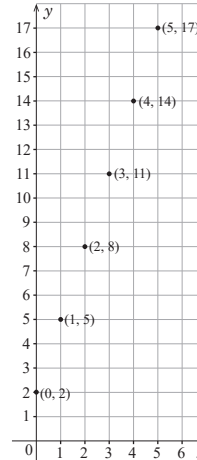
59



#### Solucionario de los ejercicios:

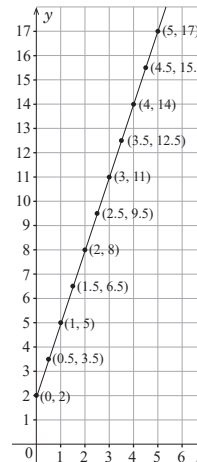
|     |   |   |   |    |    |    |
|-----|---|---|---|----|----|----|
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  |
| $y$ | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 |

a.



b. (0.5, 3.5),  
(1.5, 6.5),  
(2.5, 9.5),  
(3.5, 12.5),  
(4.5, 15.5)

c.



Fecha: dd - mm - aa

2-2-1 Características de una función

$y = ax + b$

**P** Se calentó el agua  $2^{\circ}\text{C}$  por cada minuto. Inicialmente el agua tenía  $5^{\circ}\text{C}$ . Si el tiempo es  $x$  minutos y la temperatura es  $y^{\circ}\text{C}$ :

- Complete la tabla.
- Expresa de la forma  $y = ax + b$ .
- Grafique los pares ordenados en el plano cartesiano.
- Encuentre otros valores para  $y$ , cuando  $x = 0.5$ ,  $x = 1.5$ ,  $x = 2.5$  y  $x = 3.5$  y grafique.

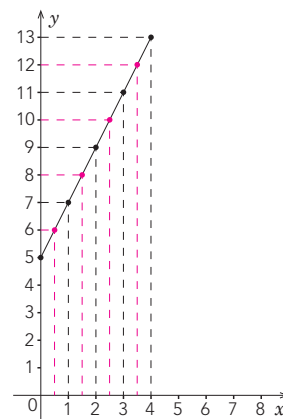
**S** a.

|                                    |   |   |   |    |    |
|------------------------------------|---|---|---|----|----|
| Tiempo (min)                       | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  |
| Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |

b.  $y = 2x + 5$

c: (0, 5), (1, 7), (2, 9), (3, 11), (4, 13)

d: (0.5, 6), (1.5, 8), (2.5, 10), (3.5, 12)

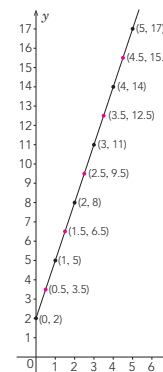


**C** La gráfica de una función  $y = ax + b$  es una línea recta.

**E** Complete la tabla y realice a, b y c.

|     |   |   |   |    |    |    |
|-----|---|---|---|----|----|----|
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  |
| $y$ | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 |

a. y c.



b. (0.5, 3.5),  
(1.5, 6.5),  
(2.5, 9.5),  
(3.5, 12.5),  
(4.5, 15.5)

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 2 Intercepción en una función $y = ax + b$

#### Aprendizaje esperado:

Gráfica una función lineal basándose en la gráfica de otra función que tiene la misma pendiente y diferente intercepción con el eje  $y$ .

Determina el intercepción con el eje  $y$  de una gráfica.

#### Sección 2 Gráfica de la función

##### Clase 2 Intercepción en una función $y = ax + b$

**P**

Resuelva.

- Grafique  $y = x$  y  $y = x + 2$  en el mismo plano cartesiano.
- Identifique el punto donde cada gráfica interseca al eje  $y$ .
- ¿Qué diferencia existe entre cada gráfica?

**S**

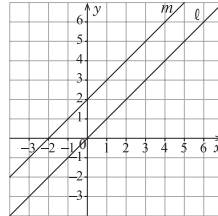
- Algunos valores de  $x$  y  $y$  de las funciones lineales se muestran en las siguientes tablas:

$\ell: y = x$

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|----|---|---|---|
| $y$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |

$m: y = x + 2$

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|----|---|---|---|
| $y$ | 0  | 1  | 2 | 3 | 4 |



- La recta  $\ell: y = x$  interseca al eje  $y$  en  $y = 0$ . Las coordenadas del punto son  $(0, 0)$ .  
La recta  $m: y = x + 2$  interseca al eje  $y$  en  $y = 2$ . Las coordenadas del punto son  $(0, 2)$ .
- La diferencia entre las dos funciones es el punto donde sus rectas intersecan al eje  $y$ , tal como se observa en el inciso a.

**C**

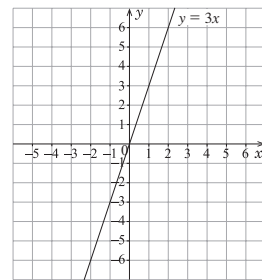
La gráfica de una función  $y = ax + b$  es una recta que es paralela a la recta de  $y = ax$ , desplazada  $b$  unidades sobre el eje  $y$ .

La constante  $b$  es el valor de  $y$  cuando  $x = 0$ , y se le llama **intercepción** con el eje  $y$  de la recta. En el caso de la recta  $y = ax$  donde  $b = 0$ , el intercepción corresponde al origen del sistema de coordenadas.

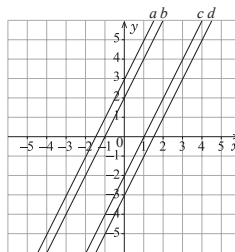
**E**

- A partir de la gráfica  $y = 3x$ , grafique las siguientes funciones en el mismo plano cartesiano, y realice lo que se indica a continuación.  
 $y = 3x + 1$        $y = 3x - 1$

- Determine el intercepción con el eje  $y$ .
- ¿Qué diferencia existe entre las funciones?

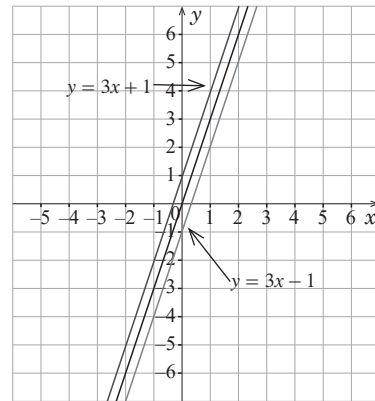


- Determine el intercepción con el eje  $y$  de las siguientes gráficas.



#### Solucionario de los ejercicios:

1.



- Intercepción con el eje  $y$  de  $y = 3x + 1$ : 1  
Intercepción con el eje  $y$  de  $y = 3x - 1$ : -1
  - La diferencia entre las funciones es el punto donde sus rectas intersecan al eje  $y$ . Es decir, la gráfica  $y = 3x + 1$  interseca al eje  $y$  en  $y = 1$  y la gráfica  $y = 3x - 1$  interseca al eje  $y$  en  $y = -1$ .
- Intercepción con el eje  $y$  de la gráfica  $a$ : 3  
Intercepción con el eje  $y$  de la gráfica  $b$ : 2  
Intercepción con el eje  $y$  de la gráfica  $c$ : -2  
Intercepción con el eje  $y$  de la gráfica  $d$ : -3

Fecha: dd - mm - aa

2-2-2 Intercepción en una función  $y = ax + b$

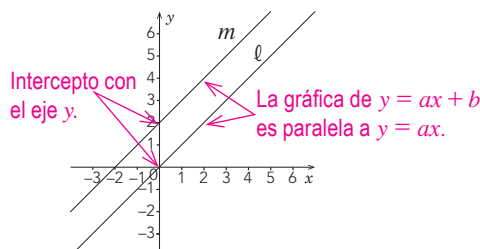
- Grafique  $y = x$  y  $y = x + 2$  en el mismo plano cartesiano.
- Identifique el punto donde cada gráfica interseca al eje  $y$ .
- ¿Qué diferencia existe entre cada gráfica?

- $\ell: y = x$

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|----|---|---|---|
| $y$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |

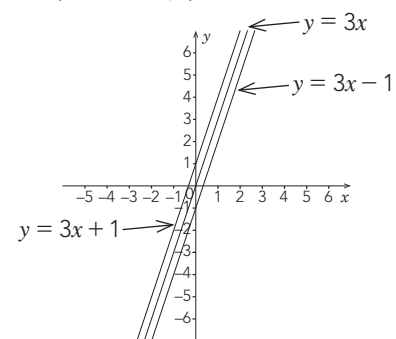
$m: y = x + 2$

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|----|---|---|---|
| $y$ | 0  | 1  | 2 | 3 | 4 |



- Coordenadas donde la recta  $\ell$  interseca al eje  $y$  en  $y = 0$ :  $(0, 0)$ .  
Coordenadas donde la recta  $m$  interseca al eje  $y$  en  $y = 2$ :  $(0, 2)$ .
- La diferencia es el punto donde sus rectas intersecan al eje  $y$ .

- A partir de la gráfica  $y = 3x$ , grafique:  $y = 3x + 1$  y  $y = 3x - 1$ .



- Determine el intercepción con el eje  $y$ .  
En la gráfica  $y = 3x + 1$ : 1  
En la gráfica  $y = 3x - 1$ : -1
- ¿Qué diferencia existe entre las funciones?  
La diferencia es el intercepción con el eje  $y$ .

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 3 Razón de cambio ( $a > 0$ )

#### Aprendizaje esperado:

Identifica las gráficas de funciones lineales que tienen diferentes pendientes y el mismo intercepto con el eje y.

#### Sección 2 Gráfica de la función

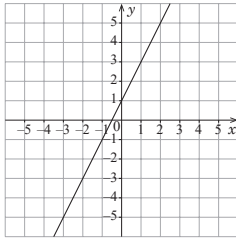
#### Clase 3 Razón de cambio ( $a > 0$ )



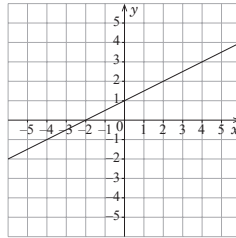
Con base en las siguientes gráficas:

- Determine la razón de cambio.
- ¿Qué diferencias existen en ambas gráficas?

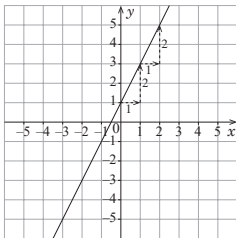
Gráfica  $\ell$   
 $y = 2x + 1$



Gráfica  $m$   
 $y = \frac{1}{2}x + 1$



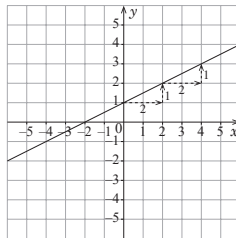
a. Gráfica  $\ell$   
 $y = 2x + 1$



Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 2.

Entonces, la razón de cambio de  $y = 2x + 1$  es  $\frac{2}{1} = 2$ .

Gráfica  $m$   
 $y = \frac{1}{2}x + 1$



Cuando  $x$  aumenta 2 unidades,  $y$  aumenta 1.

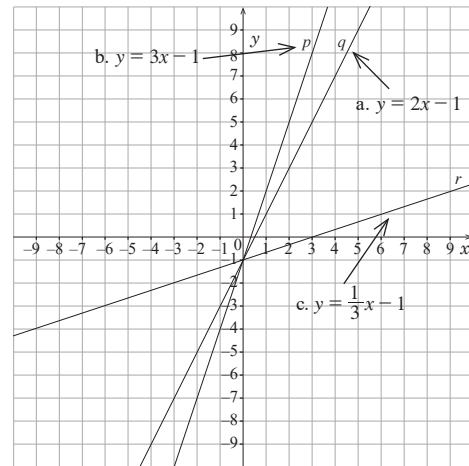
Entonces, la razón de cambio de  $y = \frac{1}{2}x + 1$  es  $\frac{1}{2}$ .

- La gráfica de la función lineal con razón de cambio 2 está más inclinada que la gráfica de la función lineal con razón de cambio  $\frac{1}{2}$ .

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

61

#### Solucionario de los ejercicios:



(Explicación)

En la gráfica  $p$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3.

Entonces, la razón de cambio es  $\frac{3}{1} = 3$ .

Por tanto, la gráfica  $p$  corresponde a la ecuación de la función del inciso b:  $y = 3x - 1$ .

En la gráfica  $q$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 2.

Entonces, la razón de cambio es  $\frac{2}{1} = 2$ .

Por tanto, la gráfica  $q$  corresponde a la ecuación de la función del inciso a:  $y = 2x - 1$ .

En la gráfica  $r$ , cuando  $x$  aumenta 3 unidades,  $y$  aumenta 1.

Entonces, la razón de cambio es  $\frac{1}{3}$ .

Por tanto, la gráfica  $r$  corresponde a la ecuación de la función del inciso c:  $y = \frac{1}{3}x - 1$ .

Fecha: dd - mm - aa

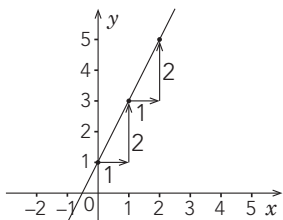
2-2-3 Razón de cambio ( $a > 0$ )



- Determine la razón de cambio.
- ¿Qué diferencias existen en ambas gráficas?

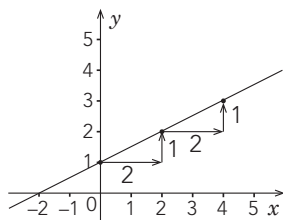


Gráfica  $\ell$ :  $y = 2x + 1$



a. Razón de cambio es  $\frac{2}{1} = 2$ .

Gráfica  $m$ :  $y = \frac{1}{2}x + 1$



Razón de cambio es  $\frac{1}{2}$ .

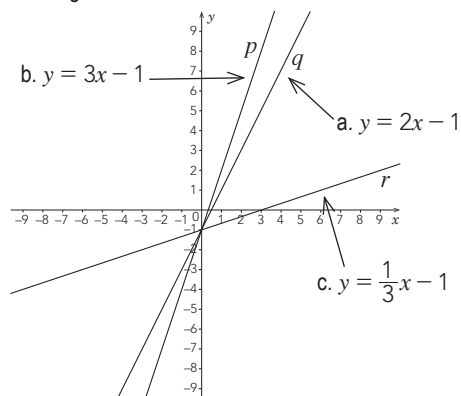
- La gráfica  $\ell$  con razón de cambio 2 está más inclinada que la gráfica  $m$  con razón de cambio  $\frac{1}{2}$ .



Al valor  $a$  de la gráfica  $y = ax + b$ , se le llama **pendiente**. Cada vez que  $a$  aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa.



Identifique la función lineal que corresponde a cada una de las gráficas.





La inclinación de la gráfica de una función lineal  $y = ax + b$  depende del valor de la razón de cambio. Cada vez que  $a$  aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa. Al valor  $a$  se le llama **pendiente** de la gráfica de la función lineal.

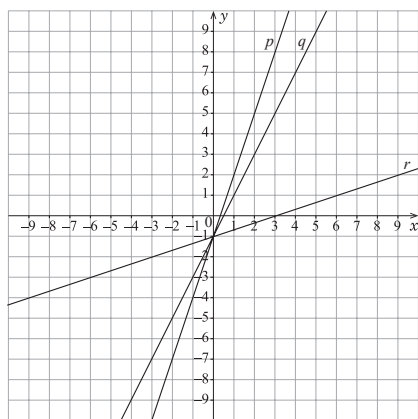


Identifique la función lineal que corresponde a cada una de las gráficas.

a.  $y = 2x - 1$

b.  $y = 3x - 1$

c.  $y = \frac{1}{3}x - 1$





## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 4 Razón de cambio ( $a < 0$ )

#### Aprendizaje esperado:

Determina la razón de cambio de una función lineal a partir de su gráfica.

#### Sección 2 Gráfica de la función

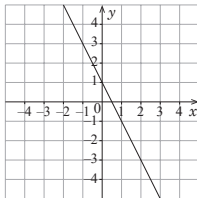
##### Clase 4 Razón de cambio ( $a < 0$ )

**P**

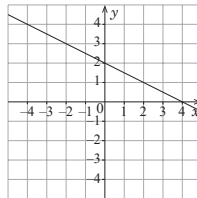
Con base en la gráfica de cada función lineal:

- ¿Qué sucede con el valor de  $y$  cuando el valor de  $x$  aumenta 1 unidad?
- Determine la razón de cambio.

Gráfica  $\ell$   
 $y = -2x + 1$



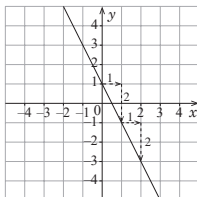
Gráfica  $m$   
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$



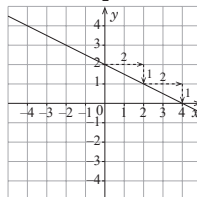
**S**

- Analizando qué sucede con los valores de  $y$  cuando  $x$  aumenta 1 unidad.

Gráfica  $\ell$   
 $y = -2x + 1$



Gráfica  $m$   
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$



Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 2. Cuando  $x$  aumenta 2 unidades,  $y$  disminuye 1.

- (Razón de cambio) =  $-\frac{2}{1} = -2$

Cuando  $y$  disminuye se utilizan números negativos.

- (Razón de cambio) =  $-\frac{1}{2}$

**C**

Cuando la variable  $x$  aumenta su valor, la variable  $y$  disminuye su valor. Entonces, la razón de cambio es negativa. Para una función  $y = ax + b$ :

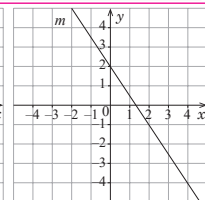
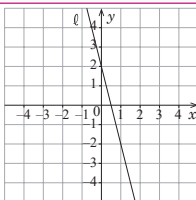
Si  $a > 0$ , al aumentar 1 unidad en  $x$ , se aumentan  $|a|$  unidades en  $y$ .

Si  $a < 0$ , al aumentar 1 unidad en  $x$ , se disminuyen  $|a|$  unidades en  $y$ .

**E**

Observe la gráfica de cada función lineal y resuelva.

- ¿Qué sucede con el valor de  $y$  cuando el valor de  $x$  aumenta 1 unidad?
- Determine la razón de cambio de la función.



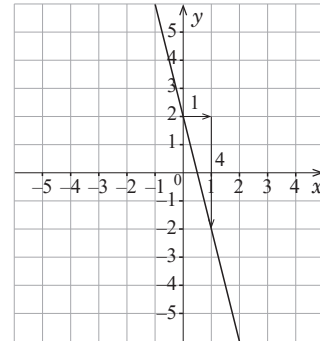
Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

63

#### Solucionario de los ejercicios:

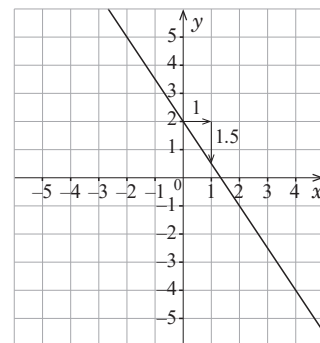
Gráfica  $\ell$ : a. Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 4 unidades.

- (Razón de cambio) =  $-\frac{4}{1} = -4$



Gráfica  $m$ : a. Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 1.5 unidades.

- (Razón de cambio) =  $-\frac{1.5}{1} = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$



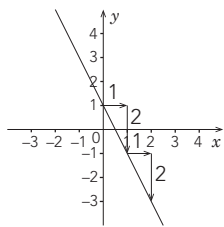
Fecha: dd - mm - aa

2-2-4 Razón de cambio ( $a < 0$ )

**P** Con base en las gráficas:

- ¿Qué sucede con el valor de  $y$  cuando el valor de  $x$  aumenta 1 unidad?
- Determine la razón de cambio.

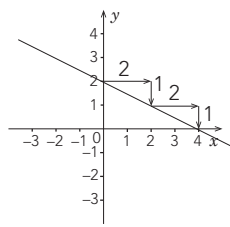
**S** Gráfica  $\ell$ :  $y = -2x + 1$



- Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 2.

- $-\frac{2}{1} = -2$

Gráfica  $m$ :  $y = -\frac{1}{2}x + 2$



- Cuando  $x$  aumenta 2 unidades,  $y$  disminuye 1.

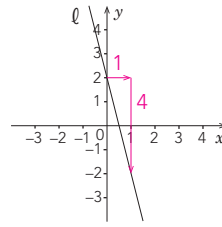
- $-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

**C** Si  $a > 0$ , al aumentar 1 unidad en  $x$ , se aumentan  $|a|$  unidades en  $y$ .

Si  $a < 0$ , al aumentar 1 unidad en  $x$ , se disminuyen  $|a|$  unidades en  $y$ .

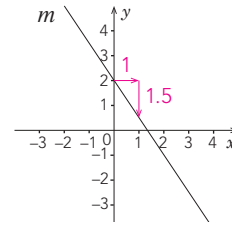
**E** a. ¿Qué sucede con el valor de  $y$  cuando el valor de  $x$  aumenta 1 unidad?

- Determine la razón de cambio.



- Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 4.

- $-\frac{4}{1} = -4$



- Cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 1.5.

- $-\frac{1.5}{1} = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 5 Pendiente de la gráfica de función lineal

#### Aprendizaje esperado:

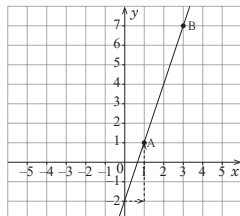
Determina la pendiente de la gráfica de una función lineal.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 5 Pendiente de la gráfica de función lineal

**P**

Con base en la gráfica de la función lineal  $y = 3x - 2$ :



- Determine la pendiente de la gráfica de la función.
- Determine la variación de los valores de  $x$  y  $y$  usando las coordenadas de los puntos A y B.
- Determine la razón de cambio de la función.
- Compare el valor de la pendiente de la recta y la razón de cambio de la función. ¿Qué concluye?

**S**

- Como la función lineal es  $y = 3x - 2$ , la pendiente es 3.
- Para calcular la variación entre los valores de las coordenadas de A y B, se restan los valores de  $x$  y  $y$  de los dos puntos.  
 (Variación en  $y$ ) = (valor de  $y$  en el punto B) - (valor de  $y$  en el punto A) =  $7 - 1 = 6$   
 (Variación en  $x$ ) = (valor de  $x$  en el punto B) - (valor de  $x$  en el punto A) =  $3 - 1 = 2$
- Para calcular la razón de cambio:  
 (Variación en  $y$ ) / (Variación en  $x$ ) =  $\frac{6}{2} = 3$ . Es decir, la razón de cambio es 3.
- La pendiente es 3, y la razón de cambio es 3. Por tanto, el valor de la pendiente y la razón de cambio son iguales.

**C**

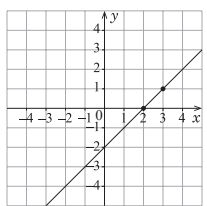
En una función lineal  $y = ax + b$ , la razón de cambio coincide con la pendiente.

$$\text{Pendiente} = \text{razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x} = a$$

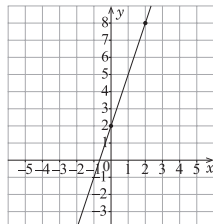
La constante  $a$  en una función lineal  $y = ax + b$  corresponde a la pendiente de la gráfica.

**E**

- Para la gráfica de la función lineal  $y = x - 2$ , determine la pendiente.



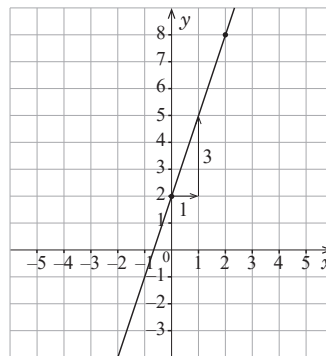
- Con base en la siguiente gráfica:
  - Determine cuántas unidades se desplaza  $y$  hacia arriba, cuando  $x$  se desplaza una unidad hacia la derecha.
  - Calcule la razón de cambio considerando las coordenadas de los puntos indicados.
  - Calcule la pendiente de la gráfica de la función lineal.



64 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

- Como la función lineal es  $y = x - 2$ , la pendiente es 1. La pendiente también se representa por la razón de cambio. Entonces, con dos puntos de  $(2, 0)$  y  $(3, 1)$ , la pendiente es  $\frac{1-0}{3-2} = \frac{1}{1} = 1$ .
- a.  $y$  se desplaza tres unidades hacia arriba.

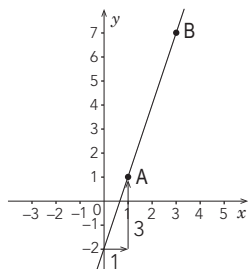


- (Razón de cambio) =  $\frac{(\text{variación en } y)}{(\text{variación en } x)} = \frac{8-2}{2-0} = \frac{6}{2} = 3$
- (Pendiente) =  $\frac{8-2}{2-0} = \frac{6}{2} = 3$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-5 Pendiente de la gráfica de función lineal

- P** Con base en la gráfica de  $y = 3x - 2$ :



- Determine la pendiente.
- Determine la variación de los valores de  $x$  y  $y$  de A y B.
- Determine la razón de cambio.
- Compare el valor de la pendiente y la razón de cambio.

**S**

- La pendiente es 3.
- A(1, 1) B(3, 7)  
 (Variación en  $y$ ) = (valor de  $y$  en B) - (valor de  $y$  en A) =  $7 - 1 = 6$   
 (Variación en  $x$ ) = (valor de  $x$  en B) - (valor de  $x$  en A) =  $3 - 1 = 2$
- Razón de cambio:  $\frac{(\text{variación en } y)}{(\text{variación en } x)} = \frac{6}{2} = 3$

- La pendiente es 3 y la razón de cambio es 3. El valor de la pendiente y la razón de cambio son iguales.

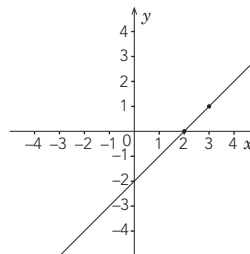
**C**

En  $y = ax + b$ :

$$\text{Pendiente} = \text{razón de cambio} = \frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x} = a$$

**E**

- Para la gráfica de  $y = x - 2$ , determine la pendiente.



Como la función lineal es  $y = x - 2$ , la pendiente es 1.

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 6 Pendiente e intercepto con el eje y de la gráfica de función lineal

#### Aprendizaje esperado:

Determina la pendiente y el intercepto con el eje y de la gráfica de una función  $y = ax + b$ .

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 6 Pendiente e intercepto con el eje y de la gráfica de función lineal



Para cada una de las funciones:

$$y = 2x - 2 \quad y = -x + 1$$

- Determine la pendiente de su gráfica.
- Determine el intercepto con el eje y de su gráfica.



- El valor de  $a$  de la función lineal corresponde a la pendiente de su gráfica.

En la función  $y = 2x - 2$ , la pendiente de su gráfica es 2.  
En la función  $y = -x + 1$ , la pendiente de su gráfica es -1.

- El valor de  $b$  de la función lineal corresponde al intercepto con el eje y de su gráfica.

En la función  $y = 2x - 2$ , el intercepto con el eje y de su gráfica es -2.  
En la función  $y = -x + 1$ , el intercepto con el eje y de su gráfica es 1.



Dada una función  $y = ax + b$ , al valor de  $a$  se le llama pendiente y al valor de  $b$  se le llama intercepto con el eje y de su gráfica.

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Pendiente}}}{a}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Intercepto con el eje y}}}{b}$$



Determine la pendiente y el intercepto con el eje y de la gráfica de las siguientes funciones.

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| a. $y = 2x + 1$ | b. $y = -x + 3$ |
| c. $y = x + 4$  | d. $y = -x$     |
| e. $y = x - 1$  | f. $y = x - 5$  |
| g. $y = 2x$     | h. $y = 4x - 6$ |

#### Solucionario de los ejercicios:

|    | Pendiente | Intercepto con el eje y |
|----|-----------|-------------------------|
| a. | 2         | 1                       |
| b. | -1        | 3                       |
| c. | 1         | 4                       |
| d. | -1        | 0                       |
| e. | 1         | -1                      |
| f. | 1         | -5                      |
| g. | 2         | 0                       |
| h. | 4         | -6                      |

Fecha: dd - mm - aa

2-2-6 Pendiente e intercepto con el eje y de la gráfica de función lineal

(P) Para las funciones:

$$y = 2x - 2 \quad y = -x + 1$$

- Determine la pendiente de su gráfica.
- Determine el intercepto con el eje y de su gráfica.

- (S) a. En  $y = 2x - 2$ , la pendiente es 2.  
En  $y = -x + 1$ , la pendiente es -1.

- b. En  $y = 2x - 2$ , el intercepto con el eje y es -2.  
En  $y = -x + 1$ , el intercepto con el eje y de su gráfica es 1.

(C) En la gráfica de función lineal:

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Pendiente}}}{a}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Intercepto con el eje y}}}{b}$$

(E) Determine la pendiente y el intercepto con el eje y de la gráfica.

- a.  $y = 2x + 1$   
Pendiente: 2  
Intercepto con el eje y: 1

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 7 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

#### Aprendizaje esperado:

Identifica la relación entre tabla, ecuación y gráfica de una función lineal.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 7 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

**P** Se muestra abajo la tabla, la ecuación y la gráfica de la función lineal  $y = 3x + 2$ . Analice dónde aparece la razón de cambio, la pendiente y el intercepto con el eje  $y$  en la tabla, la ecuación y la gráfica.

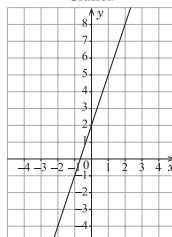
Tabla

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y$ | -4 | -1 | 2 | 5 | 8 |

Ecuación

$$y = 3x + 2$$

Gráfica



**S**

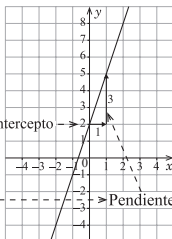
Tabla

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y$ | -4 | -1 | 2 | 5 | 8 |

Ecuación

$$y = 3x + 2$$

Gráfica



**C**

Se encuentran las siguientes relaciones entre tabla, ecuación y gráfica de una función lineal.

| En la tabla                                | En la ecuación | En la gráfica             |
|--------------------------------------------|----------------|---------------------------|
| Aumento en $y$ cuando $x$ aumenta 1 unidad | $a$            | Pendiente                 |
| Valor de $y$ cuando $x = 0$                | $b$            | Intercepto con el eje $y$ |

**E**

Complete la siguiente tabla.

| Función       | Valor de $y$ cuando $x = 0$ | Cuando $x$ aumenta, ¿el valor de $y$ aumenta o disminuye? | Pendiente | Intercepto con el eje $y$ |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|---------------------------|
| $y = 2x - 1$  |                             |                                                           |           |                           |
| $y = -3x + 4$ |                             |                                                           |           |                           |
|               |                             |                                                           | -2        | -4                        |

#### Solucionario de los ejercicios:

| Función       | Valor de $y$ cuando $x = 0$ | Cuando $x$ aumenta, ¿el valor de $y$ aumenta o disminuye? | Pendiente | Intercepto con el eje $y$ |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|---------------------------|
| $y = 2x - 1$  | -1                          | Aumenta                                                   | 2         | -1                        |
| $y = -3x + 4$ | 4                           | Disminuye                                                 | -3        | 4                         |
| $y = -2x - 4$ | -4                          | Disminuye                                                 | -2        | -4                        |

Unidad 2  
Función

Fecha: dd - mm - aa

2-2-7 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

**P** Para  $y = 3x + 2$ , analice dónde aparece la razón de cambio, la pendiente y el intercepto con el eje  $y$ .

**S**

Tabla

Ecuación

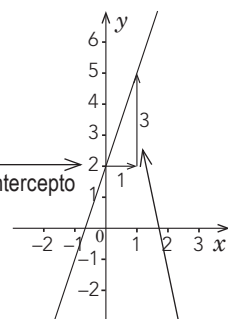
Gráfica

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y$ | -4 | -1 | 2 | 5 | 8 |

Valor de  $y$  cuando  $x = 0$

$$y = 3x + 2$$

Intercepto



Aumento en  $y$  cuando  $x$  aumenta 1

Razón de cambio

Pendiente

**C**

| En la tabla                                | En la ecuación | En la gráfica             |
|--------------------------------------------|----------------|---------------------------|
| Aumento en $y$ cuando $x$ aumenta 1 unidad | $a$            | Pendiente                 |
| Valor de $y$ cuando $x = 0$                | $b$            | Intercepto con el eje $y$ |

**E** Complete la tabla.

| Función      | Valor de $y$ cuando $x = 0$ | Cuando $x$ aumenta, ¿el valor de $y$ aumenta o disminuye? | Pendiente | Intercepto con el eje $y$ |
|--------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|---------------------------|
| $y = 2x - 1$ | -1                          | Aumenta                                                   | 2         | -1                        |

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 8 Gráfica de función lineal dada la pendiente y el intercepto

#### Aprendizaje esperado:

Grafica una función lineal a partir de la pendiente y el intercepto con el eje  $y$ .

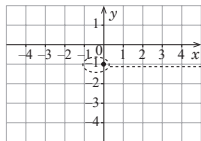
#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 8 Gráfica de función lineal dada la pendiente y el intercepto

**P**

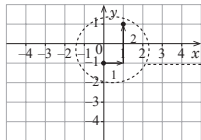
Grafique  $y = 2x - 1$ .

**S**

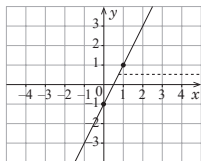


El intercepto con el eje  $y$  es  $-1$ .

¡Se puede graficar con dos puntos!



La pendiente  $a = 2$ , es decir, cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 2.



Se traza una recta que pase por el intercepto y por el punto encontrado anteriormente.

**C**

Para graficar una función lineal  $y = ax + b$  dado el valor de  $a$  y  $b$ , se determina el intercepto con el eje  $y$ , luego otro punto por donde pasa la gráfica a partir de la pendiente. Para finalizar, se traza una recta que pase por ambos puntos.

**E**

Grafique.

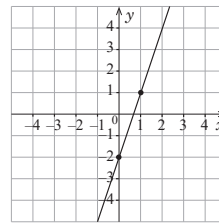
- a.  $y = 3x - 2$
- b.  $y = 2x + 1$
- c.  $y = -x + 3$
- d.  $y = -2x + 1$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

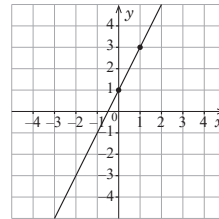
67

#### Solucionario de los ejercicios:

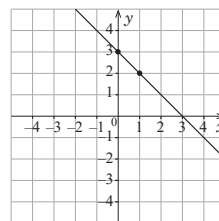
a.



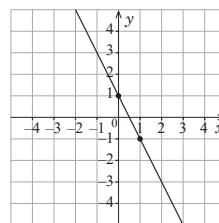
b.



c.



d.



Fecha: dd - mm - aa

2-2-8 Gráfica de función lineal dada la pendiente y el intercepto

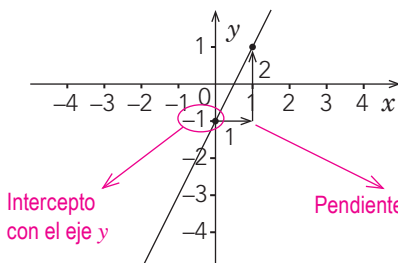
**P** Grafique  $y = 2x - 1$ .

Pendiente

Intercepto con el eje  $y$

Se puede graficar con dos puntos.

**S**



Intercepto con el eje  $y$

Pendiente  $a = 2$

**C** Para graficar  $y = ax + b$  dado el valor de  $a$  y  $b$ :

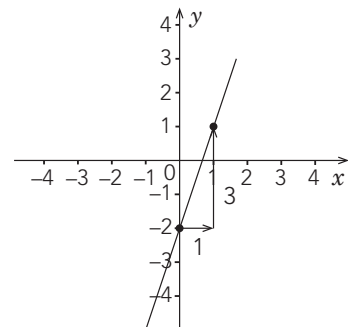
Paso 1. Se determina el intercepto con el eje  $y$ .

Paso 2. Se determina otro punto a partir de la pendiente.

Paso 3. Se traza una recta que pase por ambos puntos.

**E** Grafique.

a.  $y = 3x - 2$



## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 9 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (1)

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona la gráfica de una función con su ecuación cuando el intercepto es el mismo.

#### Sección 2 Gráfica de la función

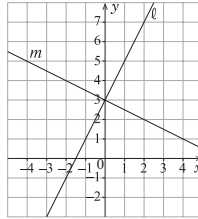
#### Clase 9 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (1)



Observe las gráficas  $\ell$  y  $m$  de la función lineal. ¿Cuál de  $\ell$  y  $m$  corresponde a cada una de las siguientes ecuaciones de las funciones? Analice el valor de  $a$  y  $b$  de cada función lineal  $y = ax + b$ .

$$y = 2x + 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$



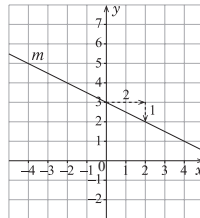
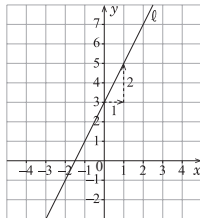
Ambas ecuaciones de las funciones tienen  $b = 3$ , entonces sus gráficas intersecan al eje  $y$  en  $y = 3$ .

Al analizar el valor de  $a$  de cada función:

En la gráfica  $\ell$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 2 unidades. Es decir,  $a = 2$ . Entonces,  $\ell$  corresponde a  $y = 2x + 3$ .

En la gráfica  $m$ , cuando  $x$  aumenta 2 unidades,  $y$  disminuye 1 unidad. Es decir,  $a = -\frac{1}{2}$ .

Entonces,  $m$  corresponde a  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ .



Para relacionar la gráfica con la ecuación de una función, se puede tomar en cuenta la pendiente y el intercepto de la gráfica. Cuando el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ) es el mismo en ambas funciones, se puede analizar la pendiente (valor de  $a$ ) para identificar cada una.



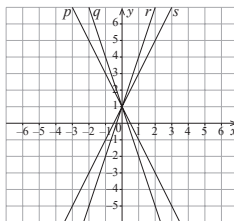
Observe las gráficas de las funciones lineales. ¿Cuál de ellas corresponde a cada una de las siguientes ecuaciones de las funciones?

a.  $y = 2x + 1$

b.  $y = 3x + 1$

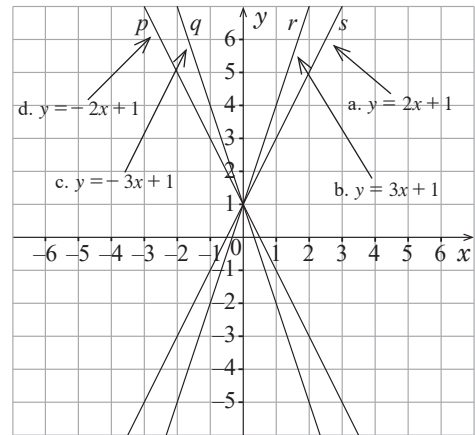
c.  $y = -3x + 1$

d.  $y = -2x + 1$



68 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:



(Explicación)

En la gráfica  $p$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 2 unidades. Es decir,  $a = -2$ . Entonces,  $p$  corresponde a la ecuación de la función del inciso d:  $y = -2x + 1$ .

En la gráfica  $q$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  disminuye 3 unidades. Es decir,  $a = -3$ . Entonces,  $q$  corresponde a la ecuación de la función del inciso c:  $y = -3x + 1$ .

En la gráfica  $r$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 3 unidades. Es decir,  $a = 3$ . Entonces,  $r$  corresponde a la ecuación de la función del inciso b:  $y = 3x + 1$ .

En la gráfica  $s$ , cuando  $x$  aumenta 1 unidad,  $y$  aumenta 2 unidades. Es decir,  $a = 2$ . Entonces,  $s$  corresponde a la ecuación de la función del inciso a:  $y = 2x + 1$ .

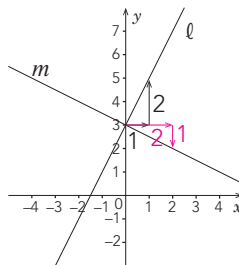
Fecha: dd - mm - aa

2-2-9 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (1)

(P) ¿Cuál de las gráficas  $\ell$  y  $m$  corresponde a cada ecuación de las funciones? Analice el valor de  $a$  y  $b$  de  $y = ax + b$ .

$$y = 2x + 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$



(S) Valor de  $b$ : Ambas ecuaciones de las funciones tienen  $b = 3$ .

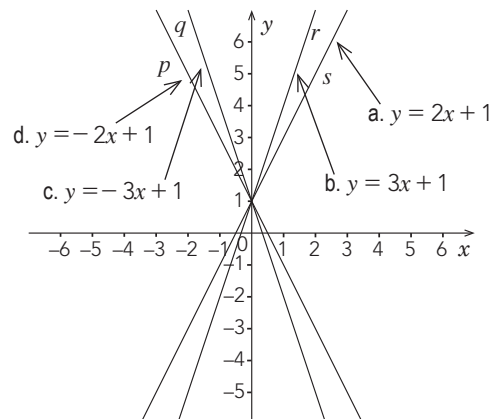
El intercepto con el eje  $y$  en sus gráficas es 3.

Valor de  $a$ :

En la gráfica  $\ell$ ,  $a = 2$ . Entonces,  $\ell$  corresponde a  $y = 2x + 3$ .

En la gráfica  $m$ ,  $a = -\frac{1}{2}$ . Entonces,  $m$  corresponde a  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ .

(E) ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada ecuación de las funciones?



## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 10 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (2)

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona la gráfica de una función con su ecuación cuando la pendiente es la misma.

#### Sección 2 Gráfica de la función

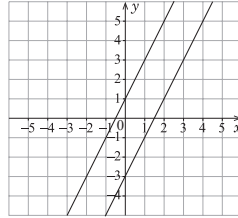
##### Clase 10 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (2)

**P** Observe las gráficas  $\ell$  y  $m$  de la función lineal. ¿Cuál de  $\ell$  y  $m$  corresponde a cada una de las siguientes ecuaciones de las funciones?

Analice el valor de  $a$  y  $b$  de cada función lineal  $y = ax + b$ .

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x - 3$$

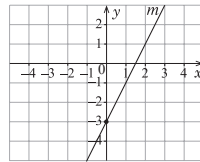
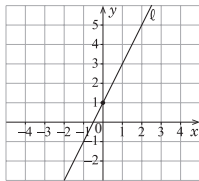


**S** Ambas ecuaciones de las funciones tienen  $a = 2$ , entonces la pendiente en sus gráficas es 2.

Al analizar el valor de  $b$  de cada función:

$\ell$  interseca al eje  $y$  en 1, ya que  $b = 1$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, 1)$ . Entonces,  $\ell$  corresponde a  $y = 2x + 1$ .

$m$  interseca al eje  $y$  en  $-3$ , ya que  $b = -3$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, -3)$ . Entonces,  $m$  corresponde a  $y = 2x - 3$ .



**C** Para relacionar la gráfica con la ecuación de una función, se puede tomar en cuenta la pendiente y el intercepto de la gráfica. Cuando la pendiente (valor de  $a$ ) es la misma en ambas funciones, se puede analizar el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ) para identificar cada una.

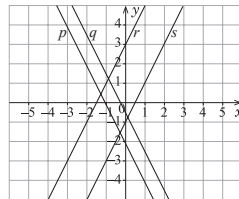
**E** Observe las siguientes gráficas de la función lineal. ¿Cuál de ellas corresponde a cada una de las siguientes ecuaciones de las funciones?

a.  $y = 2x - 1$

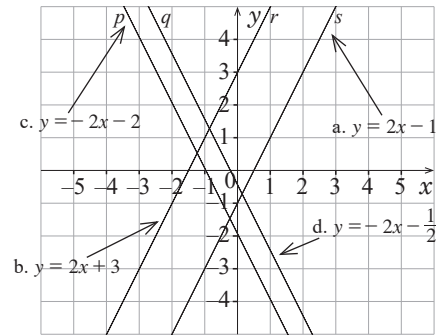
b.  $y = 2x + 3$

c.  $y = -2x - 2$

d.  $y = -2x - \frac{1}{2}$



#### Solucionario de los ejercicios:



(Explicación)

La gráfica  $p$  interseca al eje  $y$  en  $-2$ , ya que  $b = -2$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, -2)$ . Entonces,  $p$  corresponde a la ecuación de la función del inciso c:  $y = -2x - 2$ .

La gráfica  $q$  interseca al eje  $y$  en  $-\frac{1}{2}$ , ya que  $b = -\frac{1}{2}$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, -\frac{1}{2})$ . Entonces,  $q$  corresponde a la ecuación de la función del inciso d:  $y = -2x - \frac{1}{2}$ .

La gráfica  $r$  interseca al eje  $y$  en 3, ya que  $b = 3$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, 3)$ . Entonces,  $r$  corresponde a la ecuación de la función del inciso b:  $y = 2x + 3$ .

La gráfica  $s$  interseca al eje  $y$  en  $-1$ , ya que  $b = -1$ . Es decir, pasa por el punto  $(0, -1)$ . Entonces,  $s$  corresponde a la ecuación de la función del inciso a:  $y = 2x - 1$ .

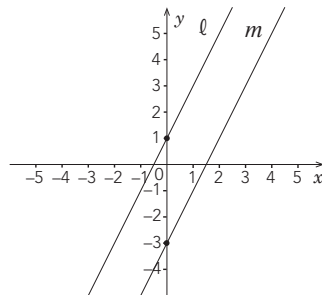
Fecha: dd - mm - aa

2-2-10 Relación de la gráfica con la ecuación de función dada la pendiente y el intercepto (2)

**P** ¿Cuál de las gráficas  $\ell$  y  $m$  corresponde a cada ecuación de las funciones? Analice el valor de  $a$  y  $b$  de  $y = ax + b$ .

$$y = 2x + 1$$

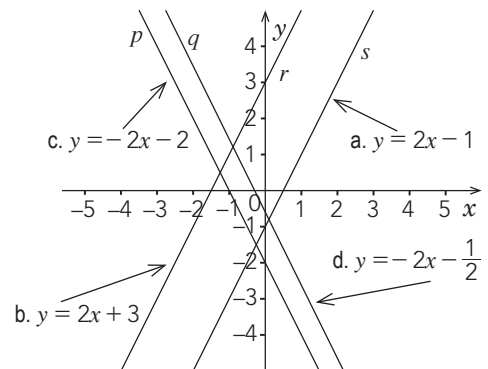
$$y = 2x - 3$$



**S** Valor de  $a$ : Ambas ecuaciones de las funciones tienen  $a = 2$ . La pendiente en sus gráficas es 2.

Valor de  $b$ :  $\ell$  interseca al eje  $y$  en 1 ( $b = 1$ ). Entonces,  $\ell$  corresponde a  $y = 2x + 1$ .  $m$  interseca al eje  $y$  en  $-3$  ( $b = -3$ ). Entonces,  $m$  corresponde a  $y = 2x - 3$ .

**E** ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada ecuación de las ecuaciones?



## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 11 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a > 0$ )

#### Aprendizaje esperado:

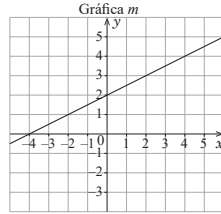
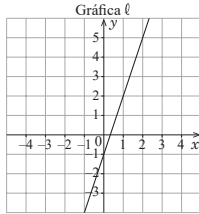
Escribe la ecuación de una función lineal de la forma  $y = ax + b$ , donde  $a > 0$ , a partir de su gráfica.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 11 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a > 0$ )

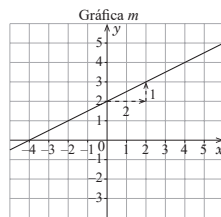
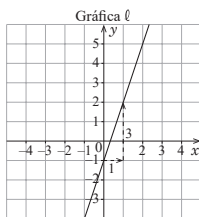
**P**

Con base en las siguientes gráficas:



- Identifique el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Identifique la pendiente (valor de  $a$ ).
- Escriba la ecuación de las funciones lineales de la forma  $y = ax + b$ .

**S**



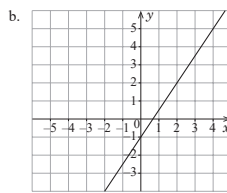
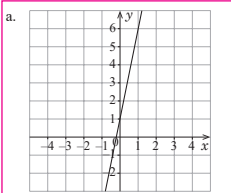
- Intercepto:  $b = -1$
  - Pendiente:  $a = \frac{3}{1} = 3$
  - Sustituyendo los valores de  $b$  y  $a$  en la ecuación de la función, se obtiene:  $y = 3x - 1$
- Intercepto:  $b = 2$
  - Pendiente:  $a = \frac{1}{2}$
  - Sustituyendo los valores de  $b$  y  $a$  en la ecuación de la función, se obtiene:  $y = \frac{1}{2}x + 2$

**C**

Para escribir la ecuación de una función lineal de la forma  $y = ax + b$  a partir de la gráfica, es necesario identificar el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ) y la pendiente (valor de  $a$ ) de la gráfica.

**E**

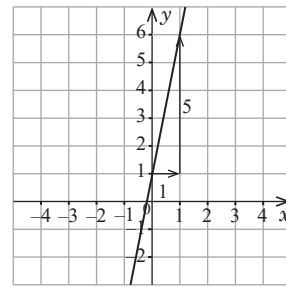
Escriba la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$  para las siguientes gráficas.



70 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

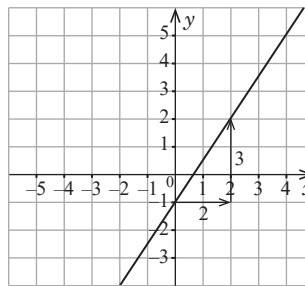


Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 1$

Pendiente:  $a = \frac{5}{1} = 5$

R:  $y = 5x + 1$

b.



Intercepto con el eje  $y$ :  $b = -1$

Pendiente:  $a = \frac{3}{2}$

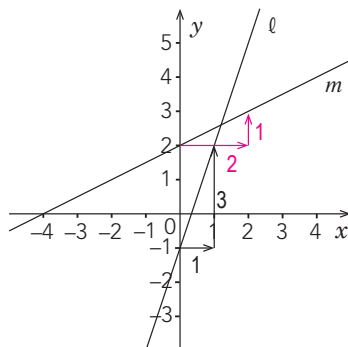
R:  $y = \frac{3}{2}x - 1$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-11 Ecuación de una función de la forma  $y = ax + b$  mediante la lectura de la gráfica ( $a > 0$ )

**P** Con base en las gráficas:

- Identifique el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Identifique la pendiente (valor de  $a$ ).
- Escriba la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$ .



**S** Gráfica l:

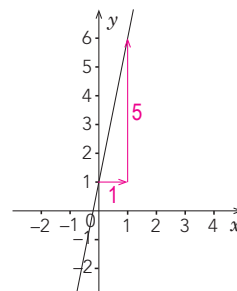
- Intercepto con el eje  $y$ :  $b = -1$
- Pendiente:  $a = \frac{3}{1} = 3$
- $y = 3x - 1$

Gráfica m:

- Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 2$
- Pendiente:  $a = \frac{1}{2}$
- $y = \frac{1}{2}x + 2$

**E** Escriba la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$  para la gráfica.

a.



Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 1$

Pendiente:  $a = \frac{5}{1} = 5$

R:  $y = 5x + 1$



## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 12 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a < 0$ )

#### Aprendizaje esperado:

Escribe la ecuación de una función lineal de la forma  $y = ax + b$ , donde  $a < 0$ , a partir de su gráfica.

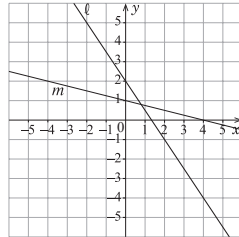
#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 12 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica ( $a < 0$ )

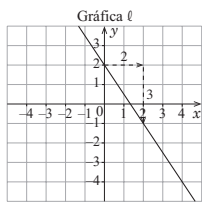
**P**

Con base en las gráficas  $\ell$  y  $m$ :

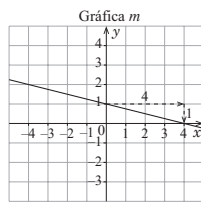
- Identifique el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Identifique la pendiente (valor de  $a$ ).
- Escriba la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ .



**S**



- Intercepto:  $b = 2$
- Pendiente:  $a = -\frac{1}{2}$
- $y = -\frac{1}{2}x + 2$



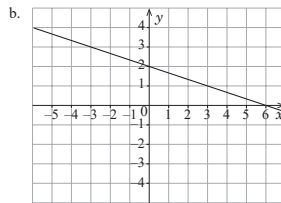
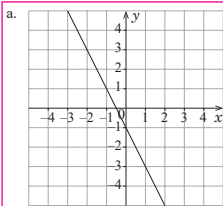
- Intercepto:  $b = 1$
- Pendiente:  $a = -\frac{1}{4}$
- $y = -\frac{1}{4}x + 1$

**G**

Para escribir la ecuación de una función lineal de la forma  $y = ax + b$  a partir de la gráfica, es necesario identificar el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ) y la pendiente (valor de  $a$ ) de la gráfica.

**E**

Escriba la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$  para las siguientes gráficas.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

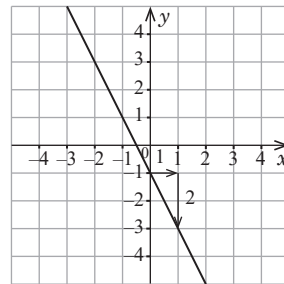
71

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

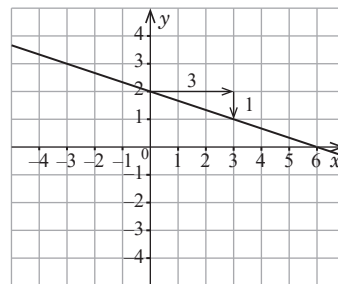


Intercepto con el eje  $y$ :  $b = -1$

Pendiente:  $a = \frac{-2}{1} = -2$

R:  $y = -2x - 1$

b.



Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 2$

Pendiente:  $a = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

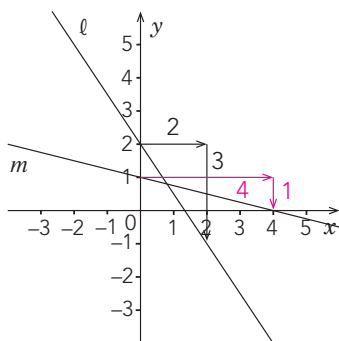
R:  $y = -\frac{1}{3}x + 2$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-12 Ecuación de una función de la forma  $y = ax + b$  mediante la lectura de la gráfica ( $a < 0$ )

**P** Con base en las gráficas:

- Identifique el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Identifique la pendiente (valor de  $a$ ).
- Escriba la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$ .



**S** Gráfica  $\ell$ :

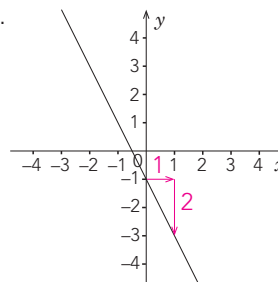
- Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 2$
- Pendiente:  $a = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$
- $y = -\frac{3}{2}x + 2$

Gráfica  $m$ :

- Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 1$
- Pendiente:  $a = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$
- $y = -\frac{1}{4}x + 1$

**E** Escriba la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$  para la gráfica.

a.



Intercepto con el eje  $y$ :  $b = -1$

Pendiente:  $a = \frac{-2}{1} = -2$

R:  $y = -2x - 1$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 13 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la pendiente y coordenadas de un punto en la gráfica

#### Aprendizaje esperado:

Escribe la ecuación de una función lineal a partir de la pendiente y las coordenadas de un punto.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 13 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante la lectura de la pendiente y coordenadas de un punto en la gráfica

- P** a. Encuentre la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente 3 y pasa por el punto (2, 5).  
b. Grafique la función lineal del inciso a.

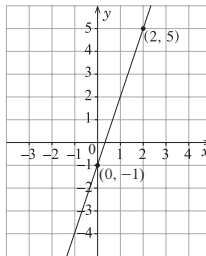
- S** a. Los datos que se conocen son: la pendiente de la gráfica de la función  $a = 3$ , y las coordenadas (2, 5) de un punto que pertenece a la gráfica, es decir,  $x = 2$  y  $y = 5$ .

Se sustituyen estos valores en la ecuación de la forma general de una función lineal:  $y = ax + b$ , para encontrar el valor de  $b$ .

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 5 &= 3 \times 2 + b \\ 5 &= 6 + b \\ 5 - 6 &= b \\ -1 &= b \\ b &= -1 \end{aligned}$$

La ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente 3 y pasa por el punto (2, 5) es  $y = 3x - 1$ .

- b. Para graficar la función, se utiliza el punto dado (2, 5) y el intercepto con el eje  $y$   $b = -1$ .



- G** Para determinar la ecuación de una función lineal, dada la pendiente (valor de  $a$ ) de su gráfica y las coordenadas  $(x, y)$  de un punto por donde pasa la gráfica:

Paso 1. Se sustituye la pendiente y las coordenadas del punto dado en la ecuación de la forma  $y = ax + b$ , para encontrar el valor de  $b$ .

Paso 2. Se escribe la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$  con los valores de  $a$  y  $b$  encontrados.

- E** a. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente 3 y pasa por el punto (4, 3).  
b. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente  $\frac{2}{3}$  y pasa por el punto (3, 4).

#### Solucionario de los ejercicios:

- a. Valor de  $a$ : 3  
Valor de  $b$ :

Se sustituye  $a$  y el punto (4, 3) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 3 &= 3 \times 4 + b \\ 3 &= 12 + b \\ 3 - 12 &= b \\ -9 &= b \\ b &= -9 \end{aligned}$$

$$R: y = 3x - 9$$

- b. Valor de  $a$ :  $\frac{2}{3}$   
Valor de  $b$ :

Se sustituye  $a$  y el punto (3, 4) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 4 &= \frac{2}{3} \times 3 + b \\ 4 &= 2 + b \\ 4 - 2 &= b \\ 2 &= b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$R: y = \frac{2}{3}x + 2$$

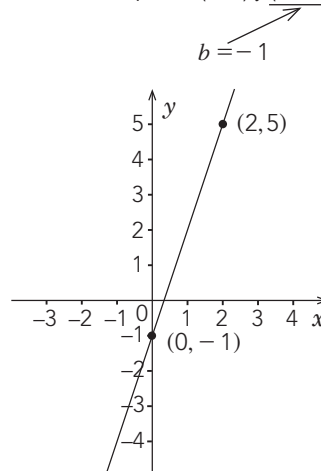
Fecha: dd - mm - aa

2-2-13 Ecuación de una función de la forma  $y = ax + b$  mediante la lectura de la pendiente y coordenadas de un punto en la gráfica

- P** a. Encuentre la ecuación de función lineal, cuya gráfica tiene pendiente 3 y pasa por (2, 5).  
b. Grafique.

- S** a. Valor de  $a$ : 3  
Valor de  $b$ :  
Coordenadas (2, 5):  $x = 2$  y  $y = 5$   
Se sustituye  $a$  por 3,  $x$  por 2 y  $y$  por 5 en  $y = ax + b$ .
- $$\begin{aligned} 5 &= 3 \times 2 + b \\ 5 &= 6 + b \\ 5 - 6 &= b \\ -1 &= b \\ b &= -1 \end{aligned}$$
- R:  $y = 3x - 1$

- b. Se utilizan dos puntos (2, 5) y (0, -1).



- E** a. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente 3 y pasa por el punto (4, 3).

Valor de  $a$ : 3

Valor de  $b$ :

Coordenadas (4, 3):  $x = 4$  y  $y = 3$

Se sustituye  $a$  por 3,  $x$  por 4 y  $y$  por 3 en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 3 &= 3 \times 4 + b \\ 3 &= 12 + b \\ 3 - 12 &= b \\ -9 &= b \\ b &= -9 \end{aligned}$$

$$R: y = 3x - 9$$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 14 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a > 0$

#### Aprendizaje esperado:

Escribe la ecuación de una función lineal a partir de las coordenadas de dos puntos, donde  $a > 0$ .

#### Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 14 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a > 0$



Dadas las coordenadas de dos puntos: A (2, 1) y B (4, 5), encuentre la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por los dos puntos.

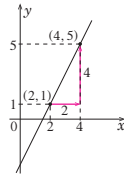


Paso 1. Determine la pendiente.

Si la gráfica pasa por los puntos A (2, 1) y B (4, 5), entonces la pendiente se calcula:

$$a = \frac{5-1}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

Pendiente =  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$



Paso 2. Determine el intercepto con el eje y.

Sustituya la pendiente (valor de  $a$ ) y un punto A (2, 1) por donde pasa la recta  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 1 &= 2 \times 2 + b \\ 1 &= 4 + b \\ 1 - 4 &= b \\ -3 &= b \\ b &= -3 \end{aligned}$$

Paso 3. Sustituya los valores de  $a$  y  $b$  en la forma general de la función lineal  $y = ax + b$ . Se obtiene la siguiente ecuación:

$$y = 2x - 3$$



Para encontrar la ecuación de una función lineal cuando se conocen las coordenadas de dos puntos A( $x_1$ ,  $y_1$ ) y B( $x_2$ ,  $y_2$ ) de su gráfica:

Paso 1. Se determina la pendiente (valor de  $a$ ) utilizando  $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

Paso 2. Se determina el intercepto con el eje y (valor de  $b$ ), sustituyendo el valor de  $a$  encontrado en el paso 1 y las coordenadas de uno de los puntos dados en  $y = ax + b$ .

Paso 3. Se escribe la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ , sustituyendo los valores de  $a$  y  $b$  encontrados.



Determine la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ , cuya gráfica pasa por los puntos:

- A (1, 2) y B (3, 6)
- A (2, 4) y B (5, 7)
- A (2, 7) y B (-1, 1)

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

73

#### Solucionario de los ejercicios:

- a. A (1, 2) y B (3, 6)

$$a = \frac{6-2}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

Se sustituye  $a$  y A (1, 2) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \times 1 + b \\ 2 &= 2 + b \\ 2 - 2 &= b \\ 0 &= b \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$R: y = 2x$$

- b. A (2, 4) y B (5, 7)

$$a = \frac{7-4}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$$

Se sustituye  $a$  y A (2, 4) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 4 &= 1 \times 2 + b \\ 4 &= 2 + b \\ 4 - 2 &= b \\ 2 &= b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$R: y = x + 2$$

- c. A (2, 7) y B (-1, 1)

$$a = \frac{1-7}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

Se sustituye  $a$  y A (2, 7) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 7 &= 2 \times 2 + b \\ 7 &= 4 + b \\ 7 - 4 &= b \\ 3 &= b \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$R: y = 2x + 3$$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-14 Ecuación de una función de la forma  $y = ax + b$  mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde  $a > 0$

- (P) Encuentre la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por A (2, 1) y B (4, 5).

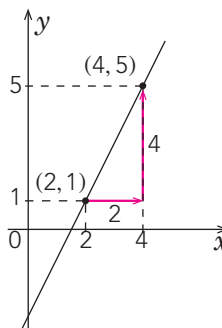
- (S) Paso 1. Determine la pendiente.

$$a = \frac{5-1}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

Pendiente =  $\frac{\text{variación en } y}{\text{variación en } x}$

Paso 2. Determine el intercepto con el eje y.

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 1 &= 2 \times 2 + b && \text{Se sustituye el valor de } a \\ 1 &= 4 + b && \text{el punto A (2, 1) en } y = ax + b. \\ 1 - 4 &= b \\ -3 &= b \\ b &= -3 \end{aligned}$$



Paso 3. Sustituya  $a$  y  $b$  en  $y = ax + b$ .

$$y = 2x - 3$$

- (E) Determine la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$  cuya gráfica pasa por:

- a. A (1, 2) y B (3, 6)

$$a = \frac{6-2}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

Se sustituye el valor de  $a$  y el punto A (1, 2) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \times 1 + b \\ 2 &= 2 + b \\ 2 - 2 &= b \\ 0 &= b \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$R: y = 2x$$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 15 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a < 0$

#### Aprendizaje esperado:

Escribe la ecuación de una función lineal a partir de las coordenadas de dos puntos, donde  $a < 0$ .

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 15 Ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde $a < 0$



Dadas las coordenadas de dos puntos: A (2, 6) y B (7, 1), encuentre la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por los dos puntos.



Paso 1. Determine la pendiente (valor de  $a$ ).

$$\begin{aligned} \text{Sustituya los valores } (x, y) \text{ de los puntos A (2, 6) y B (7, 1) en } a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{1 - 6}{7 - 2} \\ &= \frac{-5}{5} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Paso 2. Determine el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).

Sustituya la pendiente y un punto A (2, 6) por donde pasa la gráfica de la función lineal  $y = ax + b$ , se tiene:

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 6 &= -1 \times 2 + b \\ 6 &= -2 + b \\ 6 + 2 &= b \\ 8 &= b \\ b &= 8 \end{aligned}$$

Paso 3. Sustituya los valores de  $a$  y  $b$  en la forma general de la función lineal  $y = ax + b$ :

$$y = -x + 8$$



Para encontrar la ecuación de una función lineal cuando se conocen las coordenadas de dos puntos A ( $x_1, y_1$ ) y B ( $x_2, y_2$ ) de su gráfica:

Paso 1. Se determina la pendiente utilizando  $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

Paso 2. Se determina el intercepto con el eje  $y$ , sustituyendo el valor de  $a$  encontrando en el paso 1 y las coordenadas de uno de los puntos dados en  $y = ax + b$ .

Paso 3. Se escribe la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ , sustituyendo los valores de  $a$  y  $b$  encontrados.



Determine la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ , cuya gráfica pasa por los puntos:

- A (1, -1) y B (-2, 5)
- A (1, 2) y B (2, 1)
- A (1, 8) y B (3, 2)
- A (-2, 1) y B (1, -5)

#### Solucionario de los ejercicios:

- A (1, -1) y B (-2, 5)

$$a = \frac{5 - (-1)}{-2 - 1} = \frac{5 + 1}{-3} = \frac{6}{-3} = -2$$

Se sustituye  $a$  y A (1, -1) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} -1 &= -2 \times 1 + b \\ -1 &= -2 + b \\ -1 + 2 &= b \\ 1 &= b \\ b &= 1 \end{aligned}$$

R:  $y = -2x + 1$
- A (1, 2) y B (2, 1)

$$a = \frac{1 - 2}{2 - 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

Se sustituye  $a$  y A (1, 2) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 2 &= -1 \times 1 + b \\ 2 &= -1 + b \\ 2 + 1 &= b \\ 3 &= b \\ b &= 3 \end{aligned}$$

R:  $y = -x + 3$
- A (1, 8) y B (3, 2)

$$a = \frac{2 - 8}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Se sustituye  $a$  y A (1, 8) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 8 &= -3 \times 1 + b \\ 8 &= -3 + b \\ 8 + 3 &= b \\ 11 &= b \\ b &= 11 \end{aligned}$$

R:  $y = -3x + 11$
- A (-2, 1) y B (1, -5)

$$a = \frac{-5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{-6}{3} = -2$$

Se sustituye  $a$  y A (-2, 1) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} 1 &= -2 \times (-2) + b \\ 1 &= 4 + b \\ 1 - 4 &= b \\ -3 &= b \\ b &= -3 \end{aligned}$$

R:  $y = -2x - 3$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-15 Ecuación de una función de la forma  $y = ax + b$  mediante las coordenadas de dos puntos de la gráfica, donde  $a < 0$

(P) Encuentre la ecuación de función lineal cuya gráfica pasa por A (2, 6) y B (7, 1).

(S) Paso 1. Determine la pendiente.

$$a = \frac{1 - 6}{7 - 2} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Paso 2. Determine el intercepto con el eje  $y$ .

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 6 &= -1 \times 2 + b \quad \text{Se sustituye el valor de } a \text{ y A (2, 6) en } y = ax + b. \\ 6 &= -2 + b \\ 6 + 2 &= b \\ 8 &= b \\ b &= 8 \end{aligned}$$

Paso 3. Sustituya los valores de  $a$  y  $b$  en  $y = ax + b$ .

$$y = -x + 8$$

(E) Determine la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$  cuya gráfica pasa por:  
a. A (1, -1) y B (-2, 5)

$$a = \frac{5 - (-1)}{-2 - 1} = \frac{5 + 1}{-3} = \frac{6}{-3} = -2$$

Se sustituye el valor de  $a$  y el punto A (1, -1) en  $y = ax + b$ .

$$\begin{aligned} -1 &= -2 \times 1 + b \\ -1 &= -2 + b \\ -1 + 2 &= b \\ 1 &= b \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$R: y = -2x + 1$$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 16 Aplicación de función lineal en las ciencias

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve problemas expresados por una función lineal.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 16 Aplicación de función lineal en las ciencias

**P**

En la factura del consumo de energía eléctrica mensual de la casa de don Roberto aparecen los siguientes datos: cuota fija 18 quetzales y 2 quetzales por kilovatio hora (kWh).

- Escriba la ecuación de la función lineal del total a pagar, cuando consume  $x$  kilovatios hora.
- ¿Cuánto debe pagar don Roberto si consume 140 kilovatios hora en un mes?
- Grafique la función lineal que relaciona el total a pagar con el consumo de kilovatios hora.

**S**

- Con base en la forma general de la ecuación de una función lineal:  $y = ax + b$ , se tiene:  
El total a pagar está representado por  $y$ .

Los kilovatios hora consumidos están representados por  $x$ .  
La cuota fija (cargo fijo) está en quetzales, es decir,  $b = 18$ .  
El costo por kilovatio hora está en quetzales, es decir,  $a = 2$ .  
Entonces, la ecuación de la función lineal es:  $y = 2x + 18$ .

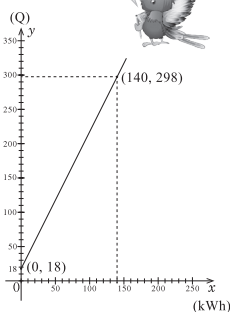
Como la gráfica refleja la relación entre el pago y el consumo de energía, se necesita graficar solo la parte de números positivos.

- Sustituyendo 140 kilovatios hora en  $x$ , el total a pagar  $y$  es:

$$\begin{aligned} y &= 2x + 18 \\ &= 2 \times 140 + 18 \\ &= 280 + 18 \\ &= 298 \end{aligned}$$

Respuesta: don Roberto debe pagar 298 quetzales.

- Para graficar la función lineal  $y = 2x + 18$ , se puede utilizar el intercepto con el eje  $y$ , es decir, 18 y el punto que representa el total a pagar cuando se consume cierta cantidad de kilovatios hora (140, 298).



**C**

Para resolver problemas que requieren el uso de conocimientos sobre una función lineal:

Paso 1. Se identifican las dos variables  $x$  y  $y$ , así como la pendiente (valor de  $a$ ) y el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).

Paso 2. Se escribe la ecuación de la función lineal.

Paso 3. Se sustituye el valor de  $x$  dado para encontrar el valor de  $y$  que se está buscando.

**E**

Resuelva el siguiente problema.

La relación entre grados centígrados ( $^{\circ}\text{C}$ ) y grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) es la siguiente:  $0^{\circ}\text{C}$  es equivalente a  $32^{\circ}\text{F}$  y  $100^{\circ}\text{C}$  a  $212^{\circ}\text{F}$ .

- Si  $x^{\circ}\text{C}$  equivalen a  $y^{\circ}\text{F}$ ,  $y$  es una función lineal de  $x$ , determine la pendiente (valor de  $a$ ).
- Determine el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Determine la ecuación de la función lineal de la forma  $y = ax + b$ .

Utilizando dos puntos, se puede determinar la pendiente  $a$ .



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

75

#### Solucionario de los ejercicios:

- Si  $x = 0$ ,  $y = 32$  y si  $x = 100$ ,  $y = 212$ .  
Pendiente:  $a = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$
- Intercepto con el eje  $y$ :  
Como  $y = 32$  cuando  $x = 0$ , el intercepto con el eje  $y$  es 32.  
Entonces,  $b = 32$ .
- $y = \frac{9}{5}x + 32$

Fecha: dd - mm - aa

2-2-16 Aplicación de función lineal en las ciencias

- En la factura aparecen los datos: cuota fija 18 quetzales y 2 quetzales por kilovatio hora (kWh).

- Escriba la ecuación del total  $y$  a pagar cuando consume  $x$  kWh.
- ¿Cuánto debe pagar si se consume 140 kWh?
- Grafique la función.

- Total a pagar:  $y$  kWh consumidos:  $x$

Cuota fija:  $b = 18$   
Costo por kWh:  $a = 2$   
R:  $y = 2x + 18$

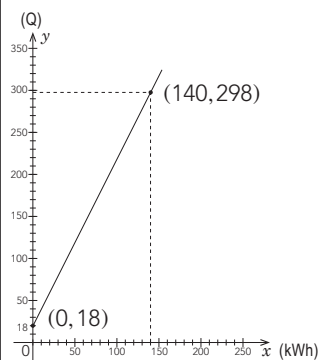
- Sustituyendo 140 kWh en  $x$ :

$$\begin{aligned} y &= 2x + 18 \\ &= 2 \times 140 + 18 \\ &= 280 + 18 \\ &= 298 \end{aligned}$$

R: Debe pagar 298 quetzales.

- Se utilizan dos puntos (140, 298) y (0, 18).

$b = 18$



- La relación entre  $^{\circ}\text{C}$  y  $^{\circ}\text{F}$  es:

$0^{\circ}\text{C}$  es equivalente a  $32^{\circ}\text{F}$  y  $100^{\circ}\text{C}$  a  $212^{\circ}\text{F}$ .

- Si  $x^{\circ}\text{C}$  equivalen a  $y^{\circ}\text{F}$ ,  $y$  es una función lineal de  $x$ , determine la pendiente (valor de  $a$ ).

Si  $x = 0$ ,  $y = 32$  y si  $x = 100$ ,  $y = 212$ .

$$\text{Pendiente: } a = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$$

- Determine el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).  
Como  $y = 32$  cuando  $x = 0$ , el intercepto con el eje  $y$  es 32.

Entonces,  $b = 32$ .

- Determine la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$ .

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 17 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables

#### Aprendizaje esperado:

Gráfica una ecuación de primer grado con dos variables.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 17 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables

**P**

Con base en la ecuación lineal  $-2x + y = 1$ :

- Lleve la ecuación lineal  $-2x + y = 1$  a la forma  $y = ax + b$  e identifique el intercepto con el eje  $y$ .
- Determine otro punto de la gráfica utilizando la ecuación y trace la gráfica.

**S**

a. Para llevar la ecuación lineal  $-2x + y = 1$  a la forma  $y = ax + b$ , se despeja  $y$ :

$$\begin{aligned} -2x + y &= 1 \\ y &= 1 + 2x \\ y &= 2x + 1 \end{aligned}$$

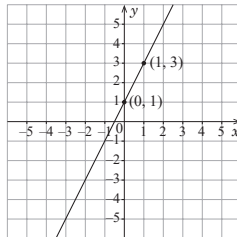
Respuesta: el intercepto con el eje  $y$  es 1.

- Determine otro punto de la gráfica, sustituyendo cualquier valor de  $x$  en la ecuación  $y = 2x + 1$ .

$$\begin{aligned} \text{Si } x &= 1, \\ y &= 2 \times 1 + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

La gráfica pasa por el punto  $(1, 3)$ .

Trace la gráfica que pasa por los puntos  $(0, 1)$  y  $(1, 3)$ .



**C**

Para graficar una ecuación de primer grado con dos variables:

- Paso 1. Se convierte la ecuación a la forma  $y = ax + b$ .
- Paso 2. Se identifica el intercepto con el eje  $y$  (valor de  $b$ ).
- Paso 3. Se sustituye cualquier valor de  $x$  en la ecuación  $y = ax + b$  para encontrar las coordenadas de otro punto de la gráfica.
- Paso 4. Se traza la línea recta que pasa por los dos puntos determinados.

**E**

Para cada una de las siguientes ecuaciones, resuelva.

$$\begin{aligned} \ell: x + y - 2 &= 0 \\ m: -2x + y - 3 &= 0 \end{aligned}$$

- Convierta la ecuación a la forma  $y = ax + b$  e identifique el intercepto con el eje  $y$ .
- Determine otro punto de la gráfica.
- Grafique.

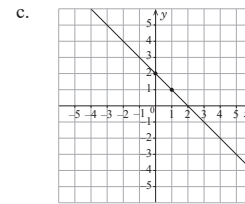
#### Solucionario de los ejercicios:

$$\begin{aligned} \ell: \text{ a. } x + y - 2 &= 0 \\ x + y &= 0 + 2 \\ x + y &= 2 \\ y &= 2 - x \\ y &= -x + 2 \end{aligned}$$

El intercepto con el eje  $y$  es 2.

$$\begin{aligned} \text{b. Si } x &= 1, \\ y &= -1 \times 1 + 2 \\ &= -1 + 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

R:  $(1, 1)$

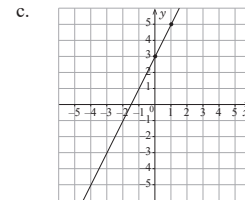


$$\begin{aligned} m: \text{ a. } -2x + y - 3 &= 0 \\ -2x + y &= 0 + 3 \\ -2x + y &= 3 \\ y &= 3 + 2x \\ y &= 2x + 3 \end{aligned}$$

El intercepto con el eje  $y$  es 3.

$$\begin{aligned} \text{b. Si } x &= 1, \\ y &= 2 \times 1 + 3 \\ &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

R:  $(1, 5)$



Fecha: dd - mm - aa

2-2-17 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables

**P**

Con base en  $-2x + y = 1$ :

- Lleve  $-2x + y = 1$  a la forma  $y = ax + b$  e identifique el intercepto con el eje  $y$ .
- Determine otro punto de la gráfica y trace la gráfica.

**S**

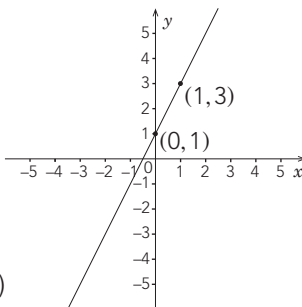
a. Se despeja  $y$ :

$$\begin{aligned} -2x + y &= 1 \\ y &= 1 + 2x \\ y &= 2x + 1 \end{aligned}$$

R: El intercepto con el eje  $y$  es 1.

$$\begin{aligned} \text{b. Si } x &= 1, \quad y = 2 \times 1 + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

R: La gráfica pasa por el punto  $(1, 3)$



**E**

Para las ecuaciones:

$$\ell: x + y - 2 = 0 \quad m: -2x + y - 3 = 0$$

a. Convierta la ecuación a la forma  $y = ax + b$  e identifique el intercepto con el eje  $y$ .

$$\ell: x + y - 2 = 0 \quad m: -2x + y - 3 = 0$$

$$x + y = 2 \quad -2x + y = 3$$

$$y = -x + 2$$

$$y = 2x + 3$$

Intercepto con el eje  $y$  es 2.

Intercepto con el eje  $y$  es 3.

b. Determine otro punto de la gráfica.

$$\ell: y = -x + 2 \quad m: y = 2x + 3$$

$$\text{Si } x = 1, y = -1 \times 1 + 2 \quad \text{Si } x = 1, y = 2 \times 1 + 3$$

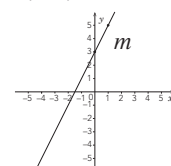
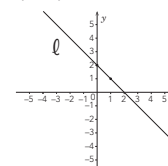
$$= 1$$

$$= 5$$

La gráfica pasa por el punto  $(1, 1)$ .

La gráfica pasa por el punto  $(1, 5)$ .

c.



## Sección 2 Gráfica de la función

### Clase 18 Gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

#### Aprendizaje esperado:

Resuelve un sistema de ecuaciones de primer grado usando gráfica.

#### Sección 2 Gráfica de la función

#### Clase 18 Gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

**P**

Con base en el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ :

- Convierta las dos ecuaciones a la forma  $y = ax + b$ .
- Grafique las dos ecuaciones en un mismo plano cartesiano.
- Determine las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas.
- Interprete el sentido del punto de intersección.

**S**

a. Al convertir las ecuaciones a la forma  $y = ax + b$ , se tiene:

$$\begin{cases} y = x + 1 & \textcircled{1} \\ y = -x + 3 & \textcircled{2} \end{cases}$$

b. Para graficar cada ecuación, identifique la pendiente y el intercepto con el eje  $y$ .

$$\textcircled{1} y = x + 1$$

Pendiente: 1

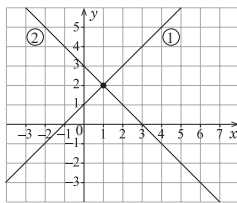
Intercepto con el eje  $y$ : 1

$$\textcircled{2} y = -x + 3$$

Pendiente: -1

Intercepto con el eje  $y$ : 3

Trace la gráfica de ambas rectas en el mismo plano cartesiano:



- Según la gráfica, el punto donde intersecan ambas gráficas tiene las coordenadas (1, 2).
- Como el punto (1, 2) se encuentra sobre las gráficas de las dos ecuaciones, se puede decir que las coordenadas del punto satisfacen las dos ecuaciones. Por tanto, las coordenadas del punto son la solución del sistema de las dos ecuaciones, es decir, la solución del sistema es  $x = 1, y = 2$ .

**C**

Cuando se grafica un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables en un solo plano, las coordenadas del punto en el que se intersecan las dos gráficas corresponden a la solución del sistema.

**E**

Trace las gráficas de las ecuaciones en un mismo plano, y resuelva el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

77

#### Solucionario de los ejercicios:

$$\begin{cases} x + y = 1 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 12 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x + y &= 1 \\ y &= 1 - x \\ y &= -x + 1 \end{aligned}$$

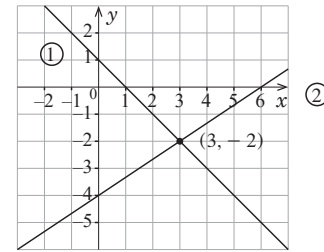
Pendiente: -1

Intercepto con el eje  $y$ : 1

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 2x - 3y &= 12 \\ -3y &= 12 - 2x \\ -3y &= -2x + 12 \\ y &= \frac{-2x}{-3} + \frac{12}{-3} \\ y &= \frac{2}{3}x - 4 \end{aligned}$$

Pendiente:  $\frac{2}{3}$

Intercepto con el eje  $y$ : -4



R: La solución del sistema es  $x = 3, y = -2$ .

Fecha: dd - mm - aa

2-2-18 Gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

- P** Con base en  $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ :
- Convierta las dos ecuaciones a la forma  $y = ax + b$ .
  - Grafique.
  - Determine las coordenadas del punto de intersección.
  - Interprete el sentido del punto de intersección.

$$\textcircled{S} \quad \begin{cases} y = x + 1 & \textcircled{1} \\ y = -x + 3 & \textcircled{2} \end{cases}$$

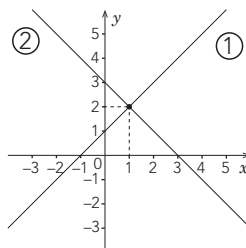
b. Para graficar, se identifica la pendiente y el intercepto con el eje  $y$ .

$\textcircled{1}$  Pendiente: 1, Intercepto con el eje  $y$ : 1

$\textcircled{2}$  Pendiente: -1, Intercepto con el eje  $y$ : 3

c. Las coordenadas del punto de intersección son (1, 2).

d. Las coordenadas del punto de intersección satisfacen las dos ecuaciones. Por tanto, el punto de intersección es la solución del sistema de las dos ecuaciones.



- E** Trace las gráficas de las ecuaciones en un mismo plano, y resuelva el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 1 & \textcircled{1} \longrightarrow y = -x + 1 \\ 2x - 3y = 12 & \textcircled{2} \longrightarrow -3y = -2x + 12 \\ & y = \frac{2}{3}x - 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad y = -x + 1$$

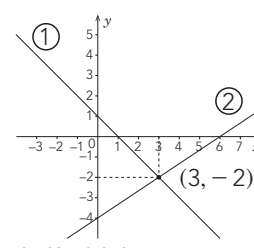
Pendiente: -1

Intercepto con el eje  $y$ : 1

$$\textcircled{2} \quad y = \frac{2}{3}x - 4$$

Pendiente:  $\frac{2}{3}$

Intercepto con el eje  $y$ : -4



R: La solución del sistema es  $x = 3, y = -2$ .

### Ejercitación A

1. Indique cuáles de las siguientes ecuaciones de las funciones corresponden a una función lineal.

- a.  $y = 3x + 1$       b.  $y = 2x$       c.  $y = \frac{10}{x}$       d.  $y = x + 5$

2. Observe los datos de la siguiente tabla y resuelva.

|   |    |    |   |   |   |
|---|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 1  | 3  | 5 | 7 | 9 |

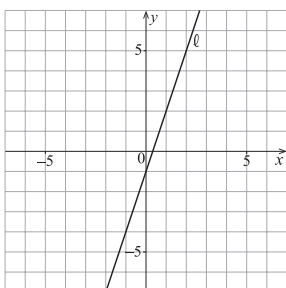
- a. Expresé  $y$  como función lineal de  $x$ .  
b. Encuentre la razón de cambio de  $y$  a  $x$ .

3. Para la función lineal  $y = 2x - 1$ , resuelva.

- a. Determine la pendiente.  
b. Determine el intercepto con el eje  $y$ .

4. Observe la gráfica  $\ell$  y resuelva.

- a. Determine la pendiente.  
b. Determine el intercepto con el eje  $y$ .  
c. Escriba la ecuación de la función de la forma  $y = ax + b$ .  
d. Grafique la función  $y = -x + 4$ .



5. Resuelva.

- a. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente 3 y cuyo intercepto con el eje  $y$  es  $-1$ .  
b. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente  $-2$  y que pasa por el punto  $(0, 1)$ .  
c. Determine la ecuación de la función lineal cuya razón de cambio es 4 y  $y = -1$  cuando  $x = 0$ .



78

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

### Solucionario:

1. a, b y d: Cuando se expresa como  $y = ax + b$ ,  $y$  es una función lineal.

2. a.  $y = 2x + 5$

b. Si  $x = 1$ ,  $y = 7$ .

Si  $x = 2$ ,  $y = 9$ .

(Variación en  $x$ ) =  $2 - 1 = 1$

(Variación en  $y$ ) =  $9 - 7 = 2$

(Razón de cambio) =  $\frac{\text{(variación en } y\text{)}}{\text{(variación en } x\text{)}} = \frac{2}{1} = 2$

R: La razón de cambio es 2.

3. a. Pendiente: 2

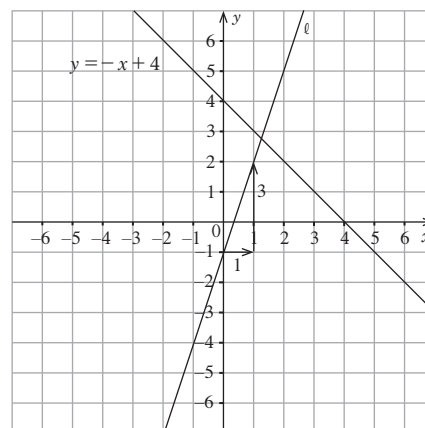
b. Intercepto con el eje  $y$ :  $-1$

4. a. Pendiente: 3

b. Intercepto con el eje  $y$ :  $-1$

c.  $y = 3x - 1$

d.



5. a.  $y = 3x - 1$

b. Valor de  $a$ :  $-2$

Valor de  $b$ :

Como la gráfica pasa por el punto  $(0, 1)$ , el intercepto con el eje  $y$  es 1. Entonces,  $b = 1$ .

R:  $y = -2x + 1$

c. Valor de  $a$ : 4

Valor de  $b$ :

Como  $y = -1$  cuando  $x = 0$ , el intercepto con el eje  $y$  es  $-1$ . Entonces,  $b = -1$ .

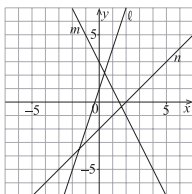
R:  $y = 4x - 1$



## Ejercitación B

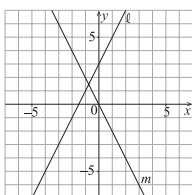
1. Identifique la ecuación de las funciones que corresponde a cada una de las gráficas.

- a.  $y = x - 2$   
b.  $y = 3x + 1$   
c.  $y = -2x + 3$



2. Resuelva.

- a. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por el punto  $(0, -1)$  y es paralela a la gráfica de la función  $y = 2x$ .  
b. Determine la ecuación de la función lineal cuyo intercepto con el eje  $y$  es 2 y que pasa por el punto  $(1, 6)$ .  
c. Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por los puntos  $(1, -1)$  y  $(3, 1)$ .



3. Observe las gráficas y resuelva.

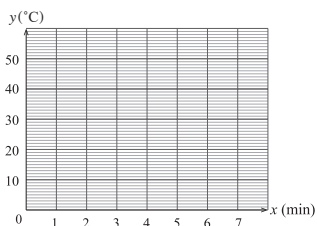
- a. Escriba la ecuación de la función en la forma  $y = ax + b$  para cada gráfica.  
b. Encuentre las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas  $l$  y  $m$  resolviendo el sistema de ecuaciones.

4. Alberto calentó el agua y observó el cambio de temperatura.

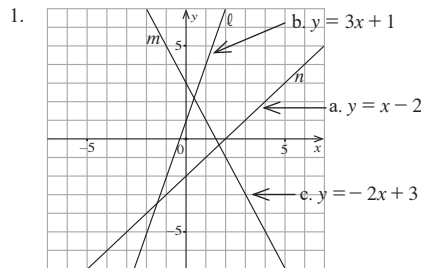
Cuando la temperatura está  $y$  °C después de  $x$  minutos, la relación entre  $x$  y  $y$  está expresada en la siguiente tabla.

| $x$ | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-----|----|----|----|----|----|----|
| $y$ | 15 | 21 | 24 | 29 | 34 | 40 |

- a. Ubique los pares ordenados de la tabla en el plano que está a la derecha.  
b. Trace una línea recta que pase por los puntos  $(0, 15)$  y  $(5, 40)$ .



## Solucionario:



(Explicación)

En la gráfica  $l$ ,

Pendiente:  $a = 3$

Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 1$

Entonces,  $l$  corresponde a la ecuación de la función del inciso b:  $y = 3x + 1$ .

En la gráfica  $m$ ,

Pendiente:  $a = -2$

Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 3$

Entonces,  $m$  corresponde a la ecuación de la función del inciso c:  $y = -2x + 3$ .

En la gráfica  $n$ ,

Pendiente:  $a = 1$

Intercepto con el eje  $y$ :  $b = -2$

Entonces,  $n$  corresponde a la ecuación de la función del inciso a:  $y = x - 2$ .

2. a. Como la gráfica es paralela a la gráfica de  $y = 2x$ , la pendiente de ambas gráficas son iguales. Entonces, el valor de  $a$  es 2.

Valor de  $b$ :

Como la gráfica pasa por el punto  $(0, -1)$ , el intercepto con el eje  $y$  es  $-1$ . Entonces,  $b = -1$ .

R:  $y = 2x - 1$

- b. Valor de  $b$ : 2

Valor de  $a$ :

Se sustituye  $b$  y el punto  $(1, 6)$  en  $y = ax + b$ .

$$6 = a \times 1 + 2$$

$$6 = a + 2$$

$$6 - 2 = a$$

$$4 = a$$

$$a = 4$$

R:  $y = 4x + 2$

- c.  $(1, -1)$  y  $(3, 1)$

$$a = \frac{1 - (-1)}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$$

Se sustituye  $a$  y el punto  $(1, -1)$  en  $y = ax + b$ .

$$-1 = 1 \times 1 + b$$

$$-1 = 1 + b$$

$$-1 - 1 = b$$

$$-2 = b$$

$$b = -2$$

R:  $y = x - 2$

3. a. Gráfica  $l$ :

$$\text{Pendiente: } a = \frac{2}{1} = 2$$

Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 3$

R:  $y = 2x + 3$

Gráfica  $m$ :

$$\text{Pendiente: } a = -\frac{2}{1} = -2$$

Intercepto con el eje  $y$ :  $b = 0$

R:  $y = -2x$

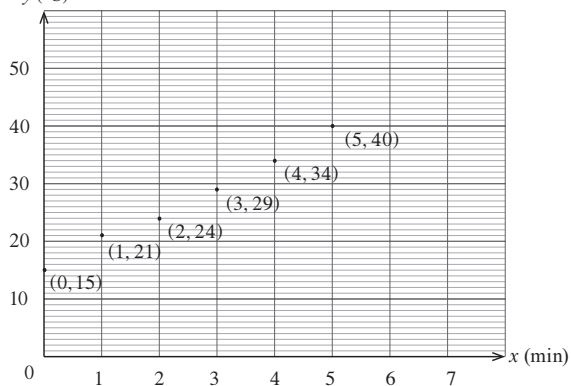
b. 
$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x \end{cases}$$
$$2x + 3 = -2x$$
$$2x + 3 + 2x = 0$$
$$4x + 3 = 0$$
$$4x = 0 - 3$$
$$4x = -3$$
$$x = -\frac{3}{4}$$

Se sustituye  $x = -\frac{3}{4}$  en la ecuación  $y = -2x$ .

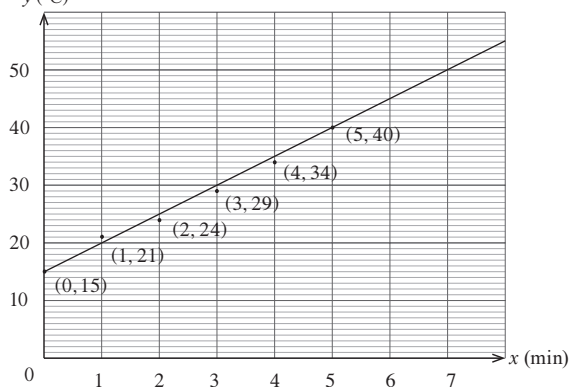
$$y = -2 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$= \frac{3}{2}$$

$$R: (x, y) = \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

4. a.  $y (^{\circ}\text{C})$



b.  $y (^{\circ}\text{C})$



| Nombre      | Mol                                                                               | Ch'en                                                                             | Yax                                                                               | Sak                                                                               | Kej                                                                                 | Mak                                                                                 | K'ank                                                                               |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Significado | Inicio de lluvia, agua, jade                                                      | Lluvia, negro, ácido                                                              | Verde, humedad                                                                    | Blanco, lluvia                                                                    | Rojo, venado                                                                        | Red, cautiverio, pecado                                                             | Amarillo, amor                                                                      |
| Glifo       |  |  |  |  |  |  |  |

# Unidad 3 ...

## Etnomatemática

| Competencia                                                                   | Indicador de logro                                                          | Sección                                               | Clase                                                                                                                             | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5. Traduce información que obtiene de su entorno a lenguaje lógico simbólico. | 5.2 Relaciona la cosmovisión Maya en el contexto del tiempo y la persona.   | 1. Tiempo y espacio en el pensamiento Maya            | 1.1 Ciclos: Cholq'ij (260 días) y Ab' (365 días)                                                                                  | Determina características de los Calendarios Mayas Cholq'ij y Ab'.                                                                                                                           |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 1.2 Secuencia del 52 y 73                                                                                                         | Explica la correlación y el significado de la rueda calendárica del 52 y 73.                                                                                                                 |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 1.3 Meses del Calendario Maya y su significado                                                                                    | Relaciona el nombre de un mes del Calendario Maya Ab' con su significado.                                                                                                                    |
|                                                                               |                                                                             | 2. El universo y sus cuadrantes                       | 2.1 Cuadrantes y puntos cardinales                                                                                                | Relaciona el color del cuadrante y los puntos cardinales.                                                                                                                                    |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 2.2 Movimientos de la Luna: Perigeo y Apogeo                                                                                      | Describe la trayectoria de la luna en relación al movimiento de la tierra en el punto del Perigeo y Apogeo.                                                                                  |
|                                                                               | 5.3 Relaciona patrones del contexto con el pensamiento ancestral.           | 3. Patrones y su significación en el pensamiento Maya | 3.1 13 y 20 como patrones en el pensamiento Maya                                                                                  | Relaciona las 13 energías con los 20 días del Calendario Maya Cholq'ij.                                                                                                                      |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 3.2 Patrones en la cerámica Maya                                                                                                  | Encuentra las figuras geométricas que forman patrones en la cerámica Maya.                                                                                                                   |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 3.3 13 y los ciclos de vida                                                                                                       | Relaciona el 13 con los ciclos de vida del ser humano.                                                                                                                                       |
|                                                                               | 5.1 Determina las características de los sistemas de numeración posicional. | 4. Sistemas numéricos                                 | 4.1 Matemática Maya y sus características: espiritual y holístico                                                                 | Ejemplifica el pensamiento holístico y espiritual de la Matemática Maya.                                                                                                                     |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 4.2 Sistema de numeración base 20 y base 3                                                                                        | Representa diferentes cantidades en el sistema de base 20 y base 3.                                                                                                                          |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 4.3 Multiplicación utilizando el ábaco de base 20                                                                                 | multiplica dos números del sistema vigesimal usando el Ábaco Maya.                                                                                                                           |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 4.4 División utilizando el ábaco de base 20                                                                                       | Divide dos números del sistema vigesimal usando el Ábaco Maya.                                                                                                                               |
|                                                                               |                                                                             |                                                       | 4.5  y su representación en el Calendario Maya | Describe los diferentes significados del cero (  ) y su relación con el tiempo desde el pensamiento Maya. |
|                                                                               | 5.3 Relaciona patrones del contexto con el pensamiento ancestral.           | 5. Sistemas de medición                               | 5.1 Medidas de longitud                                                                                                           | Utiliza unidades de referencia para medir longitudes socialmente compartidas por la comunidad Maya.                                                                                          |

## Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

### Clase 1 Ciclos: Cholq'ij (260 días) y Ab' (365 días)

#### Aprendizaje esperado:

Determina características de los Calendarios Mayas Cholq'ij y Ab'.

#### Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

##### Clase 1 Ciclos: Cholq'ij (260 días) y Ab' (365 días)



- Describe los ciclos del tiempo Maya más conocidos.
- Identifique las diferencias entre los ciclos descritos en el inciso a.



- Calendario Maya Cholq'ij: también se le llama Calendario Sagrado y consta de 260 días. Cada año Cholq'ij tiene 13 meses y cada mes 20 días. El primer día según los K'iche' es waqxaqib' B'atz (8 B'atz) y el último es wuqub' Tz'i' (7 Tz'i'). La combinación de las trece energías con los veinte días forman los 260 días. Los días del Calendario Maya Cholq'ij se repiten cada 20 días (B'atz, E, ..., Tz'i') secuencialmente con cada una de las 13 energías.

Calendario Maya Ab': también se le llama Calendario Agrícola y consta de 365 días. Cada año Ab' tiene 18 meses de 20 días y un mes de 5 días llamado Wayeb' ( $18 \times 20 + 5 = 365$ ). El primer mes de este calendario es Pop y el último es Wayeb'. Este calendario utiliza las energías del 1 al 13 pero su ciclo es de meses y días.

- Diferencias entre el Calendario Maya Cholq'ij y Calendario Maya Ab':

Un ciclo del Calendario Maya Cholq'ij se cierra cuando pasan 20 veces las 13 energías, mientras un ciclo del Calendario Maya Ab' se cierra cuando han pasado los 18 meses de 20 días y un mes de 5 días.

El Cholq'ij es más para usos espirituales y rituales, mientras que el Ab' es más para observaciones astronómicas, como los períodos de solsticio, equinoccio y actividades agrícolas.



El Calendario Maya Cholq'ij es para uso espiritual mientras que el Calendario Maya Ab' es para observaciones astronómicas y prácticas agrícolas.



- ¿Cómo se llama el Calendario Maya que tiene 365 días?
- ¿Cuántos días tiene el mes más corto del Calendario Maya Ab'?
- Explique una diferencia entre el ciclo Cholq'ij y el ciclo Ab'.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

81

#### Solucionario de los ejercicios:

- Calendario Maya Ab'
- 5 días
- Ejemplo:  
Un ciclo del Calendario Maya Cholq'ij se cierra cuando pasan 20 veces las 13 energías, mientras un ciclo del Calendario Maya Ab' se cierra cuando han pasado los 18 meses de 20 días y un mes de 5 días.

Fecha: dd – mm – aa

3-1-1 Ciclos: Cholq'ij (260 días) y Ab' (365 días)

- Describe los ciclos del tiempo Maya más conocidos.
- Identifique la diferencia entre los ciclos del inciso a.
- Calendario Maya Cholq'ij: también llamado Calendario Sagrado. Consta de 13 meses y cada mes de 20 días que hacen 260 días. Los nombres de los días se repiten cada 20 días de manera secuencial con cada una de las trece energías.  
  
Calendario Maya Ab': también llamado Calendario Agrícola. Consta de 18 meses de 20 días y un mes de 5 días llamado Wayeb' que hacen un total de 365 días.
- El Calendario Maya Cholq'ij es más para usos espirituales y rituales, mientras que el Calendario Maya Ab' es más para observaciones astronómicas, como los períodos solsticio, equinoccio y actividades agrícolas.

- El Calendario Maya Cholq'ij es para uso espiritual mientras el Calendario Maya Ab' es para observaciones astronómicas y prácticas agrícolas.
- ¿Cómo se llama el Calendario Maya que tiene 365 días?  
R: Calendario Maya Ab'
  - ¿Cuántos días tiene el mes más corto del Calendario Maya Ab'?  
R: 5 días

## Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

### Clase 2 Secuencia del 52 y 73

#### Aprendizaje esperado:

Explica la correlación y el significado de la rueda calendárica del 52 y 73.

#### Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

##### Clase 2 Secuencia del 52 y 73



¿Qué es la secuencia 52 y 73?



El Calendario Maya Cholq'ij y el Ab' guardan una relación armoniosa.

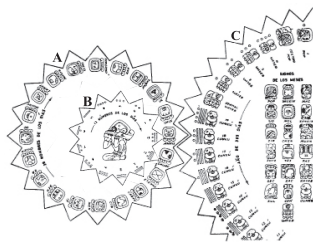
Para lograr la armonía y conseguir fechas exactas, los Mayas descubrieron la secuencia numérica de ambos calendarios, es decir, la secuencia 52 y 73. Significa que las fechas de ambos calendarios coinciden cada 52 ciclos Ab' o cada 73 ciclos Cholq'ij.

Para comprobar lo anterior, se multiplica 52 ciclos Ab' por 365 días o 73 ciclos Cholq'ij por 260 días.

$$52 \times 365 = 18,980$$

$$73 \times 260 = 18,980$$

Lo que significa que pasados 18,980 días, ambos calendarios volverán a coincidir en las mismas posiciones.



La rueda calendárica representada por las ruedas A y B del Cholq'ij y la rueda C del Ab'.



A la relación de ambos calendarios para dar una fecha se le llama rueda calendárica.

Ejemplo:

El día 7 de marzo de 1977 correspondió en el Cholq'ij al 9 Kej y en el Ab' al 10 K'ayab', esa fecha fue 9 Kej 10 K'ayab'. Para que se repita esa fecha deberán pasar 52 ciclos Ab', lo que significa que se repetirá en el año 2029. Observe el cuadro relacionando a las fechas de los Calendarios Gregoriano, Cholq'ij y Ab'.

| Fecha Gregoriana | Fecha Cholq'ij | Fecha Ab'  |
|------------------|----------------|------------|
| 7/mar/1977       | 9 Kej          | 10 K'ayab' |
| 8/mar/1977       | 10 Q'anil      | 11 K'ayab' |
| 9/mar/1977       | 11 Toj         | 12 K'ayab' |
| 10/mar/1977      | 12 Tz'i'       | 13 K'ayab' |
| 11/mar/1977      | 13 B'atz'      | 14 K'ayab' |
| 12/mar/1977      | 1 E/B'e        | 15 K'ayab' |
| 13/mar/1977      | 2 Aj           | 16 K'ayab' |
| 14/mar/1977      | 3 Ix           | 17 K'ayab' |
| 15/mar/1977      | 4 Tz'ikin      | 18 K'ayab' |
| 16/mar/1977      | 5 Ajmaq        | 19 K'ayab' |
| 17/mar/1977      | 6 No'j         | 0 Kumk'u   |
| 18/mar/1977      | 7 Tijax        | 1 Kumk'u   |
| 19/mar/1977      | 8 Kawoq        | 2 Kumk'u   |



a. ¿Cuántos ciclos Ab' deben pasar para que coincidan en fecha con el Cholq'ij?

b. ¿Cuántos ciclos Cholq'ij deben pasar para que coincidan en fecha con el Ab'?

#### Solucionario de los ejercicios:

- 52 ciclos Ab'
- 73 ciclos Cholq'ij

Fecha: dd – mm – aa

3-1-2 Secuencia del 52 y 73



¿Qué es la secuencia 52 y 73?



La secuencia 52 y 73 es la relación armoniosa entre el Calendario Maya Cholq'ij y el Calendario Maya Ab'. Significa que las fechas de ambos calendarios coinciden cada 52 ciclos Ab' o cada 73 ciclos Cholq'ij, así:

$$52 \times 365 = 18,980$$

$$73 \times 260 = 18,980$$

Es decir, pasados 18,980 días, ambos calendarios volverán a coincidir en las mismas posiciones.



A la relación de ambos calendarios para dar una fecha se le llama rueda calendárica.



a. ¿Cuántos ciclos Ab' deben pasar para que coincidan en fecha con el Cholq'ij?

R: 52 ciclos Ab'

## Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

### Clase 3 Meses del Calendario Maya y su significado

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona el nombre de un mes del Calendario Maya Ab' con su significado.

#### Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya

#### Clase 3 Meses del Calendario Maya y su significado

**P**

¿Qué significado tienen los meses del Calendario Maya Ab'?

**S**

El Calendario Maya Ab' tiene 19 meses, 18 meses de 20 días cada uno y un mes de 5 días. Cada mes tiene un nombre, un significado y su respectivo glifo. A continuación se presentan los nombres de los meses con fonología yucateca y sus respectivos significados.

| Nombre      | Pop                          | Woo                  | Sip                | Sotz'              | Tzek                           | Xul                     | Yaxk'in                                 |
|-------------|------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|
| Significado | Estera amarillo, petate      | Rana, sapo, negro    | Rojo, conjunción   | Murciélago         | Fin, palma, calavera           | Instrumento musical     | Inicio agrícola, monte verde, nuevo día |
| Glifo       |                              |                      |                    |                    |                                |                         |                                         |
| Nombre      | Mol                          | Ch'en                | Yax                | Sak                | Kej                            | Mak                     | K'ank'in                                |
| Significado | Inicio de lluvia, agua, jade | Lluvia, negro, ácido | Verde, humedad     | Blanco, lluvia     | Rojo, venado                   | Red, cautiverio, pecado | Amarillo, monte amarillo                |
| Glifo       |                              |                      |                    |                    |                                |                         |                                         |
| Nombre      | Muw'an                       | Pax                  | K'ayab'            | Kumk'u'            | Wayeb'                         |                         |                                         |
| Significado | Halcón, búho                 | Tambor, música       | Tortuga, guacamaya | Granero, oscuridad | Reflexión, gracia y penitencia |                         |                                         |
| Glifo       |                              |                      |                    |                    |                                |                         |                                         |

**C**

Cada mes del Calendario Maya Ab' tiene un significado relacionado con el nombre de un animal, fenómeno natural u objeto de la naturaleza. Los nombres más utilizados de los meses están en idioma Yucateco.

**E**

1. Relacione el nombre del mes con su significado actual a través de una línea.

|                |            |              |                    |                |             |            |
|----------------|------------|--------------|--------------------|----------------|-------------|------------|
| Ch'en          | Wayeb'     | Pop          | Sotz'              | Mak            | Yaxk'in     | Sak        |
| Petate/ estera | Murciélago | Ácido/lluvia | Penitencia/ gracia | Blanco/ lluvia | Monte verde | Pecado/red |

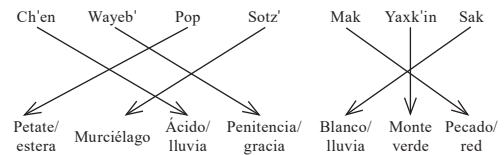
2. Dibuje dos glifos de su preferencia.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

83

#### Solucionario de los ejercicios:

1.



2. Ejemplo:



Xul



Mol

Fecha: dd – mm – aa

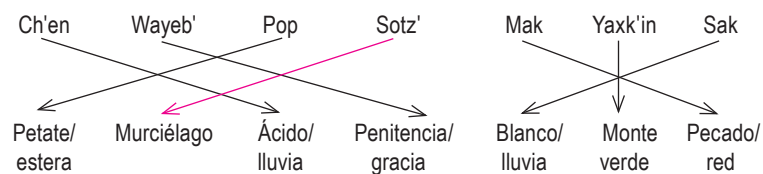
3-1-3 Meses del Calendario Maya y su significado

**P** ¿Qué significado tienen los meses del Calendario Maya Ab'?

**S** Cada mes del Calendario Maya Ab' tiene un nombre, un significado y su respectivo glifo.

**C** El significado de un mes del Calendario Maya Ab' está relacionado con el nombre de un animal, fenómeno natural u objeto de la naturaleza.

**E** 1. Relacione el nombre del mes con su significado.



## Sección 2 El universo y sus cuadrantes

### Clase 1 Cuadrantes y puntos cardinales

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona el color del cuadrante y los puntos cardinales.

#### Sección 2 El universo y sus cuadrantes

##### Clase 1 Cuadrantes y puntos cardinales

**P**

¿Cómo se relacionan los cuadrantes con los puntos cardinales?

**S**

La gráfica ilustra la concepción holística del pensamiento Maya, el área del círculo significa contexto social, cultural y espiritual. El área del cuadrado representa el lugar donde vivimos y es el que nos comunica con la bóveda celeste y con el Xib'alb'a.

En la figura que está a la derecha, los 4 triángulos cuyos colores son rojo, negro, blanco y amarillo, representan los sectores que conforman el universo. Cada sector está relacionado con los cuatro puntos cardinales.

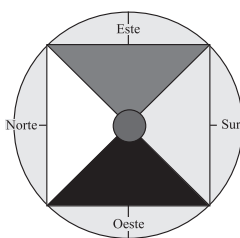
El Este representa el fuego y se relaciona con el color rojo. Sus nawales son: Toj, Kan, Imox, No'j y Aj.

El Norte representa el aire y se relaciona con el color blanco. Sus nawales son: Iq', Tijax, l'x, Keme y Tz'i'.

El Sur representa el agua y se relaciona con el color amarillo. Sus nawales son: E, Ajpu, Q'anil, Ajmaq y K'at.

El Oeste representa la tierra y se relaciona con el color negro. Sus nawales son: B'atz', Tz'ikin, Kawoq, Aq'ab'al y Kej.

El pequeño círculo al centro indica la vida como elemento integrador de los 4 sectores. Se relaciona con el color verde.

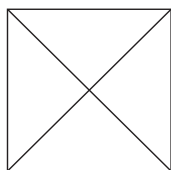


**C**

El centro de los cuatro triángulos representa la vida y lo espiritual. Cada cuadrante se relaciona con un color y es acompañado por cinco nawales. Los cuatro cuadrantes y los 20 nawales conforman la totalidad del pensamiento, en otras palabras es lo holístico en el pensamiento Maya.

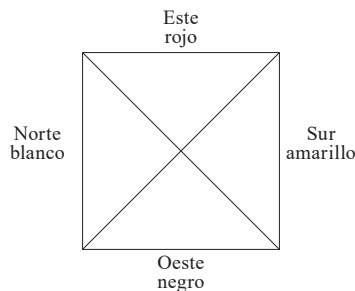
**E**

Observe la figura e indique el color de los cuadrantes y el punto cardinal que corresponde.



84 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario del ejercicio:



Fecha: dd - mm - aa

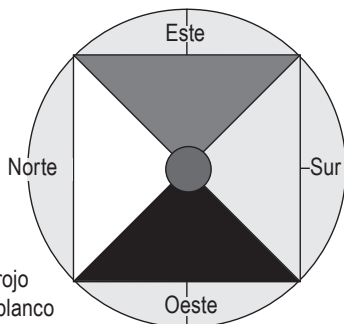
3-2-1 Cuadrantes y puntos cardinales

**P** ¿Cómo se relacionan los cuadrantes con los puntos cardinales?

**S** Los cuatro triángulos cuyos colores son rojo, negro, blanco y amarillo representan los sectores que conforman el universo. Los sectores están relacionados con los cuatro puntos cardinales.

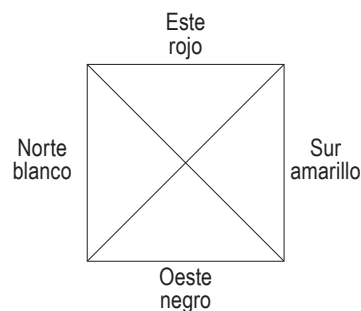
Este → fuego → rojo  
Norte → aire → blanco  
Sur → agua → amarillo  
Oeste → tierra → negro

El círculo pequeño en el centro indica la vida como elemento integrador de los cuatro sectores.



**C** El centro de los cuatro triángulos representa la vida y lo espiritual. Cada cuadrante se relaciona con un color y es acompañado por 5 nawales.

**E** Observe la figura e indique el color de los cuadrantes y el punto cardinal que corresponde.





## Sección 2 El universo y sus cuadrantes

### Clase 2 Movimientos de la Luna: Perigeo y Apogeo

#### Aprendizaje esperado:

Describe la trayectoria de la Luna en relación al movimiento de la Tierra en el punto del Perigeo y Apogeo.

#### Sección 2 El universo y sus cuadrantes

#### Clase 2 Movimientos de la Luna: Perigeo y Apogeo



Describe el movimiento de la Luna con relación al punto de Perigeo y Apogeo.



Los Mayas utilizaron la observación para producir el conocimiento matemático y astronómico para crear el calendario lunar.

La Luna tiene una estructura calendárica de 260 días, en la magnitud de tiempo coincide con el Calendario Maya Cholq'ij de 260 días.

Tal como se muestra en la figura, la Luna se mueve en forma elíptica alrededor de la Tierra. El punto más cercano a la Tierra se llama Perigeo y el punto más lejano se llama Apogeo. Cada uno de estos puntos pasa aproximadamente cada 13 o 14 días y se relaciona con la luna llena, luna nueva, cuarto creciente y cuarto menguante, según la posición de la persona en el hemisferio terrestre.

La distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna en el Perigeo es aproximadamente 356,500 kilómetros y la distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna en el punto del Apogeo es de 406,700 kilómetros.

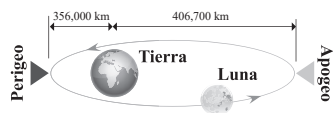
Actualmente, las comunidades Mayas de Guatemala toman en cuenta las fases de la Luna para la siembra, cosecha, corte de árbol, entre otras actividades específicas del hogar o de la agricultura.



Los Mayas lograron determinar las relaciones del movimiento de la Tierra con la Luna a través del Calendario Maya Cholq'ij. Actualmente, las comunidades observan las fases de la Luna para desarrollar sus prácticas agrícolas, domésticas o rituales.



- ¿Qué es el Perigeo?
- ¿Qué significa Apogeo?
- ¿A cuántos kilómetros de la Tierra se encuentra la Luna cuando pasa por el Perigeo?
- ¿Qué forma tiene la trayectoria de la Luna alrededor de la Tierra?
- ¿A cuántos kilómetros de la Tierra se encuentra la Luna cuando pasa por el Apogeo?



#### Solucionario de los ejercicios:

- Es el punto más cercano a la Tierra de la trayectoria de la Luna.
- Es el punto más lejano a la Tierra de la trayectoria de la Luna.
- La distancia es aproximadamente 356,500 kilómetros.
- Tiene forma elíptica.
- La distancia es de 406,700 kilómetros.

Fecha: dd – mm – aa

3-2-2 Movimientos de la Luna: Perigeo y Apogeo

- Describe el movimiento de la Luna con relación al punto de Perigeo y Apogeo.
- La Luna se mueve en forma elíptica alrededor de la Tierra. El punto más cercano a la Tierra se llama Perigeo y el punto más lejano se llama Apogeo.  
  
La distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna en el Perigeo es aproximadamente 356,500 kilómetros y la distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna en el Apogeo es de 406,700 kilómetros.

- Los Mayas lograron determinar las relaciones del movimiento de la Tierra con la Luna a través del Calendario Maya Cholq'ij.
- ¿Qué es el Perigeo?  
R: Es el punto más cercano a la Tierra de la trayectoria de la Luna.
  - ¿Qué es el Apogeo?  
R: Es el punto más lejano a la Tierra de la trayectoria de la Luna.

## Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

### Clase 1 13 y 20 como patrones en el pensamiento Maya

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona las 13 energías con los 20 días del Calendario Maya Cholq'ij.

#### Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

##### Clase 1 13 y 20 como patrones en el pensamiento Maya



Complete la secuencia de los días de un ciclo del Calendario Maya Cholq'ij.

|          | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | H     | I     | J     | K     | L     | M     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B'atz'   | .     | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| E        | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aj       | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| I'x      | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'ikin  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajmaq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| No'j     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tijax    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kawoq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajpu     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Imox     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Iq'      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aq'ab'al | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| K'at     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kan      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Keme     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kej      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Q'anil   | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Toj      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'i'    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |



La relación de las 13 energías con los 20 días forman una secuencia dentro del Calendario Maya Cholq'ij.

Según el cuadro de la derecha, la primera columna de la izquierda representa los 20 días y las columnas, desde A hasta M, representan las trece energías. La columna A inicia con el día 1 B'atz' hasta el día 13 Aq'ab'al para la primera trece; el siguiente día es 1 K'at hasta 7 Tz'i' para la primera veintena, continúa la columna B, con el día 8 B'atz' hasta el día 13 Ajmaq para la segunda trece, y así sucesivamente hasta completar los 260 días del Calendario Maya Cholq'ij.

|          | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | H     | I     | J     | K     | L     | M     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B'atz'   | .     | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| E        | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aj       | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| I'x      | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'ikin  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajmaq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| No'j     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tijax    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kawoq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajpu     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Imox     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Iq'      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aq'ab'al | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| K'at     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kan      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Keme     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kej      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Q'anil   | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Toj      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'i'    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |



Los números 13 y 20 son patrones del Calendario Maya Cholq'ij. El 13 representa los niveles energéticos y el 20 los días con sus respectivos nawales. La combinación secuencial de estos números permitió construir el Calendario Maya Cholq'ij de 260 días.



Elabore un Calendario Maya Cholq'ij en su cuaderno, como se presentó anteriormente, y realice.

a. Señale los siguientes días: 3 Aj, 13 Ajmaq, 12 Tijax, 13 Tz'i' y 8 B'atz'.

b. Indique qué día sigue después de 2 Iq'.

c. Indique qué día está antes de 9 I'x.

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

|          | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | H     | I     | J     | K     | L     | M     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B'atz'   | .     | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| E        | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aj       | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| I'x      | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'ikin  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajmaq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| No'j     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tijax    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kawoq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajpu     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Imox     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Iq'      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aq'ab'al | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| K'at     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kan      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Keme     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kej      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Q'anil   | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Toj      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'i'    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

b. 3 Aq'ab'al

c. 8 Aj

Fecha: dd – mm – aa

3-3-13 y 20 como patrones en el pensamiento Maya

Ⓟ Complete la secuencia de los días de un ciclo del Calendario Maya Cholq'ij.

Ⓢ La relación de las 13 energías con los 20 días forman una secuencia en el Calendario Maya Cholq'ij.

|          | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | H     | I     | J     | K     | L     | M     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B'atz'   | .     | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| E        | ..    | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aj       | ...   | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| I'x      | ....  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'ikin  | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajmaq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| No'j     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tijax    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kawoq    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Ajpu     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Imox     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Iq'      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Aq'ab'al | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| K'at     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kan      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Keme     | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Kej      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Q'anil   | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Toj      | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Tz'i'    | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

Ⓢ Los números 13 y 20 son patrones del Calendario Maya Cholq'ij. La combinación secuencial de estos números permitió construir el Calendario Maya Cholq'ij de 260 días.

Ⓢ Elabore un Calendario Maya Cholq'ij en su cuaderno y realice.

b. Indique qué día sigue después de 2 Iq'.  
R: 3 Aq'ab'al

c. Indique qué día está antes de 9 I'x.  
R: 8 Aj

## Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

### Clase 2 Patrones en la cerámica Maya

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra las figuras geométricas que forman patrones en la cerámica Maya.

#### Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

##### Clase 2 Patrones en la cerámica Maya

**P**

¿Qué figuras geométricas observa en las siguientes imágenes?

Imagen 1

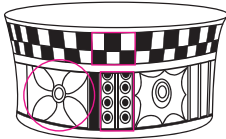
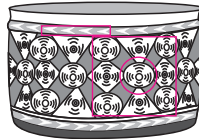


Imagen 2



**S**

La cerámica Maya fue muy valorada en la época precolombina, fabricaron objetos de uso cotidiano para la alimentación, así como vasijas sagradas que sirvieron para las ofrendas en las ceremonias. La creación artística en la cerámica Maya fue de mucha elegancia, en ella se conjugaron diferentes elementos geométricos.

En las dos imágenes se pueden observar elementos geométricos tales como: punto, línea, cuadrado, círculo, rectángulo, entre otros.

Los elementos geométricos están distribuidos secuencialmente formando patrones geométricos que permiten crear armonía y elegancia en los objetos.

Según el pensamiento Maya, los elementos geométricos tienen significado.

En la imagen 1 se observa secuencia de cuadrados gris, blanco, gris, blanco, así mismo círculos.

En la imagen 2 se observan cuadrados secuenciales que ilustran las cuatro direcciones del cosmos en el plano horizontal, que forman la cruz Maya. Se observa la secuencia de círculos que representan el todo, el centro, el inicio y el fin. En el círculo convergen las energías de los cuatro puntos.

Los diseños utilizados en la cerámica Maya presentan elementos geométricos.

La secuencia y la simetría en el uso de los elementos geométricos proporcionan la vistosidad y elegancia de los objetos.

**C**

En la cerámica Maya se observan elementos geométricos y patrones que representan el cosmos, la naturaleza, los valores sociales y culturales. Para lograr los diseños, los artesanos utilizaron elevados conocimientos matemáticos sobre patrones, simetría y proporcionalidad.

**E**

1. Indique las figuras geométricas que se observan en las imágenes.

a.



b.



2. Elabore un dibujo utilizando figuras con algún patrón geométrico.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

87

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a. Círculos, líneas
- b. Cuadros, líneas, rectángulos

2. Ejemplo:



Fecha: dd – mm – aa

3-3-2 Patrones en la cerámica Maya

**P** ¿Qué figuras geométricas observa en las imágenes?

Imagen 1

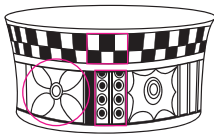
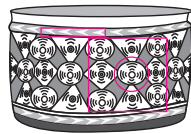


Imagen 2



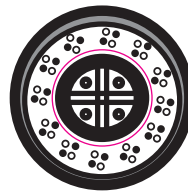
**S** En las dos imágenes se pueden observar elementos geométricos tales como: punto, línea, cuadrado, círculo, rectángulo, entre otros.

Los elementos geométricos están distribuidos secuencialmente formando patrones geométricos que permiten crear armonía y elegancia.

**C** En la cerámica Maya se observan elementos geométricos y patrones que representan el cosmos, la naturaleza, los valores sociales y culturales.

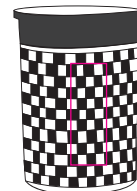
**E** 1. Indique las figuras geométricas que se observan en las imágenes.

a.



Círculos, líneas

b.



Cuadros, líneas, rectángulos

## Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

### Clase 3 13 y los ciclos de vida

#### Aprendizaje esperado:

Relaciona el 13 con los ciclos de vida del ser humano.

#### Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya

##### Clase 3 13 y los ciclos de vida



¿Qué relación tiene el 13 con los ciclos de la vida?



El 13 no solo se relaciona con el Calendario Maya Cholq'ij y Calendario Maya Ab', sino en la vida misma se realizan cambios importantes cada 13 años Ab', algunos ejemplos a continuación.

| Los 4 momentos de la vida<br>Ciclos de 13 Ab', 13 años solares |                                 |                    |                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                              | Ak'wal<br>Niñez                 | 0 a 7 Ab'          | Etapas débiles que requieren de protección, fortalecimiento físico y psíquico. Necesitan apoyo de papá y mamá.                                                            |
|                                                                |                                 | 7 a 13 Ab'         | Etapas fuertes. Se empiezan a desarrollar habilidades físicas y mentales. Poco a poco se desarrollan socialmente, acompañados y orientados por papá y mamá.               |
| 2                                                              | K'ajolal-Q'opojil<br>Juventud   | 13 a 26 Ab'        | Etapas de desarrollo físico y práctica de habilidades y toma de responsabilidades. Etapas del desarrollo de la abstracción, físico y comprensión del contexto.            |
| 3                                                              | Ixoq-Achi<br>Madurez            | 26 a 52 Ab'        | Dos ciclos de trece. Tiempo para el ejercicio de actividades y transmisión de valores a los hijos, toma de responsabilidades en la sociedad.                              |
| 4                                                              | Qat'i't-Q'amam<br>La ancianidad | 52 Ab' en adelante | Etapas de la experiencia y la consulta. Las personas que han superado las cuatro etapas anteriores y han acumulado experiencias se vuelven fuentes vivientes de consulta. |

La relación del 13 con los ciclos de la vida es múltiple, entre ellas se pueden mencionar:

Las 13 energías en el nacimiento.

Los 13 ciclos de 20 días de un año Cholq'ij.

Los 4 momentos de 13 Ab' de la vida del ser humano.



El 13 es una cantidad importante en el pensamiento Maya. Se utiliza para indicar el nivel de energía y al combinar con el significado de los nawales determina la personalidad de la persona. Este número tiene influencia en toda la vida, marca la niñez, juventud, madurez y ancianidad.

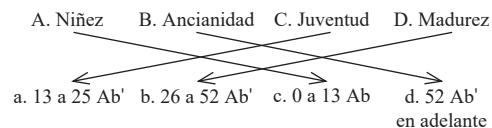


Relacione a través de una línea los momentos de la vida con la duración de los ciclos Ab'.

A. Niñez B. Ancianidad C. Juventud D. Madurez

a. De 13 a 26 Ab' b. De 26 a 52 Ab' c. De 0 a 13 Ab' d. De 52 Ab' en adelante

#### Solucionario de los ejercicios:



Fecha: dd - mm - aa

3-3-3 13 y los ciclos de vida

Ⓟ ¿Qué relación tiene el 13 con los ciclos de la vida?

Ⓢ El 13 tiene relación con la vida ya que se realizan cambios importantes cada 13 años Ab'.

1. Ak'wal (niñez): 0 a 7 y de 7 a 13 Ab'.

2. K'ajolal-Q'opojil (juventud): 13 a 26 Ab'.

3. Ixoq-Achi (madurez): 26 a 52 Ab'.

4. Qat'i't-Q'amam (ancianidad): 52 Ab' en adelante.

Ⓢ El 13 es una cantidad importante en el pensamiento Maya. Indica el nivel de energía y al combinar con el significado de los nawales determina la personalidad.

Ⓢ Relacione a través de una línea los momentos de la vida.

A. Niñez B. Ancianidad C. Juventud D. Madurez

a. 13 a 25 Ab' b. 26 a 52 Ab' c. 0 a 13 Ab' d. 52 Ab' en adelante

## Sección 4 Sistemas numéricos

### Clase 1 Matemática Maya y sus características: espiritual y holístico

#### Aprendizaje esperado:

Ejemplifica el pensamiento holístico y espiritual de la Matemática Maya.

#### Sección 4 Sistemas numéricos

##### Clase 1 Matemática Maya y sus características: espiritual y holístico

P

¿Qué significa lo espiritual y holístico en la Matemática Maya?

S

El pensamiento espiritual está presente en cualquier actividad humana y social, vinculado con los valores, el respeto, la armonía, el equilibrio y la complementariedad. Por ejemplo:

La práctica de remojar los hilos de las tejedoras en una mezcla de agua con maíz, posterior al conteo y ajustes que realizan en la urdidora. Esta práctica evidencia que la tejedora es quien alimenta el tejido para darle vida y crecimiento.



La energía o espíritu de una persona está representada por el nawal, que protege e identifica a la persona desde su nacimiento.

El Calendario Maya Cholq'ij tiene como patrones los números 13 y 20 que correlacionados entre sí forman los 260 días del año.

El círculo en una ceremonia Maya conlleva la representación de los cuatro cuadrantes, así como la representación del Norte, Sur, Este y Oeste. Durante el desarrollo de la ceremonia hay conteo de energías de 1 a 13, que comienza según el nawal del día.

La Matemática Maya es holística, porque es una red de conocimientos y saberes que difícilmente podrían estar desvinculados de la comprensión de los fenómenos naturales y sociales. Ejemplos del pensamiento holístico:

Cuando el agricultor siembra el maíz debe considerar varios factores, como el clima, la humedad del suelo, cantidad de semilla, distancia entre plantas, entre otros. Esto tiene que ver con conocimientos de Aritmética, Geometría y Astronomía.

En la elaboración de tejido se necesita considerar las dimensiones corporales de quien utilizará el tejido, tipo y cantidad de hilo, colores, diseños, días necesarios para la confección, entre otros.

Los ejemplos mencionados anteriormente hacen que cada persona adquiera alta experiencia para obtener buenos resultados en sus productos con formación holística.

C

La Matemática Maya trasciende de la abstracción, es un proceso avanzado del pensamiento que comprende: justificación, estimación, cuantificación, visualización y razonamiento acerca de aspectos materiales y espirituales.

E

- Escriba un ejemplo del pensamiento holístico en la Matemática Maya.
- Escriba un ejemplo que ilustre que la Matemática Maya es espiritual.

#### Solucionario de los ejercicios:

- La elaboración del tejido requiere prever las dimensiones, tipo y cantidad de hilo, colores, diseños, entre otros.
- La energía o espíritu de una persona está representada por el nawal, que protege e identifica a la persona desde su nacimiento.

Fecha: dd – mm – aa

3-4-1 Matemática Maya y sus características: espiritual y holístico

P ¿Qué significa lo espiritual y holístico?

S Espiritual: está presente en cualquier actividad humana y social, vinculado con los valores, respeto, armonía, equilibrio y complementariedad. Por ejemplo: la práctica de remojar los hilos de un tejido, evidencia que la tejedora es quien alimenta el tejido para darle vida.

Holística: es una red de conocimientos y saberes que difícilmente podrían estar desvinculados con los fenómenos naturales y sociales. Por ejemplo: para la siembra del maíz se debe considerar el clima, humedad del suelo, cantidad de semilla, distancia entre plantas, entre otros.

C La Matemática Maya es un proceso avanzado del pensamiento que comprende: justificación, cuantificación, visualización y razonamiento acerca de aspectos materiales y espirituales.

E a. Escriba un ejemplo del pensamiento holístico en la Matemática Maya.

R: La elaboración del tejido requiere prever las dimensiones, tipo y cantidad de hilo, colores, diseños, entre otros.

## Sección 4 Sistemas numéricos

### Clase 2 Sistema de numeración base 20 y base 3

#### Aprendizaje esperado:

Representa diferentes cantidades en el sistema de base 20 y base 3.

#### Sección 4 Sistemas numéricos

##### Clase 2 Sistema de numeración base 20 y base 3



Represente el 12 en los sistemas de numeración de base 20 y 3.



El sistema de numeración vigesimal es de base 20 y utiliza tres símbolos como base:  $\bullet$ ,  $\text{—}$  y  $\text{⌋}$ ; y combinados dan 20 significaciones.

| Orden de posición | Relación con la base | Valor del símbolo según posición      |
|-------------------|----------------------|---------------------------------------|
| Tercera posición  | $20^2 = 400$         | $2,000 = \text{—}$<br>$400 = \bullet$ |
| Segunda posición  | $20^1 = 20$          | $100 = \text{—}$<br>$20 = \bullet$    |
| Primera posición  | $20^0 = 1$           | $5 = \text{—}$<br>$1 = \bullet$       |

El sistema de numeración de base 3 utiliza tres símbolos: 0, 1 y 2.

| Orden de posición                | 5ª posición                         | 4ª posición                        | 3ª posición                       | 2ª posición                      | 1ª posición                      |
|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Relación con la base             | $3^4 = 81$                          | $3^3 = 27$                         | $3^2 = 9$                         | $3^1 = 3$                        | $3^0 = 1$                        |
| Valor del símbolo según posición | base 3<br>10<br>1<br>81<br>2<br>162 | base 3<br>10<br>1<br>27<br>2<br>54 | base 3<br>10<br>1<br>9<br>2<br>18 | base 3<br>10<br>1<br>3<br>2<br>6 | base 3<br>10<br>1<br>1<br>2<br>2 |

En ambos sistemas de numeración, el cero es un símbolo que se coloca en cualquier posición cuando queda vacía.

En la tabla de base 20, el 12 se ubica en los valores del intervalo de la primera posición porque un punto en la segunda posición es 20.

En la segunda tabla, la primera posición solo llega a 2, la segunda posición tiene un intervalo de 3 a 8 y la tercera posición de 9 a 26, intervalo al que pertenece el número 12.

En el sistema de base 20, una barra y un punto toman valores diferentes según la posición que ocupan. Observando la tabla, una barra en la primera posición es 5 y un punto es 1. Por tanto, el 12 en base 20 es:

$\text{—}\bullet$

En el sistema de base 3, el 1 y el 2 toman valores diferentes según la posición que ocupan. Observando la tabla, 1 en la tercera posición es 9 y 1 en la segunda posición es 3, en la primera posición se deja 0. Por tanto, el 12 en base 3 es:

$12 = 110_3$



Un sistema de numeración es un conjunto de reglas que permiten la representación de cualquier cantidad y de cualquier base igual o mayor que 2. El sistema de numeración vigesimal es de base 20 y utiliza tres símbolos como base para representar cualquier número. El sistema de numeración ternario es de base 3 y utiliza tres símbolos: 0, 1 y 2; para representar cualquier número.

Ejemplo:

¿Cuál es el número decimal que representa  $2120_3$ ?

El  $2120_3$  tiene cuatro posiciones, el 2 en la cuarta posición es 54, el 1 en la tercera posición es 9 y 2 en la segunda posición es 6. Entonces, el número decimal es:  $54 + 9 + 6 = 69$ .  $2120_3 = 69$



1. Represente las siguientes cantidades en el sistema de numeración de base 20 y 3.

- a. 15      b. 19      c. 24      d. 27

2. Represente las siguientes cantidades en sistema de numeración decimal.

- a.  $200_3$       b.  $1000_3$       c.  $\text{—}\bullet$       d.  $\text{—}\text{—}\text{—}$

#### Solucionario de los ejercicios:

- Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}$  Base 3:  $120_3$
  - Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$  Base 3:  $201_3$
  - Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$  Base 3:  $220_3$
  - Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$  Base 3:  $1000_3$
- 18
  - 27
  - 71
  - 2018

Fecha: dd – mm – aa

3-4-2 Sistema de numeración base 20 y base 3

(P) Represente el 12 en los sistemas de numeración de base 20 y 3.

(S) El sistema de numeración vigesimal es de base 20 y utiliza tres símbolos:  $\bullet$ ,  $\text{—}$  y  $\text{⌋}$ . El sistema de numeración de base 3 utiliza tres símbolos: 0, 1 y 2.

Según el valor posicional del sistema vigesimal, una barra en primera posición tiene un valor de 5 y un punto es 1. Por tanto, 12 en base 20 es:  $\text{—}\bullet$

En el sistema de base 3, 1 en la tercera posición es 9 y 1 en la segunda posición es 3, en la primera posición se deja 0. Por tanto, 12 en base 3 es:  $110_3$

(C) El sistema de numeración vigesimal es de base 20 y utiliza tres símbolos como base para representar un número. El sistema de numeración ternario es de base 3 y utiliza tres símbolos: 0, 1 y 2; para representar un número.

(E) 1. Represente el número en sistema de base 20 y 3.

a. 15

R: Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}$

Base 3:  $120_3$

b. 19

R: Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$

Base 3:  $201_3$

c. 24

R: Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$

Base 3:  $220_3$

d. 27

R: Base 20:  $\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}\text{—}$

Base 3:  $1000_3$

## Sección 4 Sistemas numéricos

### Clase 3 Multiplicación utilizando el ábaco de base 20

#### Aprendizaje esperado:

Multiplica dos números del sistema vigesimal usando el Ábaco Maya.

#### Sección 4 Sistemas numéricos

#### Clase 3 Multiplicación utilizando el ábaco de base 20

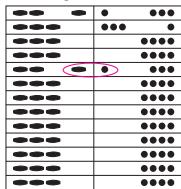
**P**

Utilizando el Ábaco Maya, encuentre el resultado de  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$ .

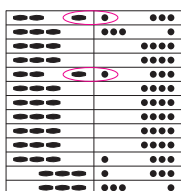
**S**

El Ábaco Maya contiene principios básicos para el cálculo de la multiplicación. Se hizo de 13 niveles, suficiente para operar factores de la tercera posición. En el lado izquierdo del ábaco hay 3 barras y en el lado derecho 4 puntos, unidos hacen 19, cantidad máxima permitida en cada posición. Para representar las cantidades se deslizan las barras y los puntos hacia el centro según el valor posicional.

Paso 1. Multiplicador arriba y multiplicador resaltado.



Paso 3. Multiplicador por 2ª posición.



Respuesta:  $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

**G**

Para multiplicar en el sistema de numeración vigesimal con el uso del Ábaco Maya:

Paso 1. Se anota el multiplicando en la parte superior y se coloca el multiplicador dos niveles abajo, el producto se coloca en la parte inferior siguiendo las reglas de la representación numérica.

Paso 2. Se multiplica el multiplicador por cada posición del multiplicando y los subproductos se colocan de abajo hacia arriba según posición.

Paso 3. Cada 20 unidades en una misma escala se convierte en 1 punto en la posición inmediata superior.

**E**

Realice las siguientes multiplicaciones utilizando el sistema vigesimal.

a.  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$  b.  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$  c.  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

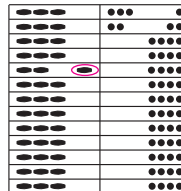
91

...

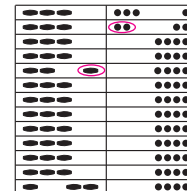
...

#### Solucionario de los ejercicios:

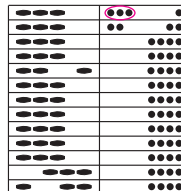
a. Paso 1.



Paso 2.

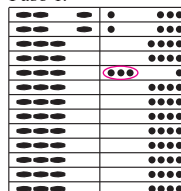


Paso 3.

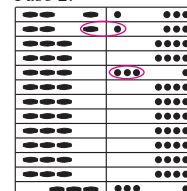


R:  $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

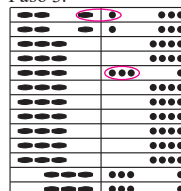
b. Paso 1.



Paso 2.



Paso 3.



R:  $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

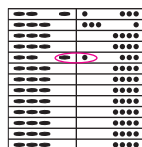
Ver ejercicios restantes en la página G122

Fecha: dd - mm - aa

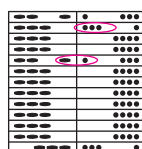
3-4-3 Multiplicación utilizando el ábaco de base 20

**P** Utilizando el Ábaco Maya, encuentre  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$

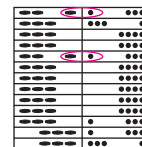
**S** Paso 1. Represente el multiplicando en la parte superior y multiplicador dos niveles abajo.



Paso 2. Multiplique el multiplicador por la primera posición del multiplicando y coloque subproducto en la primera posición inferior.



Paso 3. Multiplique el multiplicador por la segunda posición del multiplicando y anote en subproducto en la segunda posición de la parte inferior.

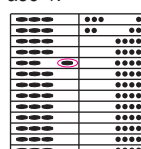


R:  $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

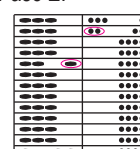
**E** Realice utilizando el sistema vigesimal.

a.  $\underline{\quad} \times \underline{\quad}$

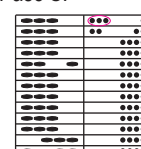
Paso 1.



Paso 2.



Paso 3.



R:  $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$



## Sección 4 Sistemas numéricos

### Clase 4 División utilizando el ábaco de base 20

#### Aprendizaje esperado:

Divide dos números del sistema vigesimal usando el Ábaco Maya.

#### Sección 4 Sistemas numéricos

#### Clase 4 División utilizando el ábaco de base 20

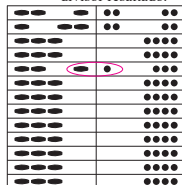
**P**

Utilizando el Ábaco Maya, encuentre el resultado de  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$ .

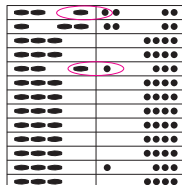
**S**

Para dividir números en el sistema de numeración vigesimal con el uso del Ábaco Maya, se escribe el dividendo hasta arriba y el divisor a dos niveles abajo.

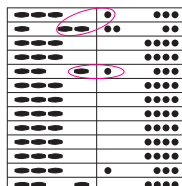
Paso 1. Dividendo arriba y divisor resaltado.



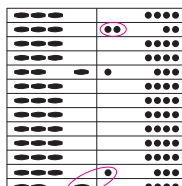
Paso 2. Primera repartición.



Paso 3. Segunda repartición.



Paso 4. Cociente y residuo.



Respuesta:  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  residuo ..

**C**

Para dividir en el sistema de numeración vigesimal con el uso del Ábaco Maya:

- Paso 1. Se anota el dividendo en la parte superior y se coloca el divisor dos niveles debajo, el cociente se anota en la parte inferior obedeciendo las reglas del sistema vigesimal.
- Paso 2. Se reparte la posición mayor entre el divisor y el cociente se anota en la parte inferior según posición del dividendo.
- Paso 3. El residuo se junta con la posición inmediata inferior y se reparte, el cociente se anota en la posición inmediata inferior.
- Paso 4. Se analiza si la respuesta es correcta tomando en cuenta el último residuo.

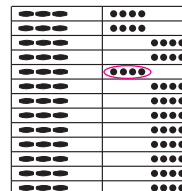
**E**

Realice las siguientes divisiones utilizando el sistema vigesimal.

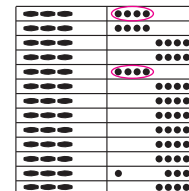
- a.  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$       b.  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$       c.  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$

#### Solucionario de los ejercicios:

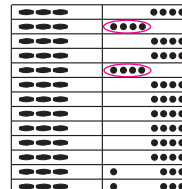
a. Paso 1.



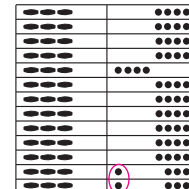
Paso 2.



Paso 3.

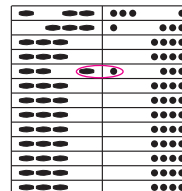


Paso 4.

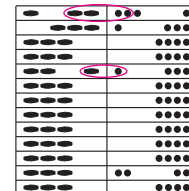


R:  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

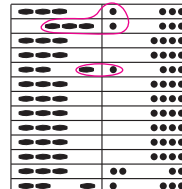
b. Paso 1.



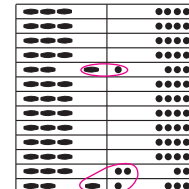
Paso 2.



Paso 3.



Paso 4.



R:  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

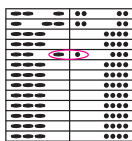
Ver ejercicios restantes en la página G122

Fecha: dd - mm - aa

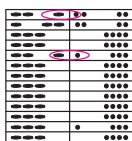
3-4-4 División utilizando el ábaco de base 20

**P** Utilizando el Ábaco Maya, encuentre el resultado de  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$ .

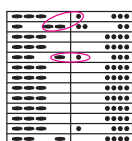
**S** Paso 1. Se anota el dividendo en la parte superior y el divisor 2 niveles abajo.



Paso 2. Se reparte la posición mayor entre el divisor y el cociente se anota en la parte inferior según posición del dividendo. La posición superior no se puede dividir ( $20 \div 2$ ), entonces se toman las 2 posiciones.



Paso 3. El residuo se junta con la posición inmediata inferior y se reparte, el cociente se anota en la posición inmediata inferior.



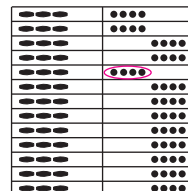
R:  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  residuo ..

**C** Se analiza si la respuesta es correcta tomando en cuenta el último residuo.

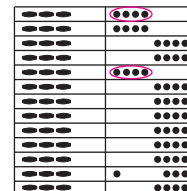
**E** Realice utilizando el sistema vigesimal.

a.  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2}$

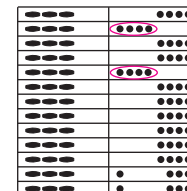
Paso 1.



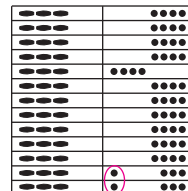
Paso 2.



Paso 3.



Paso 4.



R:  $\frac{20}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$



## Sección 4 Sistemas numéricos

### Clase 5 ☞ y su representación en el Calendario Maya

#### Aprendizaje esperado:

Describe los diferentes significados del cero (☞) y su relación con el tiempo desde el pensamiento Maya.

#### Sección 4 Sistemas numéricos

##### Clase 5 ☞ y su representación en el Calendario Maya

**P**

¿Qué relación hay entre el ☞ y el tiempo en el pensamiento Maya?

**S**

El ☞ fue uno de los grandes inventos matemáticos de los Mayas, tiene varios significados como: principio, fin, todo, meditación, entre otros.

El ☞ está relacionado con los diferentes calendarios que utilizaron los Mayas:

Con el Calendario Maya Cholq'ij, el día Ajpu' o Ajaw representa el último día del ciclo de 20 días. El Ajpu' o Ajaw es el sol, el señor, el creador y formador. Es el todo y su representación es el cero.

Con el Calendario Maya Ab', el conteo de los días de cada mes se representa utilizando los números del cero a diecinueve. Esta es otra manifestación del cero con el tiempo. Es el inicio y el final de un período.

Con el Calendario Maya Chol Tun, la fecha de inicio de la cuenta larga es cero B'ak'tun, cero K'atun, cero Tun, cero Winal y cero Q'ij, correspondiente a la fecha 4 Ajpu' o Ajaw 8 Kumku de la rueda calendárica.

Calendario Maya Chol Tun o cuenta larga utiliza las medidas de tiempo: Q'ij (día), Winal (mes de 20 días), Tun (año de 360 días), K'atun (7,200 días o 20 años) y B'ak'tun (144,000 días o 400 años).



**G**

En el pensamiento Maya el ☞ determina el inicio y la finalización de un ciclo, es decir, determina que un período de tiempo ya está completo.

**E**

- ¿Qué significado tiene el nawal Ajpu'?
- ¿Cuál es la fecha de inicio de la cuenta larga en el Calendario Maya Chol Tun?
- Dibuje el glifo del nawal Ajaw.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 93

#### Solucionario de los ejercicios:

- Es el sol, el señor, el creador y formador. Es el todo y su representación es el cero.
- Cero B'aktun', cero K'atun, cero Winal y cero Q'ij
- 



Ajpu' o Ajaw

Fecha: dd – mm – aa

3-4-5 ☞ y su representación en el Calendario Maya

**P** ¿Qué relación hay entre el ☞ y el tiempo?

**S** El ☞ fue uno de los grandes inventos matemáticos de los Mayas, tiene varios significados como: principio, fin, todo, meditación y otros.

En el Calendario Maya Cholq'ij, el día Ajpu' o Ajaw es el último día del ciclo de 20 días. Ajpu' o Ajaw es el Sol, el señor, el todo y su representación es el cero.

En el Calendario Maya Ab' se utilizan los números del cero al diecinueve. Esta es otra manifestación del cero con el tiempo.

En el Calendario Maya Chol Tun, la fecha de la cuenta larga es cero B'ak'tun, cero K'atun, Cero Tun, cero Winal y cero Q'ij.

**G** En el pensamiento Maya el ☞ determina el inicio y finalización de un ciclo, es decir, determina que un período de tiempo ya está completo.

- E**
- ¿Qué significado tiene el nawal Ajpu'?
- R: Es el Sol, el señor, el creador y formador. Es el todo y su representación es el cero.
- ¿Cuál es la fecha de inicio de la cuenta larga en el Calendario Maya Chol Tun?
- R: Cero B'ak'tun, cero K'atun, cero Winal y cero Q'ij

## Sección 5 Sistemas de medición

### Clase 1 Medidas de longitud

#### Aprendizaje esperado:

Utiliza unidades de referencia para medir longitudes socialmente compartidas por la comunidad Maya.

#### Sección 5 Sistemas de medición

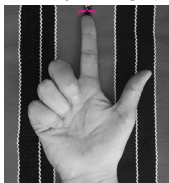
##### Clase 1 Medidas de longitud

**P** ¿Qué unidades de medida de longitud se utilizan en las comunidades Mayas?

**S** En las comunidades Mayas se utilizan como medidas de longitud:

Ruwi' q'ab'aj: es una unidad de medida de longitud que utiliza el ancho de dedo. La longitud puede ser 1 dedo, 2 dedos, 3 dedos, hasta cinco dedos; este último es equivalente a media cuarta.

1 dedo (jun ruwi' q'ab')

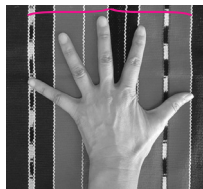


3 dedos (oxib' ruwi' q'ab')



Jaaj (brazada): es una unidad de medida de longitud equivalente a la distancia entre los brazos extendidos.

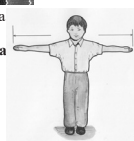
1 cuarta



1/2 cuarta o cinco dedos



1 brazada



**C** Algunas unidades de longitud utilizadas en las comunidades son: jun ruwi' q'ab' (un dedo), jun k'utu (una cuarta) y jun jaaj (una brazada). Estas unidades de longitud se relacionan con el sistema internacional como referente a través de las siguientes equivalencias.  
5 cuartas son aproximadamente 1 metro.  
1 cuarta es aproximadamente 20 centímetros (0.2 m).

**E** 1. ¿Cuántos dedos mide aproximadamente cada una de las siguientes líneas?

a. \_\_\_\_\_ b. \_\_\_\_\_ c. \_\_\_\_\_

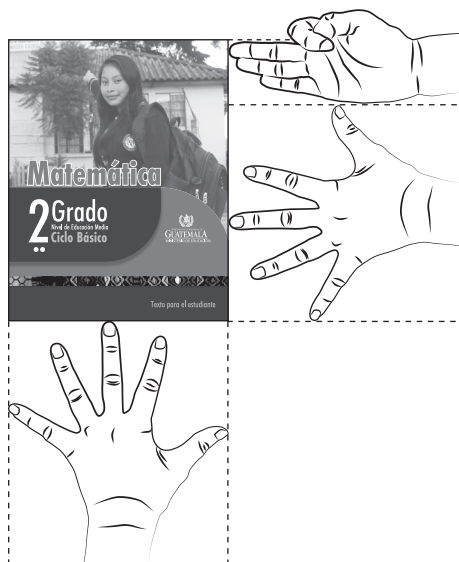
2. Utilizando cuartas y dedos como referencia, estime el largo y ancho de dos objetos de su entorno.

\_\_\_\_\_ 94 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

- a. 3 dedos  
b. 5 dedos  
c. 2 dedos

2. Ejemplo:



Unidad 3  
Etnomatemática

Fecha: dd – mm – aa

3-5-1 Medidas de longitud

**P** ¿Qué unidades de medida de longitud se utilizan en las comunidades Mayas?

**S** En las comunidades se utilizan como medidas de longitud las siguientes:

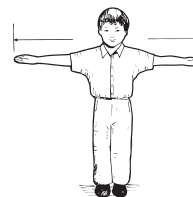
Ruwi'q'ab'aj: esta unidad de medida utiliza el ancho del dedo. La longitud puede ser 1 dedo, 2 dedos, 3 dedos, hasta 5 dedos. Este último equivale a media cuarta.



K'utu (cuarta): esta unidad de medida equivale a la distancia entre el dedo pulgar y el dedo meñique.



Jaaj (brazada): esta unidad de medida equivale a la distancia entre los brazos extendidos.



**C** Algunas unidades de medidas de longitud utilizadas en las comunidades son: jun ruwi' q'ab' (un dedo), jun k'utu (una cuarta) y jun jaaj (una brazada).

**E** 1. ¿Cuántos dedos mide cada una de las líneas?

a. \_\_\_\_\_

b. \_\_\_\_\_

c. \_\_\_\_\_

c. Paso 1.

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |  |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |
|  |                                                                                   |  |

|         |         |         |
|---------|---------|---------|
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● | ●       | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● | ● ● ● ● | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● | ● ● ● ● | ● ● ● ● |
| ● ● ● ● |         | ● ● ● ● |

c. Paso 1.

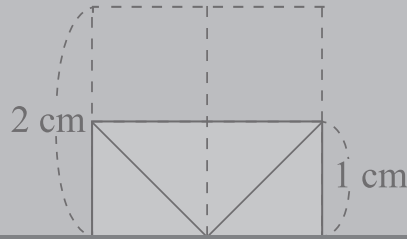
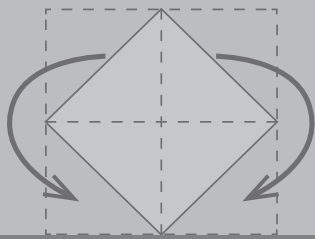
|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

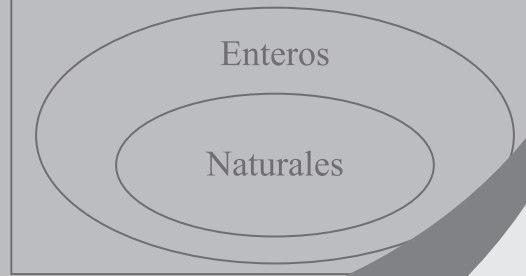
$$\begin{array}{c} \bullet \\ \hline \bullet \bullet \end{array}$$

$$= 2 \times 3 \times \sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5}$$



Números que se pueden expresar  
de la forma  $\frac{a}{b}$  ( $a$  y  $b$  son números e



# Unidad 4



# Aritmética

| Competencia                                                                  | Indicador de logro                                                         | Sección                              | Clase                                                                 | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                          |
|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. Resuelve problemas al aplicar las propiedades de los conjuntos numéricos. | 3.1 Realiza operaciones en los conjuntos numéricos aplicando la jerarquía. | 1. Radicación de conjuntos numéricos | 1.1 Significado y símbolo de raíces cuadradas                         | Escribe la raíz cuadrada de un número.<br>Escribe un número que es el cuadrado de una raíz cuadrada.                |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 1.2 Significado de raíces cuadradas positivas y negativas             | Extrae la raíz cuadrada de un número.<br>Encuentra la raíz cuadrada de un número.                                   |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 1.3 Orden de raíces cuadradas                                         | Identifica el orden de las raíces.                                                                                  |
|                                                                              |                                                                            | 2. Números irracionales              | 2.1 Decimales periódicos y no periódicos                              | Clasifica números en decimales periódicos y no periódicos.                                                          |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 2.2 Aproximación a una raíz cuadrada                                  | Encuentra dos números enteros consecutivos entre los que se sitúa una raíz cuadrada.                                |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 2.3 Conjuntos numéricos en diagramas de Venn                          | Muestra la relación entre los conjuntos numéricos utilizando un diagrama de Venn.                                   |
|                                                                              |                                                                            | 3. Operaciones básicas con radicales | 3.1 Multiplicación de raíces cuadradas                                | Multiplica raíces cuadradas.                                                                                        |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.2 División de raíces cuadradas                                      | Divide raíces cuadradas.                                                                                            |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.3 Simplificación de raíces cuadradas exactas                        | Simplifica una raíz cuadrada exacta.                                                                                |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.4 Multiplicación de un número racional y una raíz cuadrada          | Expresa $a\sqrt{b}$ de la forma $\sqrt{c}$ .                                                                        |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas                      | Simplifica una raíz cuadrada inexacta.                                                                              |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación      | Multiplica raíces cuadradas usando la simplificación.                                                               |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.7 Racionalización del denominador de una fracción con raíz cuadrada | Racionaliza el denominador de una fracción.                                                                         |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.8 Suma y resta de radicales semejantes                              | Suma raíces cuadradas que tengan los mismos radicandos.<br>Resta raíces cuadradas que tengan los mismos radicandos. |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación        | Suma raíces cuadradas usando la simplificación.<br>Resta raíces cuadradas usando la simplificación.                 |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.10 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización      | Suma raíces cuadradas usando la racionalización.<br>Resta raíces cuadradas usando la racionalización.               |
|                                                                              |                                                                            |                                      | 3.11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $a(b+c)$  | Multiplica raíces cuadradas de la forma $a(b+c)$ .                                                                  |

|  |  |  |                                                                                       |                                                                                             |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  | 3.12 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)(c + d)$          | Multiplica raíces cuadradas de la forma $(a + b)(c + d)$ .                                  |
|  |  |  | 3.13 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)^2$ y $(a - b)^2$ | Calcula raíces cuadradas de la forma $(a + b)^2$ y $(a - b)^2$ .                            |
|  |  |  | 3.14 Jerarquía de operaciones                                                         | Calcula una expresión que contiene raíces cuadradas respetando el orden de las operaciones. |

# Sección 1 Radicación de conjuntos numéricos

## Clase 1 Significado y símbolo de raíces cuadradas

### Aprendizaje esperado:

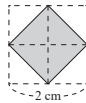
Escribe la raíz cuadrada de un número.

Escribe un número que es el cuadrado de una raíz cuadrada.

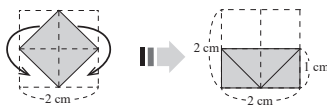
### Sección 1 Radicación de conjuntos numéricos

#### Clase 1 Significado y símbolo de raíces cuadradas

**P** Observe el cuadrado de color grisáceo inscrito en otro cuadrado que mide 2 cm de lado.  
¿Cuánto mide el lado del cuadrado grisáceo?



**S** Para encontrar el área del cuadrado grisáceo, cambie el cuadrado al rectángulo.



Entonces,  $2 \times 1 = 2$ . El área del cuadrado grisáceo es  $2 \text{ cm}^2$ .

Para encontrar la medida del lado del cuadrado grisáceo, pruebe si existe algún número que dé como resultado 2 cuando se eleva al cuadrado.



|                                     |
|-------------------------------------|
| $1^2 = 1$                           |
| $2^2 = 4$                           |
| El número buscado está entre 1 y 2. |

Probando números entre 1 y 2

|                                         |
|-----------------------------------------|
| $1.1^2 = 1.21$                          |
| $1.2^2 = 1.44$                          |
| $1.3^2 = 1.69$                          |
| $1.4^2 = 1.96$                          |
| $1.5^2 = 2.25$                          |
| El número buscado está entre 1.4 y 1.5. |

Probando números entre 1.4 y 1.5

|                                           |
|-------------------------------------------|
| $1.41^2 = 1.9881$                         |
| $1.42^2 = 2.0164$                         |
| El número buscado está entre 1.41 y 1.42. |

No es posible encontrar un número exacto que elevado al cuadrado dé como resultado 2. Entonces, el lado del cuadrado con área  $2 \text{ cm}^2$  se representa como  $\sqrt{2} \text{ cm}$  y se lee: "raíz cuadrada de dos centímetros".  
Respuesta: el lado del cuadrado es  $\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**G** Un número que elevado al cuadrado da  $a$  se representa como  $\sqrt{a}$ . Se lee: "raíz cuadrada de  $a$ ".  
Radical  $\rightarrow \sqrt{a} \leftarrow$  Radicando

A  $\sqrt{\quad}$  se le llama **símbolo radical**. Al número  $a$  se le llama **radicando**.



El número que elevado al cuadrado da 5 se representa como  $\sqrt{5}$ .  
El número que elevado al cuadrado da 11 se representa como  $\sqrt{11}$ .

**E** 1. Encuentre la medida del lado de cada cuadrado cuya área está dada en cada inciso.  
a.  $3 \text{ cm}^2$       b.  $7 \text{ cm}^2$       c.  $10 \text{ cm}^2$       d.  $17 \text{ cm}^2$

2. ¿Qué números se representan al elevar al cuadrado las siguientes raíces cuadradas?  
a.  $\sqrt{7}$       b.  $\sqrt{19}$       c.  $\sqrt{21}$       d.  $\sqrt{29}$

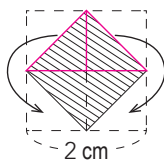
### Solucionario de los ejercicios:

- $\sqrt{3} \text{ cm}$
  - $\sqrt{7} \text{ cm}$
  - $\sqrt{10} \text{ cm}$
  - $\sqrt{17} \text{ cm}$
- 7
  - 19
  - 21
  - 29

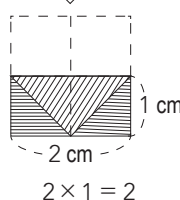
Fecha: dd - mm - aa

4-1-1 Significado y símbolo de raíces cuadradas

**P** Observe el cuadrado.  
¿Cuánto mide un lado del cuadrado inscrito?



**S** Para encontrar el área del cuadrado inscrito:



$$2 \times 1 = 2$$

El área del cuadrado inscrito es  $2 \text{ cm}^2$ .

Para encontrar la medida del lado del cuadrado de  $2 \text{ cm}^2$ :

|           | Probando números entre 1 y 2: | Probando números entre 1.4 y 1.5: |
|-----------|-------------------------------|-----------------------------------|
| $1^2 = 1$ | $1.1^2 = 1.21$                | $1.41^2 = 1.9881$                 |
| $2^2 = 4$ | $1.2^2 = 1.44$                | $1.42^2 = 2.0164$                 |
|           | $1.3^2 = 1.69$                |                                   |
|           | $1.4^2 = 1.96$                |                                   |
|           | $1.5^2 = 2.25$                |                                   |

No es posible encontrar un número exacto que dé como resultado 2. Entonces, el lado del cuadrado con área  $2 \text{ cm}^2$  se representa como  $\sqrt{2} \text{ cm}$ .

R: El lado del cuadrado es  $\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**C** Un número que elevado al cuadrado da  $a$  se representa como  $\sqrt{a}$ . Se lee: **raíz cuadrada de  $a$** .  
Radical  $\rightarrow \sqrt{a} \leftarrow$  radicando

A  $\sqrt{\quad}$  se le llama **símbolo radical**. Al número  $a$  se le llama **radicando**.

- E** 1. Encuentre la medida del lado del cuadrado cuya área está dada.  
a.  $3 \text{ cm}^2$       R:  $\sqrt{3} \text{ cm}$
2. ¿Qué número se representa al elevar al cuadrado la raíz cuadrada?  
a.  $\sqrt{7}$       R: 7

## Sección 1 Radicación de conjuntos numérico

### Clase 2 Significado de raíces cuadradas positivas y negativas

#### Aprendizaje esperado:

Extrae la raíz cuadrada de un número.

Encuentra la raíz cuadrada de un número.

#### Sección 1 Radicación de conjuntos numéricos

#### Clase 2 Significado de raíces cuadradas positivas y negativas

**P** ¿Qué números al elevarlos al cuadrado dan los siguientes resultados?

- a. 3  
b. 25

**S** a. Los números que elevados al cuadrado dan como resultado 3 son  $\sqrt{3}$  como un número positivo y  $-\sqrt{3}$  como un número negativo, porque  $(\sqrt{3})^2 = 3$  y  $(-\sqrt{3})^2 = 3$ .

(un número positivo)<sup>2</sup> = un número positivo  
(un número negativo)<sup>2</sup> = un número positivo



b. Los números que elevados al cuadrado dan como resultado 25 son  $\sqrt{25}$  como un número positivo y  $-\sqrt{25}$  como un número negativo, porque  $(\sqrt{25})^2 = 25$  y  $(-\sqrt{25})^2 = 25$ .

Así mismo,  $5^2 = 25$  y  $(-5)^2 = 25$ .

Por tanto, los números que elevados al cuadrado dan como resultado 25 son 5 y -5 donde  $\sqrt{25} = 5$  y  $-\sqrt{25} = -5$ , porque  $\sqrt{25}$  y 5 son los números positivos de la raíz cuadrada de 25 y  $-\sqrt{25}$  y -5 son los números negativos de la raíz cuadrada de 25.

Entre los números que se expresan con el símbolo radical existen algunos que se pueden simplificar al expresarse sin el símbolo radical.

**C** Se define la raíz cuadrada de un número  $a$  como los números que al elevarlos al cuadrado dan como resultado  $a$ . Cualquier número positivo tiene dos raíces cuadradas: una positiva y otra negativa.  
Para denotar una raíz cuadrada positiva y negativa de un número, se utiliza la nomenclatura:  $\pm\sqrt{a}$  y se lee "más o menos la raíz cuadrada de  $a$ ".

La raíz cuadrada de 0 es 0. Es decir,  $\sqrt{0} = 0$ . No existe un número cuyo cuadrado es un número negativo, por tanto no se considera la raíz cuadrada de un número negativo.

Ejemplo:

- a. La raíz cuadrada de 7 es  $\pm\sqrt{7}$ .  
b. La raíz cuadrada de 4 es  $\pm 2$ .  
c.  $\sqrt{16} = 4$   
d.  $-\sqrt{9} = -3$

**E** 1. Encuentre la raíz cuadrada de los siguientes números.

- a. 9                      b. 5                      c. 100  
d. 11                      e. 49                      f. 21

2. Exprese los siguientes números sin el símbolo radical.

- a.  $\sqrt{9}$                       b.  $-\sqrt{16}$                       c.  $-\sqrt{36}$   
d.  $\sqrt{36}$                       e.  $\sqrt{64}$                       f.  $-\sqrt{81}$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 97

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a.  $\pm 3$                       b.  $\pm\sqrt{5}$   
c.  $\pm 10$                       d.  $\pm\sqrt{11}$   
e.  $\pm 7$                       f.  $\pm\sqrt{21}$
2. a. 3                      b. -4  
c. -6                      d. 6  
e. 8                      f. -9

Fecha: dd - mm - aa

4-1-2 Significado de raíces cuadradas positivas y negativas

**P** ¿Qué números, al elevarlos al cuadrado, dan los siguientes resultados?

- a. 3                      b. 25

**S** a.  $\sqrt{3}$  y  $-\sqrt{3}$   
Porque  $(\sqrt{3})^2 = 3$  y  $(-\sqrt{3})^2 = 3$

b.  $\sqrt{25}$  y  $-\sqrt{25}$   
Porque  $(\sqrt{25})^2 = 25$  y  $(-\sqrt{25})^2 = 25$

Así mismo,  $5^2 = 25$  y  $(-5)^2 = 25$ .

Por tanto, los números que elevados al cuadrado dan como resultado 25 son 5 y -5 donde  $\sqrt{25} = 5$  y  $-\sqrt{25} = -5$ , porque  $\sqrt{25}$  y 5 son los números positivos de la raíz cuadrada de 25 y  $-\sqrt{25}$  y -5 son los números negativos de la raíz cuadrada de 25.

Entre los números que se expresan con el símbolo

radical, existen algunos que se pueden simplificar, al expresarse sin el símbolo radical.

**C** Se define la raíz cuadrada de un número  $a$  como los números que al elevarlos al cuadrado dan como resultado  $a$ . Cualquier número positivo tiene dos raíces cuadradas: una positiva y otra negativa.  
Para denotar una raíz cuadrada positiva y negativa de un número, se utiliza la nomenclatura:  $\pm\sqrt{a}$  y se lee "más o menos la raíz cuadrada de  $a$ ".

La raíz cuadrada de 0 es 0. Es decir,  $\sqrt{0} = 0$ . No existe un número cuyo cuadrado es un número negativo, por tanto no se considera la raíz cuadrada de un número negativo.

Ejemplo:

- a. La raíz cuadrada de 7 es  $\pm\sqrt{7}$ .                      b. La raíz cuadrada de 4 es  $\pm 2$ .  
c.  $\sqrt{16} = 4$                       d.  $-\sqrt{9} = -3$

- E** 1. Encuentre la raíz cuadrada.                      2. Exprese sin el símbolo radical.  
a. 9                      a.  $\sqrt{9}$   
R:  $\pm 3$                       R: 3



## Sección 1 Radicación de conjuntos numérico

### Clase 3 Orden de raíces cuadradas

#### Aprendizaje esperado:

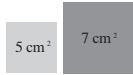
Identifica el orden de las raíces.

#### Sección 1 Radicación de conjuntos numéricos

##### Clase 3 Orden de raíces cuadradas



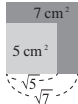
Se presentan dos cuadrados con un área de  $5 \text{ cm}^2$  y  $7 \text{ cm}^2$ , respectivamente. ¿Cuál de los dos cuadrados posee lados de mayor longitud?



La medida del lado de un cuadrado de área  $a$  es  $\sqrt{a}$ .



Colocando un cuadrado encima del otro, se observa que:



El lado del cuadrado de  $5 \text{ cm}^2$  de área tiene menor medida que el lado del cuadrado de  $7 \text{ cm}^2$  de área.

Si  $5 < 7$ , entonces  $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ .

Respuesta: el cuadrado de  $7 \text{ cm}^2$  de área posee lados de mayor longitud.

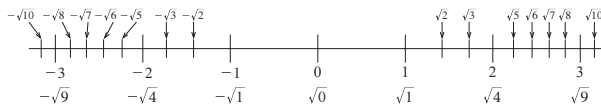


Si el radicando de una raíz cuadrada es mayor que el radicando de otra, entonces la primera raíz es mayor que la segunda.

Si  $a > b$ , donde ambos números son positivos, entonces  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$  y  $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$ .

Ejemplo:

Se muestra la raíz cuadrada de algunos números en la siguiente recta numérica.



Un número que está a la derecha en la recta numérica es mayor que un número que está a la izquierda.

Por tanto,  $\sqrt{8} > \sqrt{6}$ ,  $-\sqrt{6} > -\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{2} < \sqrt{10}$  y  $-\sqrt{10} < -\sqrt{2}$ .



1. Escriba el símbolo "<" o ">" en el cuadro, según corresponda.

a.  $\sqrt{2} \square \sqrt{5}$

b.  $-\sqrt{3} \square -\sqrt{7}$

c.  $\sqrt{7} \square \sqrt{3}$

d.  $-\sqrt{5} \square -\sqrt{6}$

2. Identifique el número mayor de los siguientes pares de números.

a.  $\sqrt{3}$  y  $\sqrt{8}$

b.  $-\sqrt{3}$  y  $-\sqrt{6}$

c.  $\sqrt{10}$  y  $\sqrt{3}$

d.  $-\sqrt{8}$  y  $-\sqrt{5}$

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a.  $\sqrt{2} \square \sqrt{5}$

b.  $-\sqrt{3} \square -\sqrt{7}$

c.  $\sqrt{7} \square \sqrt{3}$

d.  $-\sqrt{5} \square -\sqrt{6}$

2. a.  $\sqrt{8}$

b.  $-\sqrt{3}$

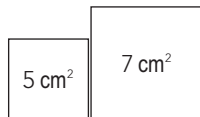
c.  $\sqrt{10}$

d.  $-\sqrt{5}$

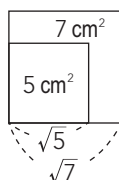
Fecha: dd - mm - aa

4-1-3 Orden de raíces cuadradas

(P) Se presentan dos cuadrados con un área de  $5 \text{ cm}^2$  y  $7 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál de los dos cuadrados posee lados de mayor longitud?



La medida del lado de un cuadrado de área  $a$  es  $\sqrt{a}$ .

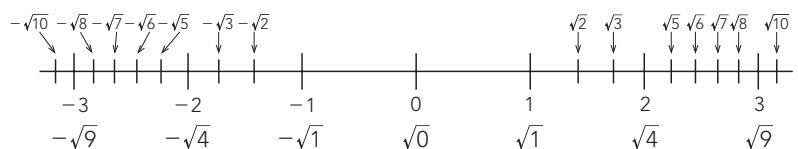


Si  $5 < 7$ , entonces  $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ .

R: El cuadrado de  $7 \text{ cm}^2$  de área posee lados de mayor longitud.

(C) Si  $a > b$ , donde ambos números son positivos, entonces  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$  y  $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$ .

Ejemplo:



Un número que está a la derecha en la recta numérica es mayor que un número que está a la izquierda.

Por tanto,  $\sqrt{8} > \sqrt{6}$ ,  $-\sqrt{6} > -\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{2} < \sqrt{10}$  y  $-\sqrt{10} < -\sqrt{2}$ .

(E) 1. Escriba el símbolo "<" o ">".

a.  $\sqrt{2} \square \sqrt{5}$

b.  $-\sqrt{3} \square -\sqrt{7}$

## Sección 2 Números irracionales

### Clase 1 Decimales periódicos y no periódicos

#### Aprendizaje esperado:

Clasifica números en decimales periódicos y no periódicos.

#### Sección 2 Números irracionales

#### Clase 1 Decimales periódicos y no periódicos



Expresa los siguientes números en números decimales y responde a las preguntas.

- a.  $\frac{2}{3}$     b.  $\frac{19}{11}$     c.  $\frac{123}{111}$   
d.  $\frac{11}{7}$     e.  $\sqrt{3}$     f.  $\sqrt{10}$

De los números anteriores, ¿cuáles tienen cifras decimales que se repiten indefinidamente?  
De los números anteriores, ¿cuáles tienen cifras decimales que no se repiten y no terminan?



Para expresar los números dados como números decimales, realice la operación indicada. Por ejemplo, si el número es una fracción, realice la división.



- a.  $\frac{2}{3} = 2 \div 3$   
 $= 0.666666666...$     Se repite una cifra.  
b.  $\frac{19}{11} = 19 \div 11$   
 $= 1.7272727272...$     Se repite cada dos cifras.  
c.  $\frac{123}{111} = 1.108108108...$     Se repite cada tres cifras.  
d.  $\frac{11}{7} = 1.571428571428...$     Se repite cada seis cifras.  
e.  $\sqrt{3} = 1.7320508075...$     Las cifras no se repiten con regularidad ni terminan.  
f.  $\sqrt{10} = 3.1622776601...$     Las cifras no se repiten con regularidad ni terminan.



A un número decimal cuya parte decimal tiene una cantidad de cifras que se repiten indefinidamente, se le llama **número decimal periódico**.  
A un número decimal cuya parte decimal no termina y las cifras no se repiten con regularidad, se le llama **número decimal no periódico**.



Clasifique los siguientes números en números decimales periódicos y no periódicos.

- $\frac{1}{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\frac{15}{11}$ ,  $\frac{25}{11}$ ,  $\sqrt{8}$

#### Solucionario de los ejercicios:

$$\frac{1}{3} = 0.3333...$$

R: Número decimal periódico

$$\sqrt{5} = 2.2360679775...$$

R: Número decimal no periódico

$$\frac{15}{11} = 1.36363636...$$

R: Número decimal periódico

$$\frac{25}{11} = 2.27272727...$$

R: Número decimal periódico

$$\sqrt{8} = 2.82842712475...$$

R: Número decimal no periódico

Fecha: dd - mm - aa

4-2-1 Decimales periódicos y no periódicos

- (P) ¿Cuáles tienen cifras decimales que se repiten indefinidamente?  
¿Cuáles tienen cifras decimales que no se repiten y no terminan?

- a.  $\frac{2}{3}$     b.  $\frac{19}{11}$     c.  $\frac{123}{111}$     d.  $\frac{11}{7}$     e.  $\sqrt{3}$     f.  $\sqrt{10}$



- $\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666666666...$     Se repite una cifra.  
 $\frac{19}{11} = 19 \div 11 = 1.7272727272...$     Se repite cada dos cifras.  
 $\frac{123}{111} = 1.108108108...$     Se repite cada tres cifras.  
 $\frac{11}{7} = 1.571428571428...$     Se repite cada seis cifras.  
 $\sqrt{3} = 1.7320508075...$     Las cifras no se repiten ni terminan.  
 $\sqrt{10} = 3.1622776601...$     Las cifras no se repiten ni terminan.

- (C) A un número decimal cuya parte decimal tiene una cantidad de cifras que se repiten indefinidamente, se le llama **número decimal periódico**.

A un número decimal cuya parte decimal no termina y las cifras no se repiten con regularidad, se le llama **número decimal no periódico**.

- (E) Clasifique los números en números decimales periódicos y no periódicos.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{5}, \frac{15}{11}, \frac{25}{11}, \sqrt{8}$$

Periódicos

$$\frac{1}{3}, \frac{15}{11}, \frac{25}{11}$$

No periódicos

$$\sqrt{5}, \sqrt{8}$$

## Sección 2 Números irracionales

### Clase 2 Aproximación a una raíz cuadrada

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra dos números enteros consecutivos entre los que se sitúa una raíz cuadrada.

#### Sección 2 Números irracionales

##### Clase 2 Aproximación a una raíz cuadrada

**P** Encuentre dos números enteros consecutivos tales que:  $\square < \sqrt{7} < \square$ .

**S** Dos números cuadrados perfectos consecutivos entre los que se sitúa 7 son 4 y 9. Es decir,

$$4 < 7 < 9$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \quad \text{Se saca la raíz cuadrada de los números.}$$

$$2 < \sqrt{7} < 3 \quad \text{Se expresa la raíz cuadrada de } \sqrt{4} \text{ y } \sqrt{9} \text{ sin el símbolo radical.}$$

Cuadrados perfectos  
 $1^2 = 1$   
 $2^2 = 4$   
 $3^2 = 9$   
 $4^2 = 16$

Respuesta: los números enteros consecutivos entre los que se sitúa  $\sqrt{7}$  son 2 y 3.

**C** Para encontrar dos números enteros consecutivos entre los que se sitúa  $\sqrt{a}$ , se encuentran dos números cuadrados perfectos consecutivos entre los que se sitúa  $a$ . Los números requeridos son las raíces cuadradas de los números cuadrados perfectos.

**E** Encuentre los números enteros consecutivos que cumplen las siguientes relaciones.

a.  $\square < \sqrt{3} < \square$

b.  $\square < \sqrt{5} < \square$

c.  $\square < \sqrt{10} < \square$

d.  $\square < \sqrt{11} < \square$

e.  $\square < \sqrt{8} < \square$

f.  $\square < \sqrt{12} < \square$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $1 < 3 < 4$   
 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$   
 $1 < \sqrt{3} < 2$

b.  $4 < 5 < 9$   
 $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$   
 $2 < \sqrt{5} < 3$

c.  $9 < 10 < 16$   
 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$   
 $3 < \sqrt{10} < 4$

d.  $9 < 11 < 16$   
 $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$   
 $3 < \sqrt{11} < 4$

e.  $4 < 8 < 9$   
 $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$   
 $2 < \sqrt{8} < 3$

f.  $9 < 12 < 16$   
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$   
 $3 < \sqrt{12} < 4$

Fecha: dd – mm – aa

4-2-2 Aproximación a una raíz cuadrada

**P** Encuentre dos números enteros consecutivos tales que:

$$\square < \sqrt{7} < \square$$

**S** Dos números cuadrados perfectos consecutivos entre los que se sitúa 7 son 4 y 9. Es decir,

$$4 < 7 < 9$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \quad \text{Se saca la raíz cuadrada de los números.}$$

$$2 < \sqrt{7} < 3 \quad \text{Se expresa la raíz cuadrada de } \sqrt{4} \text{ y } \sqrt{9} \text{ sin el símbolo radical.}$$

Cuadrados perfectos:  
 $1^2 = 1$   
 $2^2 = 4$   
 $3^2 = 9$   
 $4^2 = 16$

R: Los números enteros consecutivos entre los que se sitúa  $\sqrt{7}$  son 2 y 3.

**E** Encuentre los números enteros consecutivos que cumplen la relación.

a.  $\square < \sqrt{3} < \square$   
 $1 < 3 < 4$   
 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

R:  $1 < \sqrt{3} < 2$

## Sección 2 Números irracionales

### Clase 3 Conjuntos numéricos en diagramas de Venn

#### Aprendizaje esperado:

Muestra la relación entre los conjuntos numéricos utilizando un diagrama de Venn.

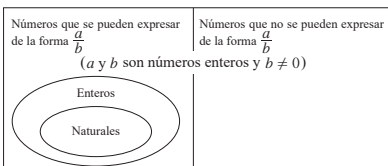
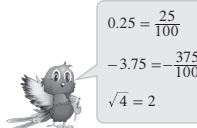
#### Sección 2 Números irracionales

#### Clase 3 Conjuntos numéricos en diagramas de Venn

**P** Clasifique los siguientes números en el siguiente diagrama de Venn.

$3, -\frac{2}{3}, \sqrt{4}, -12, -4, \sqrt{8}, 6,$

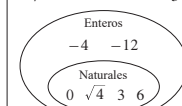
$0, 0.25, -3.75, -\sqrt{11}, \frac{15}{7}$



**S**

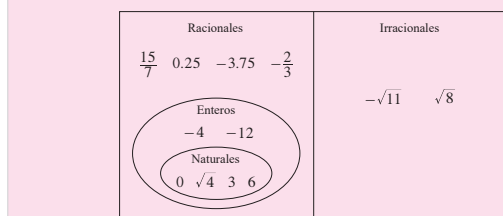
Números que se pueden expresar de la forma  $\frac{a}{b}$  (a y b son números enteros y  $b \neq 0$ )

$\frac{15}{7}, 0.25, -3.75, -\frac{2}{3}$



**C**

A un número que se puede expresar como una fracción  $\frac{a}{b}$ , donde a y b son números enteros y  $b \neq 0$ , se le llama **número racional**.  
A un número que no se puede expresar de la forma  $\frac{a}{b}$  se le llama **número irracional**.



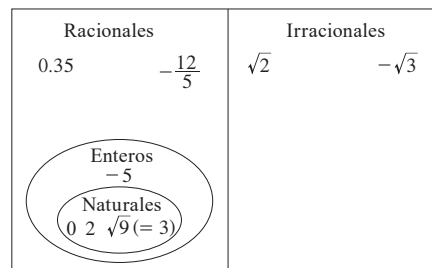
**E**

Clasifique los siguientes números en el diagrama de Venn.

$2, 0.35, 0, -5, -\frac{12}{5}, \sqrt{2}, \sqrt{9}, -\sqrt{3}$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 101

#### Solucionario del ejercicio:



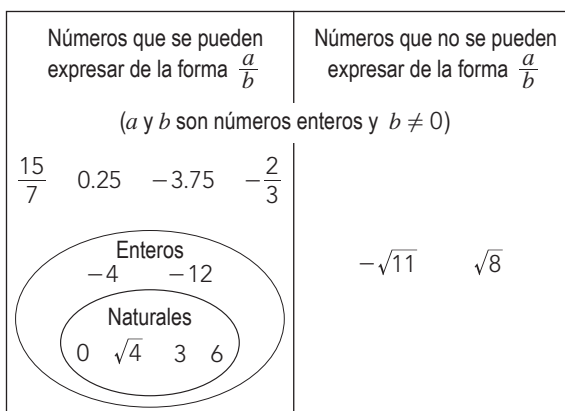
Fecha: dd - mm - aa

4-2-3 Conjuntos numéricos en diagramas de Venn

**P** Clasifique los números en el diagrama de Venn.

$3, -\frac{2}{3}, \sqrt{4}, -12, -4, \sqrt{8}, 6, 0, 0.25, -3.75, -\sqrt{11}, \frac{15}{7}$

**S**

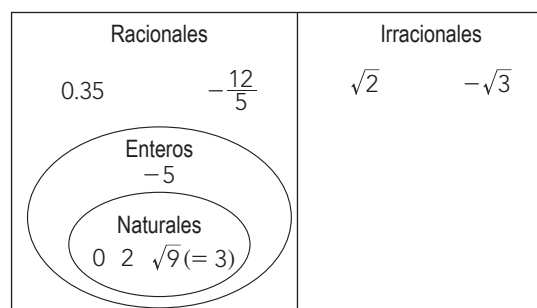


**C** A un número que se puede expresar como una fracción  $\frac{a}{b}$ , donde a y b son números enteros y  $b \neq 0$ , se le llama **número racional**.

A un número que no se puede expresar de la forma  $\frac{a}{b}$  se le llama **número irracional**.

**E** Clasifique los números en el diagrama de Venn.

$2, 0.35, 0, -5, -\frac{12}{5}, \sqrt{2}, \sqrt{9}, -\sqrt{3}$



## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 1 Multiplicación de raíces cuadradas

**Aprendizaje esperado:**  
Multiplica raíces cuadradas.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 1 Multiplicación de raíces cuadradas



Calcule la siguiente expresión.

$$\sqrt{5} \times \sqrt{3}$$



$$\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$$

Se expresa la multiplicación de los radicandos bajo un radical.  
Se multiplican los radicandos.



En una multiplicación de raíces cuadradas, si  $a > 0$  y  $b > 0$ , entonces  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{7} \times (-\sqrt{6}) &= -(\sqrt{7} \times \sqrt{6}) \\ &= -\sqrt{7 \times 6} \\ &= -\sqrt{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{13}) &= +(\sqrt{3} \times \sqrt{13}) \\ &= \sqrt{3 \times 13} \\ &= \sqrt{39} \end{aligned}$$

(+) × (+) → (+)  
(+) × (-) → (-)  
(-) × (+) → (-)  
(-) × (-) → (+)



Calcule las siguientes expresiones.

$$\text{a. } \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$\text{b. } \sqrt{5} \times \sqrt{7}$$

$$\text{c. } \sqrt{11} \times (-\sqrt{3})$$

$$\text{d. } (-\sqrt{7}) \times \sqrt{2}$$

$$\text{e. } (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{5})$$

$$\text{f. } (-\sqrt{5}) \times \sqrt{6}$$

$$\text{g. } (-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{2})$$

$$\text{h. } \sqrt{2} \times \sqrt{13}$$

$$\text{i. } (-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{11})$$

$$\text{j. } \sqrt{3} \times \sqrt{7}$$

$$\text{k. } \sqrt{6} \times (-\sqrt{3})$$

$$\text{l. } (-\sqrt{13}) \times (-\sqrt{5})$$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$
- $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$
- $\sqrt{11} \times (-\sqrt{3}) = -(\sqrt{11} \times \sqrt{3}) = -\sqrt{11 \times 3} = -\sqrt{33}$
- $(-\sqrt{7}) \times \sqrt{2} = -(\sqrt{7} \times \sqrt{2}) = -\sqrt{7 \times 2} = -\sqrt{14}$
- $(-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{5}) = +(\sqrt{3} \times \sqrt{5}) = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$
- $(-\sqrt{5}) \times \sqrt{6} = -(\sqrt{5} \times \sqrt{6}) = -\sqrt{5 \times 6} = -\sqrt{30}$
- $(-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{2}) = +(\sqrt{5} \times \sqrt{2}) = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10}$
- $\sqrt{2} \times \sqrt{13} = \sqrt{2 \times 13} = \sqrt{26}$
- $(-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{11}) = +(\sqrt{2} \times \sqrt{11}) = \sqrt{2 \times 11} = \sqrt{22}$
- $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$
- $\sqrt{6} \times (-\sqrt{3}) = -(\sqrt{6} \times \sqrt{3}) = -\sqrt{6 \times 3} = -\sqrt{18}$
- $(-\sqrt{13}) \times (-\sqrt{5}) = +(\sqrt{13} \times \sqrt{5}) = \sqrt{13 \times 5} = \sqrt{65}$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-1 Multiplicación de raíces cuadradas



$$\sqrt{5} \times \sqrt{3}$$



$$\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$$

Se expresa la multiplicación de los radicandos bajo un radical.  
Se multiplican los radicandos.



En una multiplicación de raíces cuadradas, si  $a > 0$  y  $b > 0$ , entonces  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{7} \times (-\sqrt{6}) &= -(\sqrt{7} \times \sqrt{6}) \\ &= -\sqrt{7 \times 6} \\ &= -\sqrt{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{13}) &= +(\sqrt{3} \times \sqrt{13}) \\ &= \sqrt{3 \times 13} \\ &= \sqrt{39} \end{aligned}$$

Calcule.

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{3} \times \sqrt{2} &= \sqrt{3 \times 2} \\ &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 2 División de raíces cuadradas

**Aprendizaje esperado:**  
Divide raíces cuadradas.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 2 División de raíces cuadradas

**P**

Calcule la siguiente expresión.

$$\sqrt{2} \div \sqrt{7}$$

**S**

$$\sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \\ = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

Se expresa la división de radicales como una fracción.

Se expresan las raíces cuadradas bajo un radical.

**C**

En una división de raíces cuadradas, si  $a > 0$  y  $b > 0$ , entonces  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ .

Ejemplo:

$$\text{a. } (-\sqrt{5}) \div \sqrt{8} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}} \\ = -\sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$\text{b. } (-\sqrt{7}) \div (-\sqrt{10}) = +\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} \\ = \sqrt{\frac{7}{10}}$$

(+) ÷ (+) → (+)  
(+) ÷ (-) → (-)  
(-) ÷ (+) → (-)  
(-) ÷ (-) → (+)

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

$$\text{a. } \sqrt{6} \div \sqrt{7}$$

$$\text{b. } \sqrt{4} \div (-\sqrt{5})$$

$$\text{c. } \sqrt{2} \div \sqrt{11}$$

$$\text{d. } (-\sqrt{5}) \div \sqrt{8}$$

$$\text{e. } (-\sqrt{7}) \div (-\sqrt{5})$$

$$\text{f. } (-\sqrt{15}) \div (-\sqrt{6})$$

$$\text{g. } \sqrt{2} \div \sqrt{13}$$

$$\text{h. } \sqrt{8} \div (-\sqrt{7})$$

$$\text{i. } (-\sqrt{3}) \div (-\sqrt{8})$$

#### Solucionario de los ejercicios:

$$\text{a. } \sqrt{6} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{6}{7}}$$

$$\text{b. } \sqrt{4} \div (-\sqrt{5}) = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\text{c. } \sqrt{2} \div \sqrt{11} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{2}{11}}$$

$$\text{d. } (-\sqrt{5}) \div \sqrt{8} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}} = -\sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$\text{e. } (-\sqrt{7}) \div (-\sqrt{5}) = +\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{7}{5}}$$

$$\text{f. } (-\sqrt{15}) \div (-\sqrt{6}) = +\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{15}{6}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{g. } \sqrt{2} \div \sqrt{13} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{2}{13}}$$

$$\text{h. } \sqrt{8} \div (-\sqrt{7}) = -\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = -\sqrt{\frac{8}{7}}$$

$$\text{i. } (-\sqrt{3}) \div (-\sqrt{8}) = +\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{3}{8}}$$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-2 División de raíces cuadradas

**P**

Calcule.  
 $\sqrt{2} \div \sqrt{7}$

**S**

$$\sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \quad \text{Se expresa la división de radicales como una fracción.} \\ = \sqrt{\frac{2}{7}} \quad \text{Se expresan las raíces cuadradas bajo un radical.}$$

**C**

En una división de raíces cuadradas, si  $a > 0$  y  $b > 0$ , entonces  
 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ .

Ejemplo:

$$\text{a. } (-\sqrt{5}) \div \sqrt{8} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}} \\ = -\sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$\text{b. } (-\sqrt{7}) \div (-\sqrt{10}) = +\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} \\ = \sqrt{\frac{7}{10}}$$

**E**

Calcule.

$$\text{a. } \sqrt{6} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \\ = \sqrt{\frac{6}{7}}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 3 Simplificación de raíces cuadradas exactas

#### Aprendizaje esperado:

Simplifica una raíz cuadrada exacta.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 3 Simplificación de raíces cuadradas exactas



Simplifique la siguiente expresión.

$$\sqrt{196}$$



Descomponga 196 en sus factores primos.

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

|     |   |
|-----|---|
| 196 | 2 |
| 98  | 2 |
| 49  | 7 |
| 7   | 7 |
| 1   |   |



$$\begin{aligned}\sqrt{196} &= \sqrt{2^2 \times 7^2} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{7^2} \\ &= 2 \times 7 \\ &= 14\end{aligned}$$

Se descompone el radicando en sus factores primos.  
Se escribe como multiplicación de radicales.  
Se expresan las raíces cuadradas sin el símbolo radical.



Para simplificar una raíz cuadrada por medio de descomposición en factores primos:

Paso 1. Se descompone el radicando en sus factores primos.  
Paso 2. Se expresa el radicando como factores de potencias cuadradas.  
Paso 3. Se multiplican las raíces cuadradas expresadas sin el símbolo radical.



Simplifique los siguientes números.

a.  $\sqrt{2^2 \times 3^2}$

b.  $\sqrt{5^2 \times 7^2}$

c.  $\sqrt{6^2 \times 2^2}$

d.  $\sqrt{8^2 \times 6^2}$

e.  $\sqrt{100}$

f.  $-\sqrt{144}$

g.  $\sqrt{225}$

h.  $-\sqrt{169}$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $\sqrt{2^2 \times 3^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} = 2 \times 3 = 6$
- $\sqrt{5^2 \times 7^2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{7^2} = 5 \times 7 = 35$
- $\sqrt{6^2 \times 2^2} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2^2} = 6 \times 2 = 12$
- $\sqrt{8^2 \times 6^2} = \sqrt{8^2} \times \sqrt{6^2} = 8 \times 6 = 48$
- $\sqrt{100} = \sqrt{2^2 \times 5^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{5^2} = 2 \times 5 = 10$
- $-\sqrt{144} = -\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2} = -(\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2})$   
 $= -(2 \times 2 \times 3) = -12$
- $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} = 3 \times 5 = 15$
- $-\sqrt{169} = -\sqrt{13^2} = -13$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-3 Simplificación de raíces cuadradas exactas

(P) Simplifique la expresión  $\sqrt{196}$ .

(S)  $196 = 2^2 \times 7^2$

|     |   |
|-----|---|
| 196 | 2 |
| 98  | 2 |
| 49  | 7 |
| 7   | 7 |
| 1   |   |

$$\begin{aligned}\sqrt{196} &= \sqrt{2^2 \times 7^2} && \text{Se descompone el radicando en sus factores primos.} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{7^2} && \text{Se escribe como multiplicación de radicales.} \\ &= 2 \times 7 && \text{Se expresan las raíces cuadradas sin el símbolo radical.} \\ &= 14\end{aligned}$$

(C) Para simplificar una raíz cuadrada por medio de descomposición en factores primos:

Paso 1. Se descompone el radicando en sus factores primos.  
Paso 2. Se expresa el radicando como factores de potencias cuadradas.  
Paso 3. Se multiplican las raíces cuadradas expresadas sin el símbolo radical.

(E) Simplifique.

$$\begin{aligned}\text{a. } \sqrt{2^2 \times 3^2} &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6\end{aligned}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 4 Multiplicación de un número racional y una raíz cuadrada

#### Aprendizaje esperado:

Expresa  $a\sqrt{b}$  de la forma  $\sqrt{c}$ .

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 4 Multiplicación de un número racional y una raíz cuadrada



Expresa  $3\sqrt{5}$  de la forma  $\sqrt{c}$ .



$$3 = \sqrt{3^2}$$

Se expresa 3 con el símbolo radical.

Entonces,

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5} &= 3 \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{45} \end{aligned}$$



La notación  $a\sqrt{b}$  significa  $a \times \sqrt{b}$ , donde  $a > 0$  y  $b > 0$ . Para expresar  $a\sqrt{b}$  de la forma  $\sqrt{c}$ :

Paso 1. Se expresa el número  $a$  con el símbolo de radical:  $a = \sqrt{a^2}$

Paso 2. Se multiplican las raíces cuadradas:  $\sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} &= 2 \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$



Expresa las siguientes raíces cuadradas de la forma  $\sqrt{c}$ .

a.  $2\sqrt{8}$

b.  $4\sqrt{3}$

c.  $6\sqrt{2}$

d.  $5\sqrt{6}$

e.  $3\sqrt{7}$

f.  $5\sqrt{2}$

g.  $4\sqrt{2}$

h.  $3\sqrt{6}$

#### Solucionario de los ejercicios:

- $2\sqrt{8} = 2 \times \sqrt{8} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{32}$
- $4\sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{48}$
- $6\sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{72}$
- $5\sqrt{6} = 5 \times \sqrt{6} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{6} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{150}$
- $3\sqrt{7} = 3 \times \sqrt{7} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{63}$
- $5\sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50}$
- $4\sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32}$
- $3\sqrt{6} = 3 \times \sqrt{6} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{6} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{54}$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-4 Multiplicación de un número racional y una raíz cuadrada

(P) Expresa  $3\sqrt{5}$  de la forma  $\sqrt{c}$ .

(S)  $3 = \sqrt{3^2}$

Se expresa 3 con el símbolo radical.

Entonces,

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5} &= 3 \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{45} \end{aligned}$$

(C) La notación  $a\sqrt{b}$  significa  $a \times \sqrt{b}$ , donde  $a > 0$  y  $b > 0$ . Para expresar  $a\sqrt{b}$  de la forma  $\sqrt{c}$ :

Paso 1. Se expresa el número  $a$  con el símbolo de radical:  $a = \sqrt{a^2}$

Paso 2. Se multiplican las raíces cuadradas:  $\sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} &= 2 \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

(E) Expresa de la forma  $\sqrt{c}$ .

a.  $2\sqrt{8} = 2 \times \sqrt{8}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{8} \\ &= \sqrt{4 \times 8} \\ &= \sqrt{4 \times 8} \\ &= \sqrt{32} \end{aligned}$$



## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas

#### Aprendizaje esperado:

Simplifica una raíz cuadrada inexacta.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas



Simplifique la siguiente expresión.

$$\sqrt{180}$$

Simplificar una raíz cuadrada es expresarla con un radicando menor que el inicial.



Descomponga 180 en sus factores primos. Se obtiene:  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ .

$$\begin{aligned}\sqrt{180} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5}\end{aligned}$$

Se descompone el radicando en sus factores primos.

Se escribe como multiplicación de radicales.

Se expresan las raíces cuadradas sin el símbolo radical.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$



Simplificar una raíz cuadrada es expresarla con un radicando menor que el inicial. Para simplificar una expresión con radical:

Paso 1. Se descompone el radicando en sus factores primos.

Paso 2. Se expresa el radicando como factores de potencias cuadradas y no cuadradas.

Paso 3. Se obtienen las raíces cuadradas de las potencias. Se multiplican las raíces cuadradas obtenidas y el radical que no tiene raíz cuadrada exacta.



Simplifique los siguientes números.

a.  $\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7}$

b.  $\sqrt{5^2 \times 7^2 \times 2}$

c.  $\sqrt{3^2 \times 5^2 \times 2}$

d.  $\sqrt{2^2 \times 7^2 \times 3}$

e.  $\sqrt{75}$

f.  $-\sqrt{135}$

g.  $\sqrt{200}$

h.  $-\sqrt{245}$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = 2 \times 3 \times \sqrt{7} = 6\sqrt{7}$   
 b.  $\sqrt{5^2 \times 7^2 \times 2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 5 \times 7 \times \sqrt{2} = 35\sqrt{2}$   
 c.  $\sqrt{3^2 \times 5^2 \times 2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = 3 \times 5 \times \sqrt{2} = 15\sqrt{2}$   
 d.  $\sqrt{2^2 \times 7^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{7^2} \times \sqrt{3} = 2 \times 7 \times \sqrt{3} = 14\sqrt{3}$   
 e.  $\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 5^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{5^2} = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3}$   
 f.  $-\sqrt{135} = -\sqrt{3^2 \times 3 \times 5} = -(\sqrt{3^2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5})$   
 $= -(3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}) = -3\sqrt{3 \times 5} = -3\sqrt{15}$   
 g.  $\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 2^2 \times 5^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{5^2} = \sqrt{2} \times 2 \times 5$   
 $= 10\sqrt{2}$   
 h.  $-\sqrt{245} = -\sqrt{7^2 \times 5} = -(\sqrt{7^2} \times \sqrt{5}) = -(7 \times \sqrt{5})$   
 $= -7\sqrt{5}$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas

(P) Simplifique la expresión  $\sqrt{180}$ .

(S)  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$   
 $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5}$   
 $= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5}$   
 $= 2 \times 3 \times \sqrt{5}$   
 $= 6\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

(C) Simplificar una raíz cuadrada es expresarla con un radicando menor que el inicial. Para simplificar una expresión con radical:

Paso 1. Se descompone el radicando en sus factores primos.

Paso 2. Se expresa el radicando como factores de potencias cuadradas y no cuadradas.

Paso 3. Se obtienen las raíces cuadradas de las potencias. Se multiplican las raíces cuadradas obtenidas y el radical que no tiene raíz cuadrada exacta.

(E) Simplifique.

a.  $\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7}$   
 $= 2 \times 3 \times \sqrt{7}$   
 $= 6\sqrt{7}$

**Aprendizaje esperado:**

Multiplica raíces cuadradas usando la simplificación.

**Sección 3 Operaciones básicas con radicales**

**Clase 6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación**



Calcule la siguiente expresión.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{18}$$



Forma 1.  
Simplifique antes de operar.

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

Forma 2.

Multiplique desde el inicio.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= \sqrt{12 \times 18} && \text{Se multiplican los radicandos.} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 3^2 \times 2} && \text{Se descomponen los radicandos en factores primos.} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{3 \times 2} && \text{Se expresan las raíces cuadradas sin el símbolo radical.} \\ &= 6\sqrt{6} && \text{Se simplifica la expresión.}\end{aligned}$$



Una multiplicación de raíces cuadradas se puede hacer de dos formas.

Forma 1:

Paso 1. Se simplifican las raíces cuadradas, si es posible.

Paso 2. Se multiplican las raíces ya simplificadas y los radicales.

Forma 2:

Paso 1. Se multiplican los radicandos.

Paso 2. Se descomponen los radicandos en sus factores primos.

Paso 3. Se simplifica la expresión.



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $\sqrt{20} \times \sqrt{2}$       b.  $\sqrt{10} \times \sqrt{12}$       c.  $\sqrt{18} \times \sqrt{27}$       d.  $\sqrt{15} \times \sqrt{24}$   
e.  $\sqrt{7} \times \sqrt{24}$       f.  $\sqrt{12} \times \sqrt{28}$       g.  $\sqrt{11} \times \sqrt{20}$       h.  $\sqrt{75} \times \sqrt{50}$

**Solucionario de los ejercicios:**

- a.  $\sqrt{20} \times \sqrt{2} = \sqrt{20 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 2} = 2 \times \sqrt{5 \times 2} = 2\sqrt{10}$   
b.  $\sqrt{10} \times \sqrt{12} = \sqrt{10 \times 12} = \sqrt{2 \times 5 \times 2^2 \times 3} = 2 \times \sqrt{2 \times 5 \times 3} = 2\sqrt{30}$   
c.  $\sqrt{18} \times \sqrt{27} = \sqrt{18 \times 27} = \sqrt{3^2 \times 2 \times 3^2 \times 3} = 3 \times 3 \times \sqrt{2 \times 3} = 9\sqrt{6}$   
d.  $\sqrt{15} \times \sqrt{24} = \sqrt{15 \times 24} = \sqrt{3 \times 5 \times 2^2 \times 2 \times 3} = \sqrt{3^2 \times 5 \times 2^2 \times 2} = 3 \times 2 \times \sqrt{5 \times 2} = 6\sqrt{10}$   
e.  $\sqrt{7} \times \sqrt{24} = \sqrt{7 \times 24} = \sqrt{7 \times 2^2 \times 2 \times 3} = 2 \times \sqrt{7 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{42}$   
f.  $\sqrt{12} \times \sqrt{28} = \sqrt{12 \times 28} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 2^2 \times 7} = 2 \times 2 \times \sqrt{3 \times 7} = 4\sqrt{21}$   
g.  $\sqrt{11} \times \sqrt{20} = \sqrt{11 \times 20} = \sqrt{11 \times 2^2 \times 5} = 2 \times \sqrt{11 \times 5} = 2\sqrt{55}$   
h.  $\sqrt{75} \times \sqrt{50} = \sqrt{75 \times 50} = \sqrt{5^2 \times 3 \times 5^2 \times 2} = 5 \times 5 \times \sqrt{3 \times 2} = 25\sqrt{6}$

Fecha: dd – mm – aa

4-3-6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación

**P** Calcule.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{18}$$

**S** Forma 1. Simplifique antes de operar.

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

Forma 2. Multiplique desde el inicio.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= \sqrt{12 \times 18} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 3^2 \times 2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{3 \times 2} \\ &= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

**E** Calcule.

a.  $\sqrt{20} \times \sqrt{2}$

Forma 1.

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\sqrt{20} \times \sqrt{2} &= 2\sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned}\sqrt{20} \times \sqrt{2} &= \sqrt{20 \times 2} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5 \times 2} \\ &= 2 \times \sqrt{5 \times 2} \\ &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 7 Racionalización del denominador de una fracción con raíz cuadrada

#### Aprendizaje esperado:

Racionaliza el denominador de una fracción.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 7 Racionalización del denominador de una fracción con raíz cuadrada

**P**

Encuentre una fracción que es equivalente a  $\frac{3}{\sqrt{5}}$  y no tenga raíz cuadrada en el denominador.

**S**

Al multiplicar o dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número se obtiene una fracción equivalente.

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{5}} &= \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} && \text{Se multiplica el numerador y el denominador por } \sqrt{5}. \\ &= \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} && \text{Se simplifica.} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5}\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

**C**

Al proceso de encontrar una fracción equivalente sin raíz cuadrada en el denominador se le llama **racionalización de denominador**.

Para racionalizar el denominador de una fracción  $\frac{n}{\sqrt{d}}$ , donde  $d > 0$ :

Paso 1. Se multiplica el numerador y denominador por  $\sqrt{d}$ .

Paso 2. Se multiplica y se simplifica el resultado.

$$\begin{aligned}\frac{n}{\sqrt{d}} &= \frac{n}{\sqrt{d}} \times \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d}} \\ &= \frac{n \times \sqrt{d}}{\sqrt{d} \times \sqrt{d}} \\ &= \frac{n \times \sqrt{d}}{(\sqrt{d})^2} \\ &= \frac{n\sqrt{d}}{d}\end{aligned}$$

**E**

Racionalice el denominador de las siguientes fracciones.

a.  $\frac{3}{\sqrt{7}}$       b.  $\frac{6}{\sqrt{10}}$       c.  $\frac{5}{\sqrt{12}}$       d.  $\frac{3}{\sqrt{8}}$       e.  $\frac{13}{\sqrt{2}}$   
f.  $\frac{4}{\sqrt{5}}$       g.  $\frac{5}{\sqrt{6}}$       h.  $\frac{7}{\sqrt{3}}$       i.  $\frac{3}{\sqrt{13}}$       j.  $\frac{7}{\sqrt{8}}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{3 \times \sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

b.  $\frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{6 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{6 \times \sqrt{10}}{(\sqrt{10})^2} = \frac{6\sqrt{10}}{10} \left( = \frac{3\sqrt{10}}{5} \right)$

c.  $\frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{5}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{5 \times \sqrt{12}}{\sqrt{12} \times \sqrt{12}} = \frac{5 \times \sqrt{12}}{(\sqrt{12})^2} = \frac{5\sqrt{12}}{12} \left( = \frac{10\sqrt{3}}{12} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \right)$

d.  $\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{3 \times \sqrt{8}}{\sqrt{8} \times \sqrt{8}} = \frac{3 \times \sqrt{8}}{(\sqrt{8})^2} = \frac{3\sqrt{8}}{8} \left( = \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{8} = \frac{6\sqrt{2}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \right)$

e.  $\frac{13}{\sqrt{2}} = \frac{13}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{13 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{13 \times \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{13\sqrt{2}}{2}$

f.  $\frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{4 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{4 \times \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

g.  $\frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{5 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{5 \times \sqrt{6}}{(\sqrt{6})^2} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$

h.  $\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{7 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{7 \times \sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

i.  $\frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{3 \times \sqrt{13}}{\sqrt{13} \times \sqrt{13}} = \frac{3 \times \sqrt{13}}{(\sqrt{13})^2} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

j.  $\frac{7}{\sqrt{8}} = \frac{7}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{7 \times \sqrt{8}}{\sqrt{8} \times \sqrt{8}} = \frac{7 \times \sqrt{8}}{(\sqrt{8})^2} = \frac{7\sqrt{8}}{8} \left( = \frac{7 \times 2\sqrt{2}}{8} = \frac{14\sqrt{2}}{8} = \frac{7\sqrt{2}}{4} \right)$

Fecha: dd – mm – aa

4-3-7 Racionalización del denominador de una fracción con raíz cuadrada

**P** Encuentre una fracción que es equivalente a  $\frac{3}{\sqrt{5}}$  y no tenga raíz cuadrada en el denominador.

**S**

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{5}} &= \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} && \text{Se multiplica el numerador y el denominador por } \sqrt{5}. \\ &= \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} && \text{Se simplifica.} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5}\end{aligned}$$

**C** Al proceso de encontrar una fracción equivalente sin raíz cuadrada en el denominador se le llama **racionalización de denominador**.

Para racionalizar el denominador de una fracción  $\frac{n}{\sqrt{d}}$ , donde  $d > 0$ :

Paso 1. Se multiplica el numerador y denominador por  $\sqrt{d}$ .

Paso 2. Se multiplica y se simplifica el resultado.

**E** Racionalice el denominador.

a.  $\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{3 \times \sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 8 Suma y resta de radicales semejantes

#### Aprendizaje esperado:

Suma raíces cuadradas que tengan los mismos radicandos.  
Resta raíces cuadradas que tengan los mismos radicandos.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 8 Suma y resta de radicales semejantes



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$   
b.  $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$



a. Utilice la idea de una suma de términos semejantes.

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 + 4)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

Se considera  $\sqrt{2}$  como  $a$ .  
 $3a + 4a = (3 + 4)a$   
 $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 + 4)\sqrt{2}$



b. Aplique la misma idea a la resta con radicales.

$$5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (5 - 3)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$



Para sumar o restar términos con raíces cuadradas:

Paso 1. Se identifica si los términos tienen las raíces cuadradas con los mismos radicandos.  
Paso 2. Se suman o se restan los coeficientes de los radicales semejantes.

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$



Calcule las siguientes expresiones.

- |                             |                             |                               |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| a. $6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$  | b. $6\sqrt{7} - 4\sqrt{7}$  | c. $2\sqrt{6} + 8\sqrt{6}$    |
| d. $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$  | e. $7\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$  | f. $10\sqrt{11} - 6\sqrt{11}$ |
| g. $3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$  | h. $\sqrt{13} - 4\sqrt{13}$ | i. $8\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$    |
| j. $8\sqrt{3} - 11\sqrt{3}$ | k. $7\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$ | l. $15\sqrt{8} - 6\sqrt{8}$   |

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (6 + 3)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$   
b.  $6\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = (6 - 4)\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$   
c.  $2\sqrt{6} + 8\sqrt{6} = (2 + 8)\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$   
d.  $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = (5 - 7)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$   
e.  $7\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (7 + 2)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$   
f.  $10\sqrt{11} - 6\sqrt{11} = (10 - 6)\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$   
g.  $3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (3 + 5)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$   
h.  $\sqrt{13} - 4\sqrt{13} = (1 - 4)\sqrt{13} = -3\sqrt{13}$   
i.  $8\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = (8 + 3)\sqrt{7} = 11\sqrt{7}$   
j.  $8\sqrt{3} - 11\sqrt{3} = (8 - 11)\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$   
k.  $7\sqrt{5} + 12\sqrt{5} = (7 + 12)\sqrt{5} = 19\sqrt{5}$   
l.  $15\sqrt{8} - 6\sqrt{8} = (15 - 6)\sqrt{8} = 9\sqrt{8}$   
 $(= 9 \times 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2})$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-8 Suma y resta de radicales semejantes

(P) Calcule.

- a.  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$   
b.  $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

(S) Utilice la idea de una suma y resta de términos semejantes.

a.  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 + 4)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Se considera  $\sqrt{2}$  como  $a$ .

$$3a + 4a = (3 + 4)a$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 + 4)\sqrt{2}$$

b.  $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (5 - 3)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

(C) Para sumar o restar con raíces cuadradas:

Paso 1. Se identifica si los términos tienen las raíces cuadradas con los mismos radicandos.

Paso 2. Se suman o se restan los coeficientes de los radicales semejantes.

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$

(E) Calcule.

a.  $6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (6 + 3)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

b.  $6\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = (6 - 4)\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación

#### Aprendizaje esperado:

Suma raíces cuadradas usando la simplificación.

Resta raíces cuadradas usando la simplificación.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación



Calcule la siguiente expresión.

$$\sqrt{45} - \sqrt{20}$$



Paso 1. Expresa cada radicando en factores primos y simplifique.

$$\begin{aligned}\sqrt{45} &= \sqrt{3^2 \times 5} \\ &= 3\sqrt{5} \\ \sqrt{20} &= \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

Paso 2. Suma o resta los radicales semejantes.

$$\begin{aligned}\sqrt{45} - \sqrt{20} &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

En el caso de la suma, se aplica el mismo procedimiento.



Para sumar y restar raíces cuadradas con diferente radicando:

Paso 1. Se expresa cada radicando en factores primos y se simplifica.  
Paso 2. Se suman o se restan los radicales semejantes.

Ejemplo:

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32}$$

$$\begin{aligned}\text{Paso 1. } \sqrt{50} &= \sqrt{5^2 \times 2} \\ &= 5\sqrt{2} \\ \sqrt{18} &= \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} \\ \sqrt{32} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2} \\ &= 2 \times 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Paso 2. } \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32} &= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (5 - 3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $\sqrt{75} - \sqrt{12}$     b.  $\sqrt{48} + \sqrt{3}$     c.  $\sqrt{32} - \sqrt{72}$     d.  $\sqrt{98} - \sqrt{50}$   
e.  $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$     f.  $\sqrt{28} - \sqrt{63} - \sqrt{7}$     g.  $\sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45}$     h.  $\sqrt{45} - \sqrt{5} - \sqrt{80}$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $\begin{aligned}\sqrt{75} &= \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3} \\ \sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{75} - \sqrt{12} &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\end{aligned}$
- b.  $\begin{aligned}\sqrt{48} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3} \\ \sqrt{48} + \sqrt{3} &= 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3}\end{aligned}$
- c.  $\begin{aligned}\sqrt{32} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2} = 4\sqrt{2} \\ \sqrt{72} &= \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2} = 6\sqrt{2} \\ \sqrt{32} - \sqrt{72} &= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -2\sqrt{2}\end{aligned}$
- d.  $\begin{aligned}\sqrt{98} &= \sqrt{2 \times 7^2} = 7\sqrt{2} \\ \sqrt{50} &= \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2} \\ \sqrt{98} - \sqrt{50} &= 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$
- e.  $\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{27} &= \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3} \\ \sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3} &= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (2 - 3 + 1)\sqrt{3} = 0\end{aligned}$
- f.  $\begin{aligned}\sqrt{28} &= \sqrt{2^2 \times 7} = 2\sqrt{7} \\ \sqrt{63} &= \sqrt{3^2 \times 7} = 3\sqrt{7} \\ \sqrt{28} - \sqrt{63} - \sqrt{7} &= 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - \sqrt{7} \\ &= (2 - 3 - 1)\sqrt{7} = -2\sqrt{7}\end{aligned}$
- g.  $\begin{aligned}\sqrt{20} &= \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} \\ \sqrt{125} &= \sqrt{5^2 \times 5} = 5\sqrt{5} \\ \sqrt{45} &= \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45} &= 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= (2 + 5 - 3)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\end{aligned}$
- h.  $\begin{aligned}\sqrt{45} &= \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{80} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5} = 4\sqrt{5} \\ \sqrt{45} - \sqrt{5} - \sqrt{80} &= 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ &= (3 - 1 - 4)\sqrt{5} = -2\sqrt{5}\end{aligned}$

Fecha: dd - mm - aa  
4-3-9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación

Ⓟ Calcule.  
 $\sqrt{45} - \sqrt{20}$

Ⓢ  $\begin{aligned}\sqrt{45} &= \sqrt{3^2 \times 5} \\ &= 3\sqrt{5} \\ \sqrt{20} &= \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= 2\sqrt{5} \\ \sqrt{45} - \sqrt{20} &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$

Ⓢ Para sumar y restar raíces cuadradas con diferente radicando:  
Paso 1. Se expresa cada radicando en factores primos y se simplifica.  
Paso 2. Se suman o se restan los radicales semejantes.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32} \\ \sqrt{50} &= \sqrt{5^2 \times 2} \\ &= 5\sqrt{2} \\ \sqrt{18} &= \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} \\ \sqrt{32} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2} \\ &= 2 \times 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \\ \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32} &= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (5 - 3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

Ⓢ Calcule.  
a.  $\sqrt{75} - \sqrt{12}$

$$\begin{aligned}\sqrt{75} &= \sqrt{5^2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{3} \\ \sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} \\ &= 2\sqrt{3} \\ \sqrt{75} - \sqrt{12} &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 10 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización

#### Aprendizaje esperado:

Suma raíces cuadradas usando la racionalización.

Resta raíces cuadradas usando la racionalización.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 10 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización



Calcule las siguientes expresiones.

a.  $\sqrt{28} + \frac{28}{\sqrt{7}}$

b.  $\sqrt{18} - \frac{12}{\sqrt{2}}$



a.  $\sqrt{28} + \frac{28}{\sqrt{7}}$

Paso 1.  $\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \times 7}$   
 $= 2\sqrt{7}$

Se simplifica el primer término.

Paso 2.  $\frac{28}{\sqrt{7}} = \frac{28}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$   
 $= \frac{28\sqrt{7}}{7}$   
 $= 4\sqrt{7}$

Se racionaliza el denominador del segundo término.

Paso 3.  $\sqrt{28} + \frac{28}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$   
 $= 6\sqrt{7}$

Se suman los términos.

b.  $\sqrt{18} - \frac{12}{\sqrt{2}}$

Paso 1.  $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2}$   
 $= 3\sqrt{2}$

Se simplifica el primer término.

Paso 2.  $\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{12\sqrt{2}}{2}$   
 $= 6\sqrt{2}$

Se racionaliza el denominador del segundo.

Paso 3.  $\sqrt{18} - \frac{12}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$   
 $= -3\sqrt{2}$

Se restan los términos.



Para sumar y restar raíces cuadradas con diferente radicando:

- Paso 1. Se simplifican los términos a su mínima expresión.  
Paso 2. Se racionalizan los denominadores, si fuera necesario.  
Paso 3. Se suman o se restan los radicales semejantes.



Calcule las siguientes expresiones.

a.  $\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}}$

b.  $\sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}}$

c.  $\sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

d.  $\sqrt{98} - \frac{20}{\sqrt{2}}$

e.  $\sqrt{72} - \frac{8}{\sqrt{2}}$

f.  $\sqrt{50} - \frac{18}{\sqrt{2}}$

g.  $\sqrt{45} - \frac{20}{\sqrt{5}}$

h.  $\sqrt{20} + \frac{30}{\sqrt{5}}$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

111

—

—

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$

$\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

c.  $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

$\sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

d.  $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$

$\frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$

$\sqrt{98} - \frac{20}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$

e.  $\sqrt{72} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2} = 6\sqrt{2}$

$\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

$\sqrt{72} - \frac{8}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

f.  $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$

$\frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}$

$\sqrt{50} - \frac{18}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$

g.  $\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5}$

$\frac{20}{\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5}$

$\sqrt{45} - \frac{20}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

h.  $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$

$\frac{30}{\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{30\sqrt{5}}{5} = 6\sqrt{5}$

$\sqrt{20} + \frac{30}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

Fecha: dd – mm – aa

4-3-10 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización

(P) Calcule.

a.  $\sqrt{28} + \frac{28}{\sqrt{7}}$

b.  $\sqrt{18} - \frac{12}{\sqrt{2}}$

(S) a.  $\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \times 7}$

$= 2\sqrt{7}$

$\frac{28}{\sqrt{7}} = \frac{28}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

$= \frac{28\sqrt{7}}{7}$

$= 4\sqrt{7}$

$\sqrt{28} + \frac{28}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$

$= 6\sqrt{7}$

b.  $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2}$

$= 3\sqrt{2}$

$\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{12\sqrt{2}}{2}$

$= 6\sqrt{2}$

$\sqrt{18} - \frac{12}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

$= -3\sqrt{2}$

(C) Para sumar y restar raíces cuadradas con diferente radicando:

Paso 1. Se simplifican los términos.

Paso 2. Se racionalizan los denominadores.

Paso 3. Se suman o se restan los radicales semejantes.

(E) Calcule.

a.  $\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}}$

$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{6\sqrt{2}}{2}$

$= 3\sqrt{2}$

$\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $a(b+c)$

#### Aprendizaje esperado:

Multiplica raíces cuadradas de la forma  $a(b+c)$ .

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $a(b+c)$

**P**

Calcule la siguiente expresión.

$$\sqrt{5}(\sqrt{7}+3)$$

**S**

Aplique la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned}\sqrt{5}(\sqrt{7}+3) &= \sqrt{5} \times \sqrt{7} + \sqrt{5} \times 3 \\ &= \sqrt{35} + 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

En la propiedad distributiva se cumple:

$$a(b+c) = ab+ac$$

**C**

La propiedad distributiva de la multiplicación se aplica a una operación de raíces cuadradas.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}5(\sqrt{45}+9) &= 5\sqrt{45} + 5 \times 9 \\ &= 5\sqrt{3^2 \times 5} + 45 \\ &= 5 \times 3\sqrt{5} + 45 \\ &= 15\sqrt{5} + 45\end{aligned}$$

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

a.  $\sqrt{3}(\sqrt{3}+6)$

b.  $\sqrt{9}(\sqrt{9}-2)$

c.  $2(\sqrt{3}+4)$

d.  $7(\sqrt{7}-5)$

e.  $3(\sqrt{12}+4)$

f.  $\sqrt{2}(\sqrt{18}-4)$

g.  $3(\sqrt{24}-2)$

h.  $\sqrt{5}(\sqrt{20}+6)$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\sqrt{3}(\sqrt{3}+6) = \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 6 = 3 + 6\sqrt{3}$

b.  $\begin{aligned}\sqrt{9}(\sqrt{9}-2) &= \sqrt{9} \times \sqrt{9} + \sqrt{9} \times (-2) = 9 - 2\sqrt{9} \\ &= 9 - 2\sqrt{3^2} = 9 - 2 \times 3 = 9 - 6 = 3\end{aligned}$

c.  $2(\sqrt{3}+4) = 2 \times \sqrt{3} + 2 \times 4 = 2\sqrt{3} + 8$

d.  $7(\sqrt{7}-5) = 7 \times \sqrt{7} + 7 \times (-5) = 7\sqrt{7} - 35$

e.  $\begin{aligned}3(\sqrt{12}+4) &= 3 \times \sqrt{12} + 3 \times 4 = 3 \times \sqrt{2^2 \times 3} + 12 \\ &= 3 \times 2\sqrt{3} + 12 = 6\sqrt{3} + 12\end{aligned}$

f.  $\begin{aligned}\sqrt{2}(\sqrt{18}-4) &= \sqrt{2} \times \sqrt{18} + \sqrt{2} \times (-4) = \sqrt{36} - 4\sqrt{2} \\ &= \sqrt{6^2} - 4\sqrt{2} = 6 - 4\sqrt{2}\end{aligned}$

g.  $\begin{aligned}3(\sqrt{24}-2) &= 3 \times \sqrt{24} + 3 \times (-2) = 3 \times \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} - 6 \\ &= 3 \times 2\sqrt{6} - 6 = 6\sqrt{6} - 6\end{aligned}$

h.  $\begin{aligned}\sqrt{5}(\sqrt{20}+6) &= \sqrt{5} \times \sqrt{20} + \sqrt{5} \times 6 = \sqrt{100} + 6\sqrt{5} \\ &= \sqrt{10^2} + 6\sqrt{5} = 10 + 6\sqrt{5}\end{aligned}$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma  $a(b+c)$

**P** Calcule.

$$\sqrt{5}(\sqrt{7}+3)$$

**S**  $\begin{aligned}\sqrt{5}(\sqrt{7}+3) &= \sqrt{5} \times \sqrt{7} + \sqrt{5} \times 3 \\ &= \sqrt{35} + 3\sqrt{5}\end{aligned}$

Propiedad distributiva:

$$a(b+c) = ab+ac$$

**C** La propiedad distributiva de la multiplicación se aplica a una operación de raíces cuadradas.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}5(\sqrt{45}+9) &= 5\sqrt{45} + 5 \times 9 \\ &= 5\sqrt{3^2 \times 5} + 45 \\ &= 5 \times 3\sqrt{5} + 45 \\ &= 15\sqrt{5} + 45\end{aligned}$$

**E** Calcule.

a.  $\begin{aligned}\sqrt{3}(\sqrt{3}+6) &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 6 \\ &= 3 + 6\sqrt{3}\end{aligned}$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 12 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)(c + d)$

#### Aprendizaje esperado:

Multiplica raíces cuadradas de la forma  $(a + b)(c + d)$ .

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 12 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a + b)(c + d)$



Calcule la siguiente expresión.

$$(\sqrt{7} + 2)(\sqrt{5} - 4)$$



Aplique la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{5} - 4) &= \sqrt{7} \times \sqrt{5} + \sqrt{7} \times (-4) + 2 \times \sqrt{5} + 2 \times (-4) \\ &= \sqrt{35} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 8 \end{aligned}$$

En la propiedad distributiva se cumple:  
 $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$



La propiedad distributiva de la multiplicación se aplica a una operación de raíces cuadradas.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (\sqrt{6} - 2)(\sqrt{2} + 4) &= \sqrt{6} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} \times 4 - 2 \times \sqrt{2} - 2 \times 4 \\ &= \sqrt{12} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \\ &= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \end{aligned}$$

Se simplifica.



Calcule las siguientes expresiones.

- |                                   |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a. $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{5} + 2)$ | b. $(\sqrt{3} + 3)(\sqrt{2} - 1)$ | c. $(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{6} - 4)$ |
| d. $(\sqrt{6} - 4)(\sqrt{2} - 2)$ | e. $(\sqrt{3} + 4)(\sqrt{3} - 5)$ | f. $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)$ |
| g. $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{3} - 3)$ | h. $(\sqrt{6} - 1)(\sqrt{3} - 1)$ | i. $(\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} - 5)$ |

#### Solucionario de los ejercicios:

- $$\begin{aligned} (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{5} + 2) &= \sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{2} \times 2 + 3 \times \sqrt{5} + 3 \times 2 \\ &= \sqrt{10} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 6 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 3)(\sqrt{2} - 1) &= \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{3} \times (-1) + 3 \times \sqrt{2} + 3 \times (-1) \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 3 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{5} + 3)(\sqrt{6} - 4) &= \sqrt{5} \times \sqrt{6} + \sqrt{5} \times (-4) + 3 \times \sqrt{6} + 3 \times (-4) \\ &= \sqrt{30} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 12 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{6} - 4)(\sqrt{2} - 2) &= \sqrt{6} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} \times (-2) - 4 \times \sqrt{2} - 4 \times (-2) \\ &= \sqrt{12} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8 \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8 \\ &= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 4)(\sqrt{3} - 5) &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times (-5) + 4 \times \sqrt{3} + 4 \times (-5) \\ &= 3 - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 20 \\ &= -\sqrt{3} - 17 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} + \sqrt{5} \times (-2) + 2 \times \sqrt{5} + 2 \times (-2) \\ &= 5 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{2} + 4)(\sqrt{3} - 3) &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times (-3) + 4 \times \sqrt{3} + 4 \times (-3) \\ &= \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 12 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (\sqrt{6} - 1)(\sqrt{3} - 1) &= \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{6} \times (-1) - 1 \times \sqrt{3} - 1 \times (-1) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{6} - \sqrt{3} + 1 \\ &= \sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{6} - \sqrt{3} + 1 \\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{6} - \sqrt{3} + 1 \end{aligned}$$

Ver ejercicios restantes en la página G146.

Fecha: dd - mm - aa

4-3-12 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma  $(a + b)(c + d)$

**P** Calcule.

$$(\sqrt{7} + 2)(\sqrt{5} - 4)$$

**S**

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{5} - 4) &= \sqrt{7} \times \sqrt{5} + \sqrt{7} \times (-4) + 2 \times \sqrt{5} + 2 \times (-4) \\ &= \sqrt{35} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 8 \end{aligned}$$

**C** La propiedad distributiva de la multiplicación se aplica a la operación de las raíces cuadradas.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (\sqrt{6} - 2)(\sqrt{2} + 4) &= \sqrt{6} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} \times 4 - 2 \times \sqrt{2} - 2 \times 4 \\ &= \sqrt{12} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \\ &= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 8 \end{aligned}$$

**E** Calcule.

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{5} + 2) &= \sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{2} \times 2 + 3 \times \sqrt{5} + 3 \times 2 \\ &= \sqrt{10} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 6 \end{aligned}$$



## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 13 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a+b)^2$ y $(a-b)^2$

#### Aprendizaje esperado:

Calcula raíces cuadradas de la forma  $(a+b)^2$  y  $(a-b)^2$ .

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

#### Clase 13 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma $(a+b)^2$ y $(a-b)^2$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(\sqrt{7}+2)^2$   
b.  $(\sqrt{3}-8)^2$



a. Forma 1.

La operación  $(\sqrt{7}+2)^2$  indica que se multiplica la base por ella misma, es decir:

$$(\sqrt{7}+2)^2 = (\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+2)$$

Se aplica la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} &= \sqrt{7} \times \sqrt{7} + \sqrt{7} \times 2 + 2 \times \sqrt{7} + 2 \times 2 \\ &= 7 + 4\sqrt{7} + 4 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

Forma 2.

Aplique el producto notable  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} (\sqrt{7}+2)^2 &= (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2 \\ &= 7 + 4\sqrt{7} + 4 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

b. Aplique el producto notable  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} (\sqrt{3}-8)^2 &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 8 + 8^2 \\ &= 3 - 16\sqrt{3} + 64 \\ &= 67 - 16\sqrt{3} \end{aligned}$$



Los productos notables  $(a+b)^2$  y  $(a-b)^2$  se aplican a las operaciones de raíces cuadradas.

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$



Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $(\sqrt{3}+2)^2$       b.  $(\sqrt{2}-5)^2$       c.  $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$       d.  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$   
e.  $(\sqrt{6}+2)^2$       f.  $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$       g.  $(\sqrt{8}-3)^2$       h.  $(\sqrt{10}+1)^2$   
i.  $(\sqrt{3}+5)^2$       j.  $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2$       k.  $(\sqrt{7}-5)^2$       l.  $(\sqrt{8}+3)^2$

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $(\sqrt{3}+2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2$   
 $= 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$   
b.  $(\sqrt{2}-5)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 5 + 5^2 = 2 - 10\sqrt{2} + 25$   
 $= 27 - 10\sqrt{2}$   
c.  $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$   
 $= 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$   
d.  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$   
 $= 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$   
e.  $(\sqrt{6}+2)^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 2 + 2^2$   
 $= 6 + 4\sqrt{6} + 4 = 10 + 4\sqrt{6}$   
f.  $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$   
 $= 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + 2\sqrt{10}$   
g.  $(\sqrt{8}-3)^2 = (\sqrt{8})^2 - 2 \times \sqrt{8} \times 3 + 3^2$   
 $= 8 - 6\sqrt{8} + 9 = 17 - 6\sqrt{8}$   
 $(= 17 - 6 \times 2\sqrt{2} = 17 - 12\sqrt{2})$   
h.  $(\sqrt{10}+1)^2 = (\sqrt{10})^2 + 2 \times \sqrt{10} \times 1 + 1^2$   
 $= 10 + 2\sqrt{10} + 1 = 11 + 2\sqrt{10}$   
i.  $(\sqrt{3}+5)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 5 + 5^2$   
 $= 3 + 10\sqrt{3} + 25 = 28 + 10\sqrt{3}$   
j.  $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2 = (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$   
 $= 6 - 2\sqrt{30} + 5 = 11 - 2\sqrt{30}$   
k.  $(\sqrt{7}-5)^2 = (\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 5 + 5^2$   
 $= 7 - 10\sqrt{7} + 25 = 32 - 10\sqrt{7}$   
l.  $(\sqrt{8}+3)^2 = (\sqrt{8})^2 + 2 \times \sqrt{8} \times 3 + 3^2$   
 $= 8 + 6\sqrt{8} + 9 = 17 + 6\sqrt{8}$   
 $(= 17 + 6 \times 2\sqrt{2} = 17 + 12\sqrt{2})$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-13 Operaciones combinadas de raíces cuadradas de la forma  $(a+b)^2$  y  $(a-b)^2$

(P) Calcule.

- a.  $(\sqrt{7}+2)^2$   
b.  $(\sqrt{3}-8)^2$

(S) a. Forma 1. Aplique la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} (\sqrt{7}+2)^2 &= (\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+2) \\ &= \sqrt{7} \times \sqrt{7} + \sqrt{7} \times 2 + 2 \times \sqrt{7} + 2 \times 2 \\ &= 7 + 4\sqrt{7} + 4 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

Forma 2. Aplique el producto notable  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} (\sqrt{7}+2)^2 &= (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2 \\ &= 7 + 4\sqrt{7} + 4 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

b. Aplique el producto notable  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} (\sqrt{3}-8)^2 &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 8 + 8^2 \\ &= 3 - 16\sqrt{3} + 64 \\ &= 67 - 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

(C) Los productos notables del cuadrado de la suma y la diferencia de binomios  $(a+b)^2$  y  $(a-b)^2$  se aplican a las operaciones de raíces cuadradas.

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

(E) Calcule.

$$\begin{aligned} \text{a. } (\sqrt{3}+2)^2 &= (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2 \\ &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \\ &= 7 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (\sqrt{2}-5)^2 &= (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 5 + 5^2 = 2 - 10\sqrt{2} + 25 \\ &= 27 - 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

## Sección 3 Operaciones básicas con radicales

### Clase 14 Jerarquía de operaciones

#### Aprendizaje esperado:

Calcula una expresión que contiene raíces cuadradas respetando el orden de las operaciones.

#### Sección 3 Operaciones básicas con radicales

##### Clase 14 Jerarquía de operaciones

**P**

Calcule las siguientes expresiones.

a.  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2} \times \sqrt{24}$

b.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{30} \div \sqrt{5}$

**S**

a.  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2} \times \sqrt{24} = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2 \times 24}$   
 $= \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$   
 $= \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3}$   
 $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$   
 $= (2 + 3 - 4)\sqrt{3}$   
 $= \sqrt{3}$

Se multiplica la raíz cuadrada.

Se simplifican las raíces cuadradas.

Se suma o se resta.

b.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{30} \div \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{\frac{30}{5}}$   
 $= \sqrt{6} + \sqrt{6}$   
 $= (1 + 1)\sqrt{6}$   
 $= 2\sqrt{6}$

Se multiplican y se dividen las raíces cuadradas.

Se suma.

**C**

En la resolución de operaciones combinadas de raíces cuadradas:

Paso 1. Se multiplica y se divide de izquierda a derecha.

Paso 2. Se suma y se resta de izquierda a derecha.

**E**

Calcule las siguientes expresiones.

a.  $2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{12}$

b.  $\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{6} \div \sqrt{3}$

c.  $\sqrt{5} \times \sqrt{3} + \sqrt{75} \div \sqrt{5}$

d.  $\sqrt{7} \times \sqrt{2} + \sqrt{56} \div \sqrt{4}$

e.  $\sqrt{12} \times \sqrt{3} - \sqrt{27} \times \sqrt{3}$

f.  $3\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{30} \div \sqrt{3}$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{12} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2 \times 6} - \sqrt{12}$   
 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

b.  $\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{8} - \sqrt{50} + \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$   
 $= \sqrt{2^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 2} + 3\sqrt{\frac{6}{3}}$   
 $= 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2 - 5 + 3)\sqrt{2} = 0$

c.  $\sqrt{5} \times \sqrt{3} + \sqrt{75} \div \sqrt{5} = \sqrt{5 \times 3} + \sqrt{\frac{75}{5}} = \sqrt{15} + \sqrt{15}$   
 $= (1 + 1)\sqrt{15} = 2\sqrt{15}$

d.  $\sqrt{7} \times \sqrt{2} + \sqrt{56} \div \sqrt{4} = \sqrt{7 \times 2} + \sqrt{\frac{56}{4}} = \sqrt{14} + \sqrt{14}$   
 $= (1 + 1)\sqrt{14} = 2\sqrt{14}$

e.  $\sqrt{12} \times \sqrt{3} - \sqrt{27} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} - \sqrt{27 \times 3}$   
 $= \sqrt{36} - \sqrt{81} = \sqrt{6^2} - \sqrt{9^2} = 6 - 9 = -3$

f.  $3\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{30} \div \sqrt{3} = 3\sqrt{2 \times 5} - \sqrt{\frac{30}{3}}$   
 $= 3\sqrt{10} - \sqrt{10} = (3 - 1)\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$

Fecha: dd - mm - aa

4-3-14 Jerarquía de operaciones

**P** Calcule.

a.  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2} \times \sqrt{24}$

b.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{30} \div \sqrt{5}$

**S** a.  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2} \times \sqrt{24} = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{2 \times 24}$   
 $= \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$   
 $= \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3}$   
 $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$   
 $= (2 + 3 - 4)\sqrt{3}$   
 $= \sqrt{3}$

b.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{30} \div \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{\frac{30}{5}}$   
 $= \sqrt{6} + \sqrt{6}$   
 $= (1 + 1)\sqrt{6}$   
 $= 2\sqrt{6}$

**C** En la resolución de operaciones combinadas de raíces cuadradas:

Paso 1. Se multiplica y se divide de izquierda a derecha.

Paso 2. Se suma y se resta de izquierda a derecha.

**E** Calcule.

a.  $2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{12} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2 \times 6} - \sqrt{12}$   
 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{12}$   
 $= 2\sqrt{3}$

### Sección 3, clase 12

i.  $(\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} - 5)$   
 $= \sqrt{7} \times \sqrt{7} + \sqrt{7} \times (-5) - 5 \times \sqrt{7} - 5 \times (-5)$   
 $= 7 - 5\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 25$   
 $= 32 - 10\sqrt{7}$

## Ejercitación A

1. Expresa los siguientes números sin el símbolo radical.

- a.  $\sqrt{25}$       b.  $-\sqrt{36}$       c.  $\sqrt{64}$       d.  $-\sqrt{100}$

2. Encuentre la raíz cuadrada de los siguientes números.

- a. 16      b. 49      c. 81      d. 121

3. Escriba el símbolo “&lt;” o “&gt;” en el cuadro, según corresponda.

- a.  $\sqrt{3} \square \sqrt{6}$       b.  $-\sqrt{2} \square -\sqrt{5}$       c.  $\sqrt{6} \square -\sqrt{6}$

4. Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $\sqrt{5} \times \sqrt{2}$       b.  $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{5}$       c.  $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$       d.  $\sqrt{5} \times (-\sqrt{6})$   
 e.  $\sqrt{6} \div \sqrt{3}$       f.  $(-\sqrt{10}) \div \sqrt{2}$       g.  $\sqrt{14} \div \sqrt{3}$       h.  $\sqrt{2} \div (-\sqrt{7})$

5. Expresa las siguientes raíces cuadradas de la forma  $\sqrt{c}$ .

- a.  $2\sqrt{3}$       b.  $3\sqrt{6}$       c.  $5\sqrt{2}$       d.  $4\sqrt{3}$

6. Simplifique los siguientes números.

- a.  $\sqrt{2^2 \times 5}$       b.  $\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5}$       c.  $\sqrt{8}$       d.  $\sqrt{18}$

7. Racionalice el denominador de las siguientes fracciones.

- a.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       b.  $\frac{2}{\sqrt{6}}$       c.  $\frac{4}{\sqrt{2}}$       d.  $\frac{7}{\sqrt{10}}$

8. Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$       b.  $6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$       c.  $7\sqrt{5} + \sqrt{5}$   
 d.  $5\sqrt{10} - 8\sqrt{10}$       e.  $4\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$       f.  $2\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$   
 g.  $9\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$       h.  $7\sqrt{11} - 2\sqrt{11}$       i.  $3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$   
 j.  $5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$       k.  $7\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$       l.  $8\sqrt{7} - 11\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$   
 m.  $2\sqrt{6} + 9\sqrt{6} + 8\sqrt{6}$       n.  $4\sqrt{11} - 5\sqrt{11} - 10\sqrt{11}$       o.  $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$   
 p.  $10\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$       q.  $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 11\sqrt{3}$

9. Calcule las siguientes expresiones.

- a.  $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 5)$       b.  $\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)$       c.  $5(\sqrt{8} + 3)$   
 d.  $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{2} + 2)$       e.  $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} - 2)$       f.  $(\sqrt{3} - 4)(\sqrt{6} + 1)$   
 g.  $(\sqrt{2} - 4)(\sqrt{7} - 2)$       h.  $(\sqrt{6} + 3)(\sqrt{6} + 5)$       i.  $(\sqrt{8} - 2)(\sqrt{8} - 3)$   
 j.  $(\sqrt{2} + 3)^2$       k.  $(\sqrt{3} - 4)^2$       l.  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

## Solucionario:

- a.  $\sqrt{25} = 5$       b.  $-\sqrt{36} = -6$   
 c.  $\sqrt{64} = 8$       d.  $-\sqrt{100} = -10$
- a.  $\pm 4$       b.  $\pm 7$   
 c.  $\pm 9$       d.  $\pm 11$
- a.  $\sqrt{3} \square \sqrt{6}$       b.  $-\sqrt{2} \square -\sqrt{5}$   
 c.  $\sqrt{6} \square -\sqrt{6}$
- a.  $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5 \times 2}$   
 $= \sqrt{10}$   
 b.  $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{5} = -\sqrt{3 \times 5}$   
 $= -\sqrt{15}$   
 c.  $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7}$   
 $= \sqrt{14}$   
 d.  $\sqrt{5} \times (-\sqrt{6}) = -\sqrt{5 \times 6}$   
 $= -\sqrt{30}$   
 e.  $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$   
 $= \sqrt{\frac{6}{3}}$   
 $= \sqrt{2}$   
 f.  $(-\sqrt{10}) \div \sqrt{2} = -\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$   
 $= -\sqrt{\frac{10}{2}}$   
 $= -\sqrt{5}$   
 g.  $\sqrt{14} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$   
 $= \sqrt{\frac{14}{3}}$   
 h.  $\sqrt{2} \div (-\sqrt{7}) = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$   
 $= -\sqrt{\frac{2}{7}}$
- a.  $2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{4 \times 3}$   
 $= \sqrt{12}$   
 b.  $3\sqrt{6} = 3 \times \sqrt{6}$   
 $= \sqrt{3^2} \times \sqrt{6}$   
 $= \sqrt{9} \times \sqrt{6}$   
 $= \sqrt{9 \times 6}$   
 $= \sqrt{54}$   
 c.  $5\sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2}$   
 $= \sqrt{5^2} \times \sqrt{2}$   
 $= \sqrt{25} \times \sqrt{2}$   
 $= \sqrt{25 \times 2}$   
 $= \sqrt{50}$   
 d.  $4\sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{4^2} \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{16 \times 3}$   
 $= \sqrt{48}$

$$6. \quad \begin{aligned} \text{a.} \quad & \sqrt{2^2 \times 5} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \\ \text{b.} \quad & \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = 2 \times 3 \times \sqrt{5} \\ & = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{c.} \quad \begin{aligned} \sqrt{8} &= \sqrt{2^2 \times 2} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{d.} \quad \begin{aligned} \sqrt{18} &= \sqrt{2 \times 3^2} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$7. \quad \begin{aligned} \text{a.} \quad & \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b.} \quad \begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{6}} &= \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{(\sqrt{6})^2} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{c.} \quad \begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{2}} &= \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{d.} \quad \begin{aligned} \frac{7}{\sqrt{10}} &= \frac{7}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{7 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} \\ &= \frac{7\sqrt{10}}{(\sqrt{10})^2} \\ &= \frac{7\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$8. \quad \begin{aligned} \text{a.} \quad & 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2+4)\sqrt{3} \\ & = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{b.} \quad \begin{aligned} 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} &= (6-3)\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{c.} \quad \begin{aligned} 7\sqrt{5} + \sqrt{5} &= (7+1)\sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{d.} \quad \begin{aligned} 5\sqrt{10} - 8\sqrt{10} &= (5-8)\sqrt{10} \\ &= -3\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\text{e.} \quad \begin{aligned} 4\sqrt{7} + 7\sqrt{7} &= (4+7)\sqrt{7} \\ &= 11\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\text{f.} \quad \begin{aligned} 2\sqrt{6} - 8\sqrt{6} &= (2-8)\sqrt{6} \\ &= -6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{g.} \quad \begin{aligned} 9\sqrt{3} + 6\sqrt{3} &= (9+6)\sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{h.} \quad \begin{aligned} 7\sqrt{11} - 2\sqrt{11} &= (7-2)\sqrt{11} \\ &= 5\sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\text{i.} \quad \begin{aligned} 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} &= (3+6+2)\sqrt{2} \\ &= 11\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{j.} \quad \begin{aligned} 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3} &= (5-1-3)\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{k.} \quad \begin{aligned} 7\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} &= (7+3+4)\sqrt{5} \\ &= 14\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{l.} \quad \begin{aligned} 8\sqrt{7} - 11\sqrt{7} - 3\sqrt{7} &= (8-11-3)\sqrt{7} \\ &= -6\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\text{m.} \quad \begin{aligned} 2\sqrt{6} + 9\sqrt{6} + 8\sqrt{6} &= (2+9+8)\sqrt{6} \\ &= 19\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{n.} \quad \begin{aligned} 4\sqrt{11} - 5\sqrt{11} - 10\sqrt{11} &= (4-5-10)\sqrt{11} \\ &= -11\sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\text{o.} \quad \begin{aligned} 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} &= (4+5-3)\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{p.} \quad \begin{aligned} 10\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} &= (10-6+3)\sqrt{5} \\ &= 7\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{q.} \quad \begin{aligned} 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 11\sqrt{3} &= (2+5-11)\sqrt{3} \\ &= -4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$9. \quad \begin{aligned} \text{a.} \quad & \sqrt{2}(\sqrt{2}+5) \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times 5 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2} \\ &= 2 + 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{b.} \quad \begin{aligned} & \sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times (-2) \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \\ &= 3 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{c.} \quad \begin{aligned} & 5(\sqrt{8}+3) \\ &= 5\sqrt{8} + 5 \times 3 \\ &= 5\sqrt{2^2 \times 2} + 15 \\ &= 5 \times 2\sqrt{2} + 15 \\ &= 10\sqrt{2} + 15 \end{aligned}$$

$$\text{d.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{5}+2)(\sqrt{2}+2) \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{5} \times 2 + 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 2 \\ &= \sqrt{10} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 4 \end{aligned}$$

$$\text{e.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}-2) \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{3} \times (-2) + 1 \times \sqrt{2} + 1 \times (-2) \\ &= \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

$$\text{f.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{3}-4)(\sqrt{6}+1) \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times 1 - 4 \times \sqrt{6} - 4 \times 1 \\ &= \sqrt{18} + \sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 4 \\ &= \sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 4 \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 4 \end{aligned}$$

$$\text{g.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{2}-4)(\sqrt{7}-2) \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{2} \times (-2) - 4 \times \sqrt{7} - 4 \times (-2) \\ &= \sqrt{14} - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{7} + 8 \end{aligned}$$

$$\text{h.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}+5) \\ &= \sqrt{6} \times \sqrt{6} + \sqrt{6} \times 5 + 3 \times \sqrt{6} + 3 \times 5 \\ &= 6 + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 15 \\ &= 21 + 8\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{i.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{8}-2)(\sqrt{8}-3) \\ &= \sqrt{8} \times \sqrt{8} + \sqrt{8} \times (-3) - 2 \times \sqrt{8} - 2 \times (-3) \\ &= 8 - 3\sqrt{8} - 2\sqrt{8} + 6 \\ &= 14 - 5\sqrt{8} \quad (= 14 - 5 \times 2\sqrt{2} = 14 - 10\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\text{j.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{2}+3)^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times 3 + 3^2 \\ &= 2 + 6\sqrt{2} + 9 \\ &= 11 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{k.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{3}-4)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 4 + 4^2 \\ &= 3 - 8\sqrt{3} + 16 \\ &= 19 - 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{l.} \quad \begin{aligned} & (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ &= 5 + 2\sqrt{15} + 3 \\ &= 8 + 2\sqrt{15} \end{aligned}$$

## Ejercitación B

1. Analice si los siguientes enunciados son correctos. Si hay errores, muestre las respuestas correctas.

- La raíz cuadrada de 36 es 6.
- La raíz cuadrada de 16 es  $-4$ .
- La respuesta de  $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$  es 5.
- La respuesta de  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  es  $\sqrt{5}$ .

2. Identifique el número mayor de cada par de números.

- $2\sqrt{2}$
- $2\sqrt{5}$
- $-2\sqrt{3}$

3. Calcule las siguientes expresiones.

- $\sqrt{18} \times \sqrt{2}$
- $\sqrt{12} \times \sqrt{5}$
- $\sqrt{27} \times \sqrt{10}$
- $6\sqrt{2} \div 6$
- $\sqrt{6} \div (-\sqrt{3})$
- $\sqrt{4} \div \sqrt{25}$
- $\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10}$
- $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \div \sqrt{2}$
- $\sqrt{45} \div \sqrt{5} \div \sqrt{9}$

4. Calcule las siguientes expresiones.

- $\sqrt{24} + \sqrt{54}$
- $\sqrt{48} - \sqrt{12}$
- $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108}$
- $\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}$
- $\sqrt{18} - \frac{4}{\sqrt{2}}$
- $2\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$
- $5\sqrt{3} - \frac{6}{\sqrt{3}}$
- $\sqrt{40} + \frac{5}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{10}}{2}$
- $\sqrt{75} - \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{12}}$
- $\sqrt{50} + \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{16}{\sqrt{8}}$

5. Calcule las siguientes expresiones.

- $(2 + 3\sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2})$
- $(4\sqrt{2} - 1)^2$
- $4\sqrt{6} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{54}$
- $\sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{50} \div \sqrt{5}$
- $\sqrt{32} \times \sqrt{2} - \sqrt{50} \times \sqrt{2}$
- $\sqrt{100} \div \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{10}$

6. Cuando  $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  y  $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ , encuentre el resultado de las siguientes expresiones.

- $x + y$
- $x - y$
- $xy$

## Solucionario:

- No es correcto: la raíz cuadrada de 36 es  $\pm 6$ .
  - No es correcto: la raíz cuadrada de 16 es  $\pm 4$ .
  - Es correcto.
  - No es correcto: la respuesta de  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  es  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

- 2
  - $\sqrt{5}$
  - $-\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} 3. \quad a. \quad \sqrt{18} \times \sqrt{2} &= \sqrt{18 \times 2} \\ &= \sqrt{2 \times 3^2 \times 2} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2} \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad \sqrt{12} \times \sqrt{5} &= \sqrt{12 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 5} \\ &= 2 \times \sqrt{3 \times 5} \\ &= 2\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. \quad \sqrt{27} \times \sqrt{10} &= \sqrt{27 \times 10} \\ &= \sqrt{3^2 \times 3 \times 2 \times 5} \\ &= 3 \times \sqrt{3 \times 2 \times 5} \\ &= 3\sqrt{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d. \quad 6\sqrt{2} \div 6 &= \frac{6\sqrt{2}}{6} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e. \quad \sqrt{6} \div (-\sqrt{3}) &= -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \\ &= -\sqrt{\frac{6}{3}} \\ &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f. \quad \sqrt{4} \div \sqrt{25} &= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{5^2}} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g. \quad \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10} &= \sqrt{2 \times 5 \times 10} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h. \quad \sqrt{6} \times \sqrt{8} \div \sqrt{2} &= \sqrt{6 \times 8} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6 \times 8}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{48}{2}} \\ &= \sqrt{24} \\ &= \sqrt{2^2 \times 6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i. \quad \sqrt{45} \div \sqrt{5} \div \sqrt{9} &= \sqrt{45} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{9}} \\ &= \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5} \times \sqrt{9}} \\ &= \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{45}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad a. \quad \sqrt{24} + \sqrt{54} &= \sqrt{2^2 \times 6} + \sqrt{3^2 \times 6} \\ &= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sqrt{48} - \sqrt{12} &= \sqrt{4^2 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 3} \\ &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108} \\ &= \sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{3^2 \times 3} + \sqrt{6^2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= (5 - 3 + 6)\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} &= \sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} + \frac{4\sqrt{2}}{2} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } \sqrt{18} - \frac{4}{\sqrt{2}} &= \sqrt{3^2 \times 2} - \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= 3\sqrt{2} - \frac{4\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } 2\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}} &= 2\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= 2\sqrt{5} + \frac{10\sqrt{5}}{5} \\ &= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } 5\sqrt{3} - \frac{6}{\sqrt{3}} &= 5\sqrt{3} - \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 5\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } \sqrt{40} + \frac{5}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{10}}{2} &= \sqrt{2^2 \times 10} + \frac{5}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{10}}{2} \\ &= 2\sqrt{10} + \frac{5\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{2} \\ &= 2\sqrt{10} + \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2} \\ &= 2\sqrt{10} + \frac{2\sqrt{10}}{2} \\ &= 2\sqrt{10} + \sqrt{10} \\ &= 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i. } \sqrt{75} - \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{12}} \\ &= \sqrt{5^2 \times 3} - \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} \\ &= 5\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} - \frac{6\sqrt{12}}{12} \\ &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{12}}{2} \\ &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2^2 \times 3}}{2} \\ &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= (5 - 2 - 1)\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j. } \sqrt{50} + \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{16}{\sqrt{8}} \\ &= \sqrt{5^2 \times 2} + \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{16}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} \\ &= 5\sqrt{2} + \frac{6\sqrt{2}}{2} - \frac{16\sqrt{8}}{8} \\ &= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{8} \\ &= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2^2 \times 2} \\ &= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ &= (5 + 3 - 4)\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \text{ a. } (2 + 3\sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) \\ &= 2^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 4 - 3^2 \times (\sqrt{2})^2 \\ &= 4 - 9 \times 2 \\ &= 4 - 18 \\ &= -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (4\sqrt{2} - 1)^2 &= (4\sqrt{2})^2 - 2 \times 4\sqrt{2} \times 1 + 1^2 \\ &= 4^2 \times (\sqrt{2})^2 - 8\sqrt{2} + 1 \\ &= 16 \times 2 - 8\sqrt{2} + 1 \\ &= 32 - 8\sqrt{2} + 1 \\ &= 33 - 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 4\sqrt{6} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{54} &= 4\sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{3^2 \times 6} \\ &= 4\sqrt{6} + \sqrt{6} - 3\sqrt{6} \\ &= (4 + 1 - 3)\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{50} \div \sqrt{5} &= \sqrt{10} + \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{10} + \sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

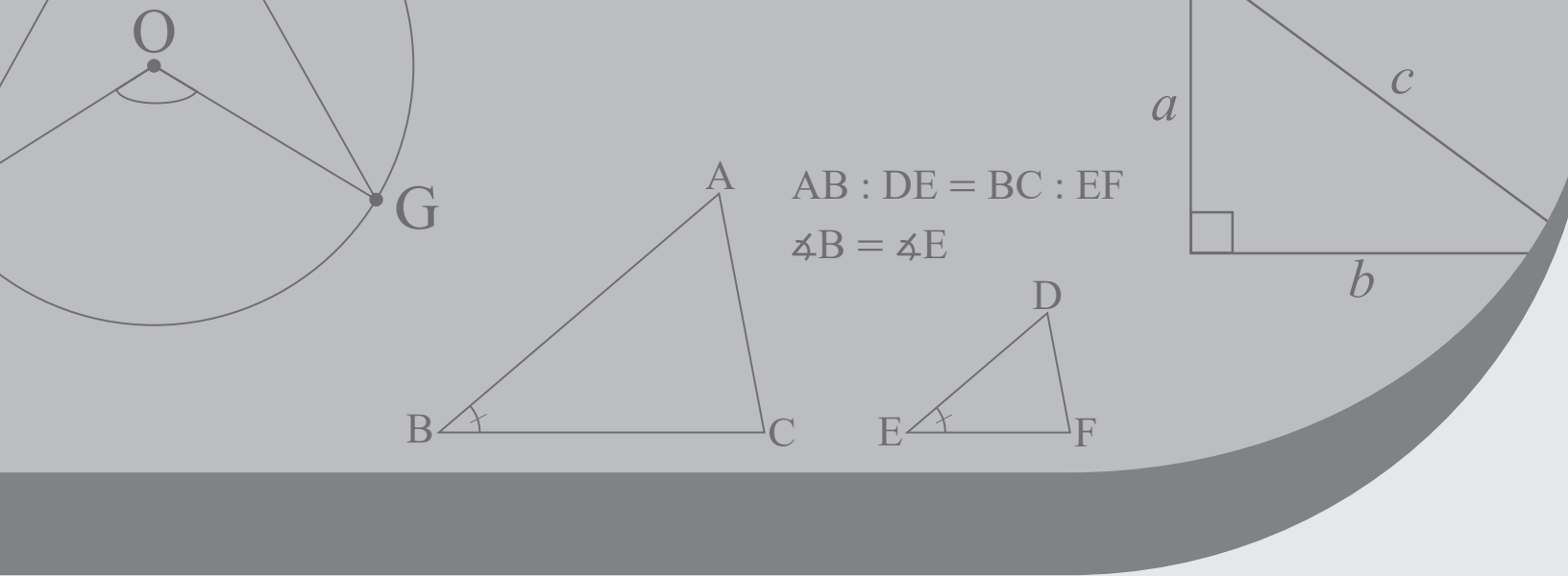
$$\begin{aligned} \text{e. } \sqrt{32} \times \sqrt{2} - \sqrt{50} \times \sqrt{2} &= \sqrt{64} - \sqrt{100} \\ &= \sqrt{8^2} - \sqrt{10^2} \\ &= 8 - 10 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } \sqrt{100} \div \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{10} &= \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{5}} + 3\sqrt{20} \\ &= \sqrt{20} + 3\sqrt{20} \\ &= 4\sqrt{20} \\ &= 4\sqrt{2^2 \times 5} \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \text{ a. } x + y &= (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } x - y &= (\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } xy &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$



# Unidad 5 —

# Geometría



| Competencia                                                            | Indicador de logro                                                                          | Sección          | Clase                                                                              | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                     |
|------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Identifica elementos comunes en patrones algebraicos y geométricos. | 1.3 Resuelve problemas en los que se involucran propiedades y relaciones de los triángulos. | 1. Congruencia   | 1.1 Concepto de congruencia de figuras                                             | Identifica vértices, lados y ángulos correspondientes en las figuras congruentes.                              |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 1.2 Condición de congruencia de triángulos                                         | Representa la relación de un par de triángulos congruentes usando el símbolo de congruencia.                   |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 1.3 Primer criterio de congruencia: LLL                                            | Identifica los triángulos congruentes con el criterio Lado-Lado-Lado (LLL).                                    |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 1.4 Segundo criterio de congruencia: ALA                                           | Identifica los triángulos congruentes con el criterio Ángulo-Lado-Ángulo (ALA).                                |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 1.5 Tercer criterio de congruencia: LAL                                            | Identifica los triángulos congruentes con el criterio Lado-Ángulo-Lado (LAL).                                  |
|                                                                        | 1.2 Aplica relaciones geométricas en la resolución de problemas.                            | 2. Triángulos    | 2.1 Triángulos isósceles                                                           | Identifica los triángulos isósceles.                                                                           |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.2 Teorema del triángulo isósceles                                                | Determina la medida de los ángulos con el teorema del triángulo isósceles.                                     |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.3 Bisectriz del ángulo de un triángulo isósceles                                 | Demuestra que la bisectriz es mediatriz del lado opuesto en un triángulo isósceles.                            |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.4 Triángulos equiláteros                                                         | Identifica las características de los triángulos equiláteros.                                                  |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.5 Recíproco del teorema del triángulo isósceles                                  | Identifica los triángulos isósceles a partir de la medida de sus ángulos.                                      |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.6 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (1)                          | Identifica los triángulos congruentes a partir de la hipotenusa y un ángulo agudo.                             |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 2.7 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (2)                          | Identifica los triángulos congruentes a partir de la hipotenusa y un cateto.                                   |
|                                                                        |                                                                                             | 3. Cuadriláteros | 3.1 Definición de paralelogramos                                                   | Identifica un paralelogramo.                                                                                   |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.2 Características de paralelogramos (lados y ángulos opuestos son congruentes)   | Encuentra la longitud de un lado de un paralelogramo.<br>Encuentra la medida de un ángulo de un paralelogramo. |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.3 Características de paralelogramos (diagonales se intersecan en el punto medio) | Encuentra la longitud de una diagonal de un paralelogramo.                                                     |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.4 Condiciones para un paralelogramo (1)                                          | Identifica un paralelogramo a partir de las medidas de sus lados.                                              |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.5 Condiciones para un paralelogramo (2)                                          | Identifica un paralelogramo a partir de las medidas de sus ángulos.                                            |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.6 Condiciones para un paralelogramo (3)                                          | Demuestra que un cuadrilátero es un paralelogramo.                                                             |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.7 Características de rombos                                                      | Demuestra que un rombo es un paralelogramo.                                                                    |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.8 Características de rectángulos                                                 | Demuestra que un rectángulo es un paralelogramo.                                                               |
|                                                                        |                                                                                             |                  | 3.9 Características de cuadrados                                                   | Demuestra que un cuadrado es un paralelogramo.                                                                 |

|                                                                                             |                                          |                                                                   |                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.3 Resuelve problemas en los que se involucran propiedades y relaciones de los triángulos. | 4. Semejantes                            | 4.1 Concepto de semejanza                                         | Identifica la semejanza de dos figuras.                                                                                                                                           |
|                                                                                             |                                          | 4.2 Características de figuras semejantes (1)                     | Identifica si dos figuras son semejantes a partir de sus ángulos correspondientes.                                                                                                |
|                                                                                             |                                          | 4.3 Características de figuras semejantes (2)                     | Identifica si dos figuras son semejantes a partir de sus lados correspondientes.                                                                                                  |
|                                                                                             |                                          | 4.4 Criterio de semejanza de triángulos: LLL                      | Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Lado-Lado-Lado (LLL).<br>Encuentra la longitud del lado de un triángulo semejante usando la razón de semejanza. |
|                                                                                             |                                          | 4.5 Criterio de semejanza de triángulos: LAL                      | Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Lado-Ángulo-Lado (LAL).                                                                                         |
|                                                                                             |                                          | 4.6 Criterio de semejanza de triángulos: AA                       | Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Ángulo-Ángulo (AA).                                                                                             |
| 1.2 Aplica relaciones geométricas en la resolución de problemas.                            | 5. Círculo y circunferencia              | 5.1 Perímetro de circunferencias                                  | Encuentra el perímetro de una circunferencia.                                                                                                                                     |
|                                                                                             |                                          | 5.2 Área de círculos                                              | Encuentra el área de un círculo.                                                                                                                                                  |
|                                                                                             | 6. Ángulos notables en la circunferencia | 6.1 Ángulo central y ángulo inscrito de circunferencias           | Identifica un ángulo central en la circunferencia.<br>Identifica un ángulo inscrito en la circunferencia.                                                                         |
|                                                                                             |                                          | 6.2 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (1)          | Encuentra la medida del ángulo central e inscrito.                                                                                                                                |
| 1.3 Resuelve problemas en los que se involucran propiedades y relaciones de los triángulos. | 7. Teorema de Pitágoras                  | 7.1 Demostración del teorema de Pitágoras                         | Verifica el teorema de Pitágoras usando triángulos rectángulos.                                                                                                                   |
|                                                                                             |                                          | 7.2 Cálculo de la longitud de hipotenusa                          | Encuentra la longitud de una hipotenusa usando el teorema de Pitágoras.                                                                                                           |
|                                                                                             |                                          | 7.3 Cálculo de la longitud de catetos                             | Encuentra la longitud de un cateto usando el teorema de Pitágoras.                                                                                                                |
|                                                                                             |                                          | 7.4 Recíproco del teorema de Pitágoras                            | Identifica un triángulo rectángulo usando el teorema de Pitágoras.                                                                                                                |
|                                                                                             | 8. Razones trigonométricas               | 8.1 Razones trigonométricas                                       | Calcula seno, coseno y tangente de un triángulo rectángulo.                                                                                                                       |
|                                                                                             |                                          | 8.2 Triángulos rectángulos especiales                             | Encuentra la razón de tres lados de triángulos rectángulos especiales.                                                                                                            |
|                                                                                             |                                          | 8.3 Razones trigonométricas para ángulos especiales               | Identifica los valores de las razones trigonométricas de $30^\circ$ , $45^\circ$ y $60^\circ$ .                                                                                   |
|                                                                                             |                                          | 8.4 Cálculo de medidas de razones trigonométricas por calculadora | Calcula seno, coseno y tangente usando la calculadora.                                                                                                                            |
| 1.2 Aplica relaciones geométricas en la resolución de problemas.                            | 9. Transformaciones                      | 9.1 Traslación de figuras geométricas                             | Construye una figura utilizando el concepto de traslación.                                                                                                                        |
|                                                                                             |                                          | 9.2 Rotación de figuras geométricas                               | Encuentra el ángulo de rotación de una figura con respecto al centro de rotación.                                                                                                 |

|  |  |  |                                                         |                                                       |
|--|--|--|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|  |  |  | 9.3 Reflexión de figuras geométricas                    | Construye una figura usando el concepto de reflexión. |
|  |  |  | 9.4 Ejercicios de transformación de figuras geométricas | Identifica tipos de transformaciones de figuras.      |

# Sección 1 Congruencia

## Clase 1 Concepto de congruencia de figuras

### Aprendizaje esperado:

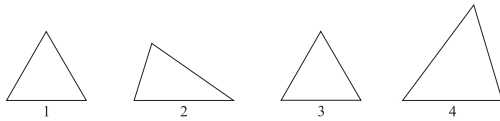
Identifica vértices, lados y ángulos correspondientes en las figuras congruentes.

### Sección 1 Congruencia

#### Clase 1 Concepto de congruencia de figuras

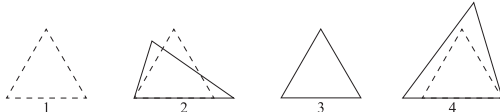
**P**

¿Qué sucede si se sobrepone el triángulo 1 en los triángulos 2, 3 y 4?

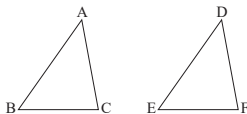


**S**

Al sobreponer el triángulo 1 en el triángulo 2, 3 y 4 se observa que el triángulo 1 coincide con el triángulo 3 en todos sus lados y ángulos.

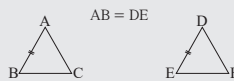


Cuando dos triángulos son congruentes, los vértices, lados y ángulos correspondientes coinciden.

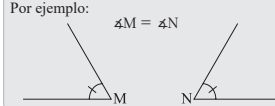


| Elementos correspondientes |         |                         |
|----------------------------|---------|-------------------------|
| Vértices                   | Lados   | Ángulos                 |
| A y D                      | AB y DE | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y E                      | BC y EF | $\angle B$ y $\angle E$ |
| C y F                      | CA y FD | $\angle C$ y $\angle F$ |

Cuando dos lados tienen igual longitud se dice que son congruentes.  
Por ejemplo:



Dos ángulos son congruentes si tienen la misma medida.  
Por ejemplo:

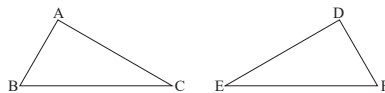


**C**

A dos figuras que coinciden cuando se sobreponen de manera directa o colocándolas al revés se les llama **figuras congruentes**. Los vértices, lados y ángulos que coinciden al sobreponer dos figuras congruentes son **homólogos** o **correspondientes**.

**E**

Los siguientes triángulos son congruentes. Identifique los vértices, lados y ángulos correspondientes.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 119

### Solucionario de los ejercicios:

| Vértices | Lados   | Ángulos                 |
|----------|---------|-------------------------|
| A y D    | AB y DF | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y F    | BC y FE | $\angle B$ y $\angle F$ |
| C y E    | CA y ED | $\angle C$ y $\angle E$ |

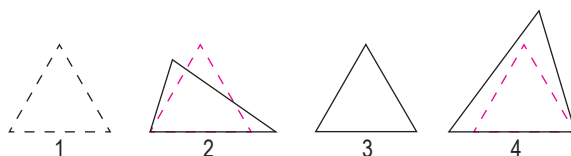
Fecha: dd – mm – aa

5-1-1 Concepto de congruencia de figuras

**P**

¿Qué sucede si se sobrepone el triángulo 1 en los triángulos 2, 3 y 4?

**S**

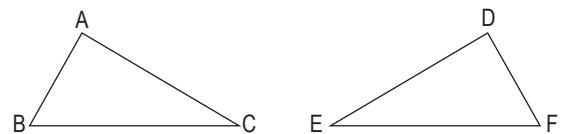


**C**

A dos figuras que coinciden cuando se sobreponen de manera directa o colocándolas al revés se les llama **figuras congruentes**.

Los vértices, lados y ángulos que coinciden al sobreponer dos figuras congruentes son **homólogos** o **correspondientes**.

**E** Identifique los vértices, lados y ángulos correspondientes.



| Vértices | Lados   | Ángulos                 |
|----------|---------|-------------------------|
| A y D    | AB y DF | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y F    | BC y FE | $\angle B$ y $\angle F$ |
| C y E    | CA y ED | $\angle C$ y $\angle E$ |

## Sección 1 Congruencia

### Clase 2 Condición de congruencia de triángulos

#### Aprendizaje esperado:

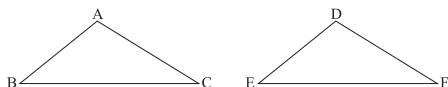
Representa la relación de un par de triángulos congruentes usando el símbolo de congruencia.

#### Sección 1 Congruencia

#### Clase 2 Condición de congruencia de triángulos

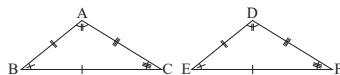


Compare los lados y los ángulos de los siguientes triángulos congruentes. Utilice regla y transportador.



Cuando se comparan los lados se observa que:

$AB = DE$   
 $BC = EF$   
 $CA = FD$



Cuando se comparan los ángulos se observa que:

$\angle A = \angle D$   
 $\angle B = \angle E$   
 $\angle C = \angle F$

A dos triángulos que coinciden en sus lados y ángulos se les llama triángulos congruentes.



Cuando el  $\triangle ABC$  es congruente con el  $\triangle DEF$ , se simboliza como  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  y se lee "el triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF".



Cuando se simboliza la congruencia entre dos triángulos, es importante que las letras de los vértices estén en el orden de los vértices correspondientes.

Es incorrecto decir que el  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ .

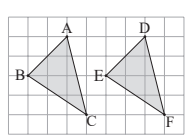


Cuando los ángulos y los lados correspondientes son iguales, los triángulos son congruentes. Para indicar congruencia se utiliza el símbolo " $\cong$ ".



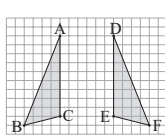
En los siguientes triángulos, indique con el símbolo " $\cong$ " en caso de que sean congruentes. Escriba los vértices, lados y ángulos correspondientes.

a.



¡Cuidado con el orden para nombrar los vértices, lados y ángulos correspondientes!

b.



#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

| Vértices | Lados   | Ángulos                 |
|----------|---------|-------------------------|
| A y D    | AB y DE | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y E    | BC y EF | $\angle B$ y $\angle E$ |
| C y F    | CA y FD | $\angle C$ y $\angle F$ |

b.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$

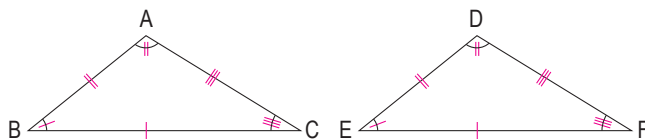
| Vértices | Lados   | Ángulos                 |
|----------|---------|-------------------------|
| A y D    | AB y DF | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y F    | BC y FE | $\angle B$ y $\angle F$ |
| C y E    | CA y ED | $\angle C$ y $\angle E$ |

Fecha: dd - mm - aa

5-1-2 Condición de congruencia de triángulos

(P) Compare los lados y los ángulos de los triángulos congruentes.

(S)



| Lados     | Ángulos               |
|-----------|-----------------------|
| $AB = DE$ | $\angle A = \angle D$ |
| $BC = EF$ | $\angle B = \angle E$ |
| $CA = FD$ | $\angle C = \angle F$ |

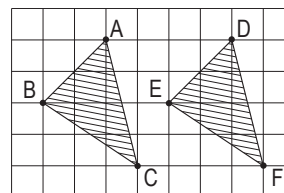
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

El triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF.

(C) Cuando los ángulos y los lados correspondientes son iguales, los triángulos son congruentes. Para indicar congruencia se utiliza el símbolo " $\cong$ ".

(E) Indique con " $\cong$ " en caso de que sean congruentes. Escriba los vértices, lados y ángulos correspondientes.

a.



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

| Vértices | Lados   | Ángulos                 |
|----------|---------|-------------------------|
| A y D    | AB y DE | $\angle A$ y $\angle D$ |
| B y E    | BC y EF | $\angle B$ y $\angle E$ |
| C y F    | CA y FD | $\angle C$ y $\angle F$ |

# Sección 1 Congruencia

## Clase 3 Primer criterio de congruencia: LLL

### Aprendizaje esperado:

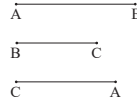
Identifica los triángulos congruentes con el criterio Lado-Lado-Lado (LLL).

#### Sección 1 Congruencia

#### Clase 3 Primer criterio de congruencia: LLL

**P**

- Construya un triángulo cuyos lados tengan las medidas de los segmentos que están a la derecha. Utilice regla y compás.
- Compare los resultados obtenidos con otros estudiantes. ¿Cómo son los triángulos?



**S**

- Trace un segmento de longitud BC.
  - Trace un arco de radio AB con centro en B y otro de radio CA con centro en C.



- Identifique la intersección entre los arcos como A.
  - Una los puntos para formar el  $\triangle ABC$ .

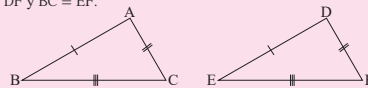


- Los triángulos coinciden en todas las medidas. Es decir, sus lados y ángulos correspondientes son iguales sin importar la posición.

**G**

Primer criterio de congruencia:

Dos triángulos son congruentes si sus tres lados correspondientes son congruentes. Este criterio se conoce como **Lado-Lado-Lado (LLL)**.  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $AB = DE$ ,  $AC = DF$  y  $BC = EF$ .



**E**

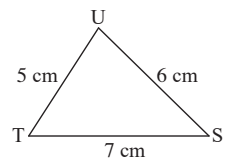
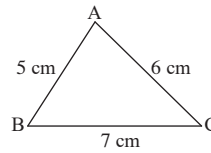
Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.

- $\triangle ABC$ ;  $AB = 5$  cm,  $BC = 7$  cm,  $CA = 6$  cm
- $\triangle DEF$ ;  $DE = 2$  cm,  $EF = 4$  cm,  $FD = 3$  cm
- $\triangle JKL$ ;  $JK = 5$  cm,  $KL = 7$  cm,  $LJ = 8$  cm
- $\triangle PQR$ ;  $PQ = 5$  cm,  $QR = 8$  cm,  $RP = 7$  cm
- $\triangle XYZ$ ;  $XY = 4$  cm,  $YZ = 3$  cm,  $ZX = 2$  cm
- $\triangle GHI$ ;  $GH = 4$  cm,  $HI = 5$  cm,  $IG = 3$  cm
- $\triangle MNO$ ;  $MN = 3$  cm,  $NO = 4$  cm,  $OM = 5$  cm
- $\triangle STU$ ;  $ST = 7$  cm,  $TU = 5$  cm,  $US = 6$  cm

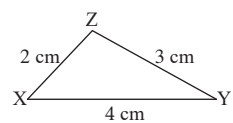
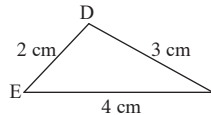
Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 121

#### Solucionario de los ejercicios:

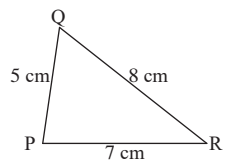
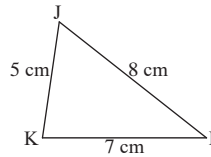
$\triangle ABC \equiv \triangle UTS$



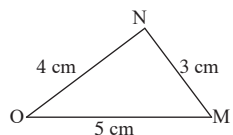
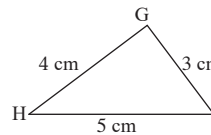
$\triangle DEF \equiv \triangle ZXY$



$\triangle JKL \equiv \triangle QPR$



$\triangle GHI \equiv \triangle NOM$

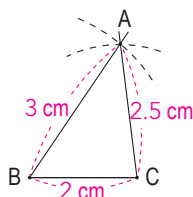


Fecha: dd - mm - aa

5-1-3 Primer criterio de congruencia: LLL

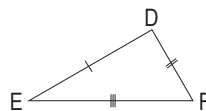
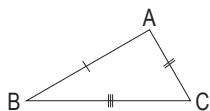
- Construya un triángulo de  $AB = 3$  cm,  $BC = 2$  cm,  $CA = 2.5$  cm. Compare los resultados con otros estudiantes.

**S**



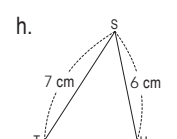
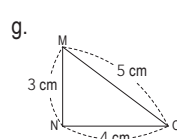
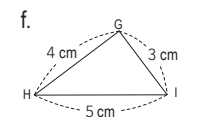
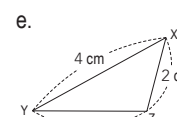
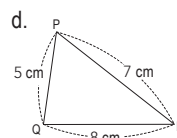
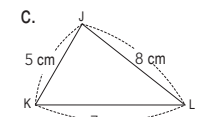
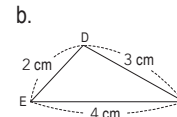
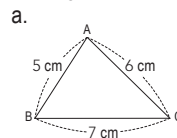
- Dos triángulos son congruentes si sus tres lados correspondientes son congruentes.

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $AB = DE$ ,  $AC = DF$  y  $BC = EF$ .



Este criterio se conoce como **Lado-Lado-Lado (LLL)**.

- Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.



$\triangle ABC \equiv \triangle UTS$

$\triangle JKL \equiv \triangle QPR$

$\triangle DEF \equiv \triangle ZXY$

$\triangle GHI \equiv \triangle NOM$

# Sección 1 Congruencia

## Clase 4 Segundo criterio de congruencia: ALA

### Aprendizaje esperado:

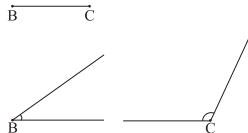
Identifica los triángulos congruentes con el criterio Ángulo-Lado-Ángulo (ALA).

#### Sección 1 Congruencia

#### Clase 4 Segundo criterio de congruencia: ALA

**P**

- Construya un triángulo con las medidas de los ángulos y del segmento que están a la derecha. Utilice regla y transportador.
- Compare los resultados obtenidos con otros estudiantes. ¿Cómo son los triángulos?



**S**

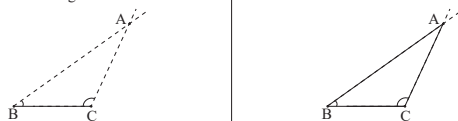
- Paso 1. Trace un segmento de longitud BC.

Paso 2. Mida el  $\angle B$  con el transportador.



Paso 3. Mida el  $\angle C$  con el transportador e identifique la intersección A de los rayos de los ángulos trazados.

Paso 4. Una los puntos para formar el  $\triangle ABC$ .

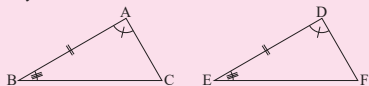


- Los triángulos coinciden en todas las medidas. Es decir, sus lados y ángulos correspondientes son iguales sin importar la posición.

**C**

Segundo criterio de congruencia:

Dos triángulos son congruentes si dos de sus ángulos correspondientes y el lado comprendido entre ellos son congruentes. Este criterio se conoce como **Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)**.  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $\angle A = \angle D$ ,  $AB = DE$  y  $\angle B = \angle E$ .



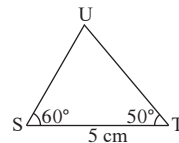
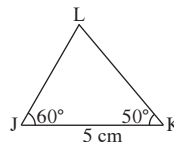
**E**

Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.

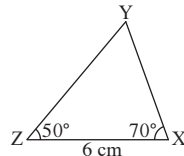
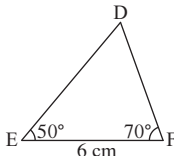
- $\triangle JKL$ ;  $JK = 5$  cm,  $\angle J = 60^\circ$ ,  $\angle K = 50^\circ$
- $\triangle DEF$ ;  $EF = 6$  cm,  $\angle E = 50^\circ$ ,  $\angle F = 70^\circ$
- $\triangle XYZ$ ;  $XZ = 6$  cm,  $\angle X = 70^\circ$ ,  $\angle Z = 50^\circ$
- $\triangle PQR$ ;  $PR = 6$  cm,  $\angle P = 110^\circ$ ,  $\angle R = 40^\circ$
- $\triangle GHI$ ;  $GH = 6$  cm,  $\angle G = 40^\circ$ ,  $\angle H = 110^\circ$
- $\triangle ABC$ ;  $BC = 5$  cm,  $\angle B = 35^\circ$ ,  $\angle C = 100^\circ$
- $\triangle STU$ ;  $ST = 5$  cm,  $\angle T = 50^\circ$ ,  $\angle S = 60^\circ$
- $\triangle MNO$ ;  $MO = 5$  cm,  $\angle M = 100^\circ$ ,  $\angle O = 35^\circ$

### Solucionario de los ejercicios:

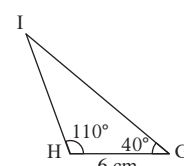
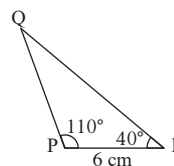
$$\triangle LJK \equiv \triangle UST$$



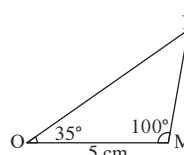
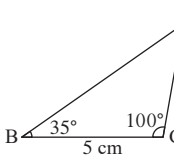
$$\triangle DEF \equiv \triangle YZX$$



$$\triangle QPR \equiv \triangle IHG$$



$$\triangle ABC \equiv \triangle NOM$$

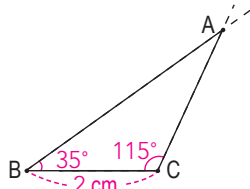


Fecha: dd - mm - aa

5-1-4 Segundo criterio de congruencia: ALA

- Construya un triángulo de  $BC = 2$  cm,  $\angle B = 35^\circ$ ,  $\angle C = 115^\circ$ . Compare los resultados con otros estudiantes.

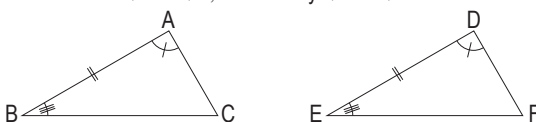
**S**



**C**

Dos triángulos son congruentes si dos de sus ángulos correspondientes y el lado comprendido entre ellos son congruentes.

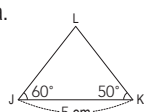
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $\angle A = \angle D$ ,  $AB = DE$  y  $\angle B = \angle E$ .



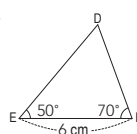
Este criterio se conoce como **Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)**.

- Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.

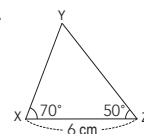
a.



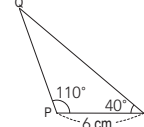
b.



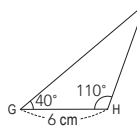
c.



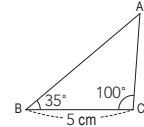
d.



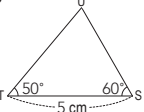
e.



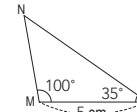
f.



g.



h.



$$\begin{aligned} \triangle LJK &\equiv \triangle UST \\ \triangle DEF &\equiv \triangle YZX \\ \triangle QPR &\equiv \triangle IHG \\ \triangle ABC &\equiv \triangle NOM \end{aligned}$$

# Sección 1 Congruencia

## Clase 5 Tercer criterio de congruencia: LAL

### Aprendizaje esperado:

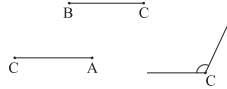
Identifica los triángulos congruentes con el criterio Lado-Ángulo-Lado (LAL).

### Sección 1 Congruencia

#### Clase 5 Tercer criterio de congruencia: LAL

**P**

- a. Construya un triángulo utilizando las medidas de los dos segmentos y el ángulo comprendido entre ellos que están a la derecha. Utilice regla, compás y transportador.



**S**

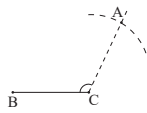
- a. Paso 1. Trace un segmento de longitud BC.



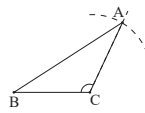
- Paso 2. Mida el  $\angle C$  con el transportador.



- Paso 3. Trace un arco de radio CA e identifique la intersección del arco y el rayo del  $\angle C$ .



- Paso 4. Una los puntos para formar el  $\triangle ABC$ .

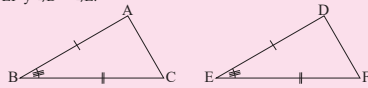


- b. Los triángulos coinciden en todas las medidas. Es decir, sus lados y ángulos correspondientes son iguales sin importar la posición.

**G**

Tercer criterio de congruencia:

Dos triángulos son congruentes si sus dos lados correspondientes y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes. Este criterio se conoce como **Lado-Ángulo-Lado (LAL)**.  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $AB = DE$ ,  $BC = EF$  y  $\angle B = \angle E$ .



**E**

Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.

- $\triangle JKL$ ;  $JK = 5$ ,  $KL = 4$ ,  $\angle K = 50^\circ$
- $\triangle DEF$ ;  $EF = 3$ ,  $FD = 5$ ,  $\angle F = 60^\circ$
- $\triangle XYZ$ ;  $YX = 5$ ,  $XZ = 3$ ,  $\angle X = 60^\circ$
- $\triangle PQR$ ;  $RP = 4$ ,  $PQ = 5$ ,  $\angle P = 50^\circ$
- $\triangle GHI$ ;  $GH = 4$ ,  $HI = 3$ ,  $\angle H = 60^\circ$
- $\triangle ABC$ ;  $BC = 3$ ,  $CA = 4$ ,  $\angle C = 50^\circ$
- $\triangle STU$ ;  $US = 4$ ,  $TU = 3$ ,  $\angle U = 50^\circ$
- $\triangle MNO$ ;  $OM = 3$ ,  $MN = 4$ ,  $\angle M = 60^\circ$

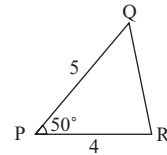
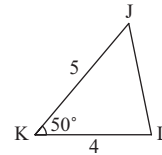
Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

123

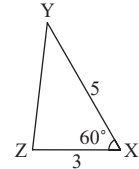
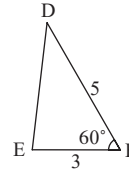
...

### Solucionario de los ejercicios:

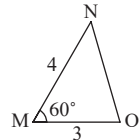
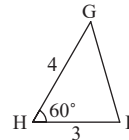
$$\triangle JKL \equiv \triangle QPR$$



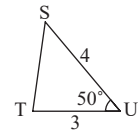
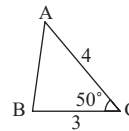
$$\triangle DEF \equiv \triangle YZX$$



$$\triangle GHI \equiv \triangle NMO$$



$$\triangle ABC \equiv \triangle STU$$

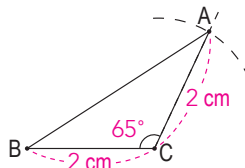


Fecha: dd - mm - aa

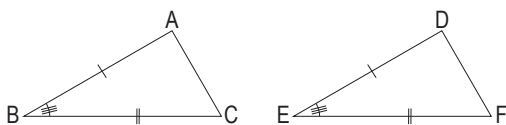
5-1-5 Tercer criterio de congruencia: LAL

- P** Construya un triángulo de  $BC = 2$  cm,  $\angle C = 65^\circ$ ,  $CA = 2$  cm. Compare los resultados con otros estudiantes.

**S**



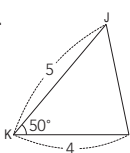
- C** Dos triángulos son congruentes si sus dos lados correspondientes y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes.  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  si  $AB = DE$ ,  $BC = EF$  y  $\angle B = \angle E$ .



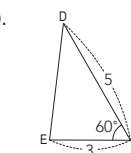
Este criterio se conoce como **Lado-Ángulo-Lado (LAL)**.

- E** Indique los pares de triángulos congruentes con el símbolo de congruencia.

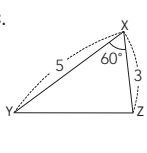
a.



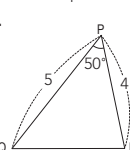
b.



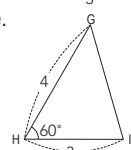
c.



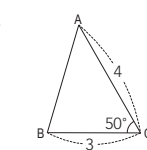
d.



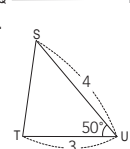
e.



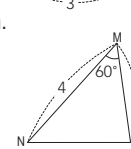
f.



g.



h.



$$\triangle JKL \equiv \triangle QPR$$

$$\triangle GHI \equiv \triangle NMO$$

$$\triangle DEF \equiv \triangle YZX$$

$$\triangle ABC \equiv \triangle STU$$



## Sección 2 Triángulos

### Clase 1 Triángulos isósceles

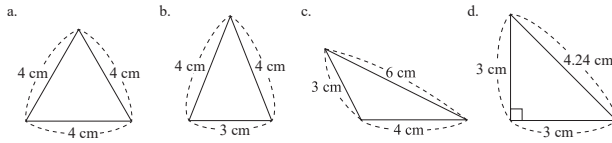
#### Aprendizaje esperado:

Identifica los triángulos isósceles.

#### Sección 2 Triángulos

##### Clase 1 Triángulos isósceles

**P** Clasifique los siguientes triángulos según la longitud de sus lados, y mencione las características de los triángulos isósceles.



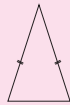
**S** La clasificación de los triángulos queda de la siguiente manera:

El triángulo del inciso a tiene tres lados de igual longitud. Por tanto, es un triángulo equilátero.

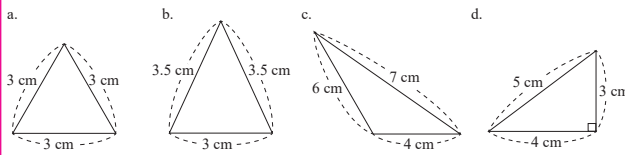
Los triángulos de los incisos b y d tienen únicamente dos lados de igual longitud. Por tanto, son triángulos isósceles.

El triángulo del inciso c tiene los tres lados con diferente longitud. Por tanto, es un triángulo escaleno.

**C** A un triángulo que posee dos lados con igual longitud se le llama triángulo isósceles.



**E** Identifique cuál de los siguientes triángulos es isósceles.



#### Solucionario de los ejercicios:

b: Tiene dos lados de igual longitud.

Fecha: dd - mm - aa

5-2-1 Triángulos isósceles

**P** Clasifique los triángulos según la longitud de sus lados, y mencione las características de los triángulos isósceles.

**S** a.

Tres lados de igual longitud  
↓  
Triángulo equilátero

b.

Dos lados de igual longitud  
↓  
Triángulo isósceles

c.

Tres lados de diferente longitud  
↓  
Triángulo escaleno

d.

Dos lados de igual longitud  
↓  
Triángulo isósceles

**C** A un triángulo que posee dos lados con igual longitud se le llama triángulo isósceles.

**E** Identifique triángulos isósceles.

**b.**

## Sección 2 Triángulos

### Clase 2 Teorema del triángulo isósceles

#### Aprendizaje esperado:

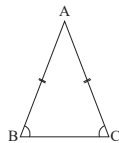
Determina la medida de los ángulos con el teorema del triángulo isósceles.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 2 Teorema del triángulo isósceles



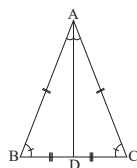
Si el  $\triangle ABC$  es un triángulo isósceles con los lados  $AB = AC$ , entonces demuestre que el  $\angle B$  y el  $\angle C$  son iguales.



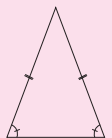
Identifique el punto medio D del segmento BC y trace el segmento AD.

En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ ,  
 $AB = AC$  (por hipótesis)  
 $DB = DC$  (por construcción)  
 $AD = AD$  (es común)  
 Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio LLL).

Por tanto,  $\angle B = \angle C$  (por la congruencia de triángulos).

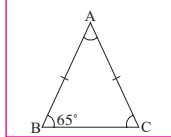


En un triángulo isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.

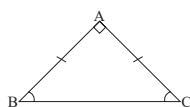


Determine la medida de los ángulos restantes de cada triángulo.

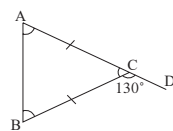
a.



b.



c.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 125

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\angle C = 65^\circ$  (por teorema de triángulo isósceles)

$$\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$$

$$65^\circ + 65^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$130^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 130^\circ$$

$$= 50^\circ$$

b.  $\angle A = 90^\circ$

$\angle B = \angle C$  (por teorema de triángulo isósceles)

$$\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$$

$$2\angle B + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle B = 180^\circ - 90^\circ$$

$$2\angle B = 90^\circ$$

$$\angle B = \frac{90^\circ}{2}$$

$$= 45^\circ$$

$$\angle C = 45^\circ$$

c.  $\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ$

$$\angle ACB + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 130^\circ$$

$$= 50^\circ$$

$$\angle CAB + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$$

$\angle CAB = \angle CBA$  (por teorema de triángulos isósceles)

$$2\angle CAB + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle CAB = 180^\circ - 50^\circ$$

$$2\angle CAB = 130^\circ$$

$$\angle CAB = \frac{130^\circ}{2}$$

$$= 65^\circ$$

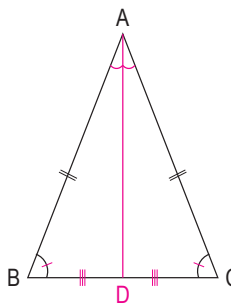
$$\angle CBA = 65^\circ$$

Fecha: dd - mm - aa

5-2-2 Teorema del triángulo isósceles

(P) Si el  $\triangle ABC$  es un triángulo isósceles con los lados  $AB = AC$ , entonces demuestre que el  $\angle B$  y el  $\angle C$  son iguales.

(S)



Identifique el punto medio D del segmento BC y trace el segmento AD.

En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$

$AB = AC$  (por hipótesis)

$DB = DC$  (por construcción)

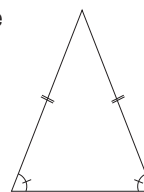
$AD = AD$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio LLL).

Por tanto,  $\angle B = \angle C$  (Por la congruencia de los triángulos).

(C)

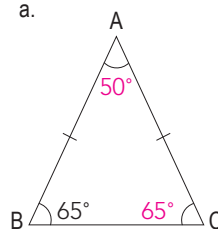
En un triángulo isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.



(E)

Determine la medida de los ángulos restantes del triángulo.

a.



$\angle C = 65^\circ$  (por teorema del triángulo isósceles)

$$\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$$

Entonces,

$$65^\circ + 65^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$130^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 130^\circ$$

$$= 50^\circ$$

## Sección 2 Triángulos

### Clase 3 Bisectriz del ángulo de un triángulo isósceles

#### Aprendizaje esperado:

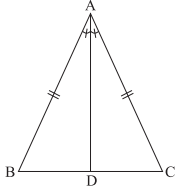
Demuestra que la bisectriz es mediatriz del lado opuesto en un triángulo isósceles.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 3 Bisectriz del ángulo de un triángulo isósceles



Demuestra que en un triángulo isósceles ABC, la bisectriz del ángulo comprendido entre los lados de igual longitud es mediatriz del lado opuesto.



**Bisectriz del ángulo** es el rayo que divide un ángulo en dos partes iguales.

**Mediatriz de un segmento** es la recta que se interseca perpendicularmente con el punto medio de dicho segmento.

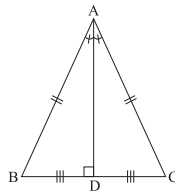


En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ ,  
 $AB = AC$  (por hipótesis)  
 $AD = AD$  (es común)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  (por hipótesis)  
 Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio LAL).

$DB = DC$  (por la congruencia de triángulos)  
 $\angle ADB = \angle ADC$  (por la congruencia de triángulos) ①  
 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$  (por ser ángulo llano) ②

$2\angle ADB = 180^\circ$  (por ① y ②)  
 $\angle ADB = 90^\circ$

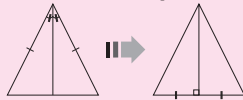
Entonces,  $AD \perp BC$ .  
 Por tanto, AD es mediatriz de BC (por  $DB = DC$  y  $AD \perp BC$ ).



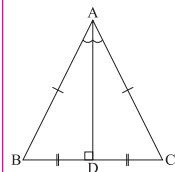
$AD \perp BC$  significa que AD y BC se intersecan formando un ángulo de  $90^\circ$ .



En un triángulo isósceles se cumple que la bisectriz del ángulo comprendido entre los dos lados de igual longitud del triángulo es mediatriz del lado opuesto.



Demuestra que si el  $\triangle ABC$  es isósceles con los lados  $AB = AC$ , entonces la mediatriz de BC divide el  $\angle A$  en dos partes iguales llenando los espacios en blanco.



En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ ,  
 $AB = \square$  (por hipótesis)  
 $BD = \square$  (por hipótesis)  
 $AD = \square$  (es común)  
 $\triangle ABD \cong \square$  (por el criterio LLL)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  (por la congruencia de triángulos)  
 Por tanto, la mediatriz de BC divide el  $\angle A$  en dos partes iguales.

#### Solucionario del ejercicio:

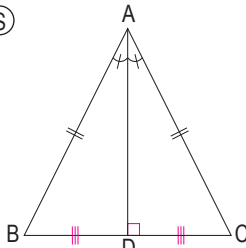
En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$   
 $AB = \square$  (por hipótesis)  
 $BD = \square$  (por hipótesis)  
 $AD = \square$  (es común)  
 $\triangle ABD \cong \square$  (por el criterio de LLL)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  (por la congruencia de triángulos)  
 Por tanto, la mediatriz de BD divide el  $\angle A$  en dos partes iguales.

Fecha: dd - mm - aa

5-2-3 Bisectriz del ángulo de un triángulo isósceles



Demuestra que en un triángulo isósceles ABC, la bisectriz del ángulo comprendido entre los lados de igual longitud es mediatriz del lado opuesto.



En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$   
 $AB = AC$  (por hipótesis)  
 $AD = AD$  (es común)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  (por hipótesis)  
 Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio LAL).

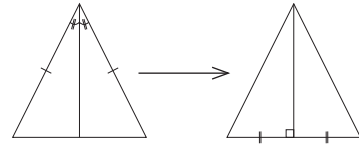
$DB = DC$  (por la congruencia de triángulos)  
 $\angle ADB = \angle ADC$  (por la congruencia de triángulos) ①  
 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$  (por ser ángulo llano) ②

$2\angle ADB = 180^\circ$  (por ① y ②)

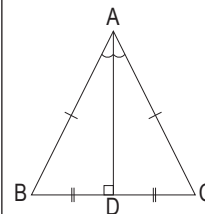
$\angle ADB = 90^\circ$

Entonces,  $AD \perp BC$ .

Por tanto, AD es mediatriz de BC (por  $DB = DC$ ,  $AD \perp BC$ ).



Demuestra que si el  $\triangle ABC$  es isósceles con los lados  $AB = AC$ , entonces la mediatriz de BC divide el  $\angle A$  en dos partes iguales.



En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$   
 $AB = \square$  (por hipótesis)  
 $BD = \square$  (por hipótesis)  
 $AD = \square$  (es común)  
 $\triangle ABD \cong \square$  (por el criterio LLL)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  (por la congruencia de triángulos)  
 Por tanto, la mediatriz de BC divide el  $\angle A$  en dos partes iguales.

## Sección 2 Triángulos

### Clase 4 Triángulos equiláteros

#### Aprendizaje esperado:

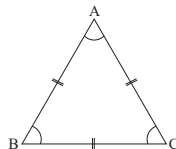
Identifica las características de los triángulos equiláteros.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 4 Triángulos equiláteros



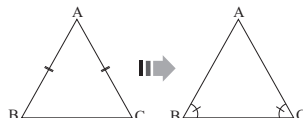
Demuestre que los ángulos internos del triángulo equilátero ABC tienen la misma medida y cada uno mide  $60^\circ$ .



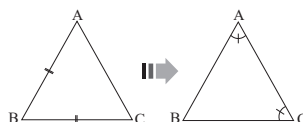
Un triángulo equilátero tiene tres lados de igual longitud.



En  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC = \angle ACB$  (porque  $AB = AC$ )



$\angle BCA = \angle BAC$  (porque  $BC = BA$ )



Por tanto,  $\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB$

Si “ $x$ ” es la medida de cada ángulo interno,

entonces  $x + x + x = 180^\circ$

$$3x = 180^\circ$$

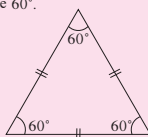
Resolviendo la ecuación:

$$x = \frac{180^\circ}{3}$$

$$= 60^\circ$$



En un triángulo equilátero, cada uno de los ángulos internos mide  $60^\circ$ .



Identifique los incisos que contengan las características de un triángulo equilátero.

- Los ángulos de la base miden  $45^\circ$ .
- Todos los ángulos internos miden  $60^\circ$ .
- La longitud de los tres lados es igual.
- La longitud de los tres lados es diferente.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

127



#### Solucionario de los ejercicios:

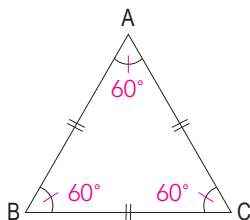
b y c

Fecha: dd – mm – aa

5-2-4 Triángulos equiláteros

- (P) Demuestre que los ángulos internos del triángulo equilátero ABC tienen la misma medida y cada uno mide  $60^\circ$ .

(S)



En  $\triangle ABC$ ,  
 $\angle ABC = \angle ACB$  (porque  $AB = AC$ )  
 $\angle BCA = \angle BAC$  (porque  $BC = BA$ )  
 Por tanto,  $\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB$

Si “ $x$ ” es la medida de cada ángulo interno, entonces

$$x + x + x = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ$$

$$x = \frac{180^\circ}{3}$$

$$= 60^\circ$$

- (C) En un triángulo equilátero, cada uno de los ángulos internos mide  $60^\circ$ .

- (E) Identifique los incisos que contengan las características de un triángulo equilátero.

a. Los ángulos de la base miden  $45^\circ$ .

☒ b. Todos los ángulos internos miden  $60^\circ$ .

☒ c. La longitud de los tres lados es igual.

d. La longitud de los tres lados es diferente.

## Sección 2 Triángulos

### Clase 5 Recíproco del teorema del triángulo isósceles

#### Aprendizaje esperado:

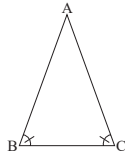
Identifica los triángulos isósceles a partir de la medida de sus ángulos.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 5 Recíproco del teorema del triángulo isósceles

**P**

Demuestre que si la medida de dos ángulos internos del triángulo ABC es igual, entonces la longitud de los lados opuestos a estos ángulos es igual.



**S**

Trazando la bisectriz de  $\angle BAC$ , se tiene  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ .

En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ ,

$\angle DBA = \angle DCA$  (por hipótesis) ①

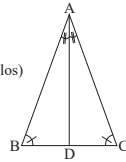
$\angle DAB = \angle DAC$  (por construcción de la bisectriz) ②

$\angle BDA = 180^\circ - (\angle DBA + \angle DAB)$  (por teorema de ángulos internos de triángulos)  
 $= 180^\circ - (\angle DCA + \angle DAC)$  (por ① y ②)  
 $= \angle CDA$

$AD = AD$  (es común)

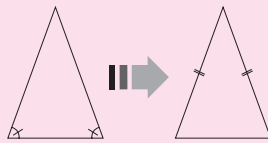
Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio ALA).

Por tanto,  $AB = AC$  (por la congruencia).



**C**

Cuando un triángulo tiene dos ángulos de igual medida, los lados opuestos a dichos ángulos tienen la misma longitud.



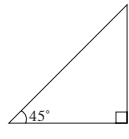
**E**

Identifique cuáles de las siguientes figuras son triángulos isósceles.

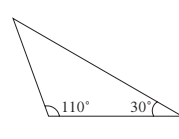
a.



b.



c.

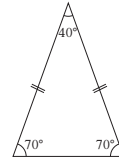


#### Solucionario de los ejercicios:

a y b

(Explicación)

a.



Siendo  $a$  el ángulo desconocido,

$$40^\circ + 70^\circ + a^\circ = 180^\circ$$

$$110^\circ + a^\circ = 180^\circ$$

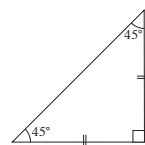
$$a^\circ = 180^\circ - 110^\circ$$

$$= 70^\circ$$

El triángulo tiene dos ángulos de igual medida. Entonces, los lados opuestos a dichos ángulos tienen la misma longitud.

Por tanto, es triángulo isósceles.

b.



Siendo  $b$  el ángulo desconocido,

$$b^\circ + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$b^\circ + 135^\circ = 180^\circ$$

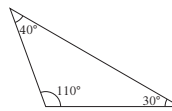
$$b^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$= 45^\circ$$

El triángulo tiene dos ángulos de igual medida. Entonces, los lados opuestos a dichos ángulos tienen la misma longitud.

Por tanto, es triángulo isósceles.

c.



Siendo  $c$  el ángulo desconocido,

$$c^\circ + 110^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$c^\circ + 140^\circ = 180^\circ$$

$$c^\circ = 180^\circ - 140^\circ$$

$$= 40^\circ$$

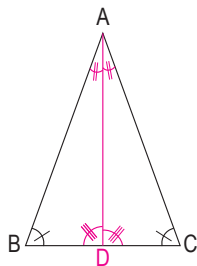
El triángulo tiene tres ángulos de diferentes medidas. Por tanto, no es triángulo isósceles.

Fecha: dd - mm - aa

5-2-5 Recíproco del teorema del triángulo isósceles

**P** Demuestre que si la medida de dos ángulos internos del triángulo ABC es igual, entonces la longitud de los lados opuestos a estos ángulos es igual.

**S**



Trazando la bisectriz de  $\angle BAC$ , se tiene  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$ .

En  $\triangle ABD$  y  $\triangle ACD$

$\angle DBA = \angle DCA$  (por hipótesis) ①

$\angle DAB = \angle DAC$  (por construcción de la bisectriz) ②

$\angle BDA = 180^\circ - (\angle DBA + \angle DAB)$  (por teorema de ángulos internos de un triángulo)

$$= 180^\circ - (\angle DCA + \angle DAC) \text{ (por ① y ②)}$$

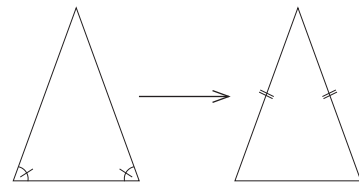
$$= \angle CDA$$

$AD = AD$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (por el criterio ALA).

Por tanto,  $AB = AC$  (por congruencia).

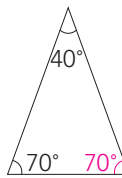
**C**



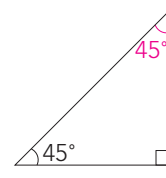
**E**

Identifique cuáles son triángulos isósceles.

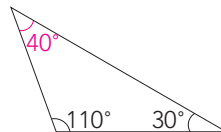
a.



b.



c.



## Sección 2 Triángulos

### Clase 6 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (1)

#### Aprendizaje esperado:

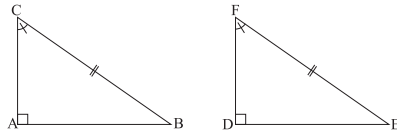
Identifica los triángulos congruentes a partir de la hipotenusa y un ángulo agudo.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 6 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (1)



Demuestre que si en el  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  se cumple que  $\angle CAB = \angle FDE = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$  y el lado  $CB = FE$ , entonces  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,

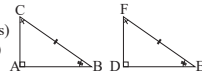
$\angle ACB = \angle DFE$  (por hipótesis) ①

$\angle CAB = \angle FDE$  (por hipótesis)

$\angle ABC = 180^\circ - (\angle CAB + \angle ACB)$  (por la suma de ángulos internos)

$\angle DEF = 180^\circ - (\angle FDE + \angle DFE)$  (por la suma de ángulos internos)

Entonces,  $\angle ABC = \angle DEF$ . ②

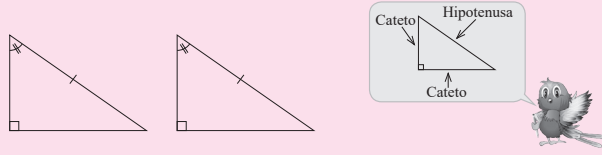


$CB = FE$  (por hipótesis) ③

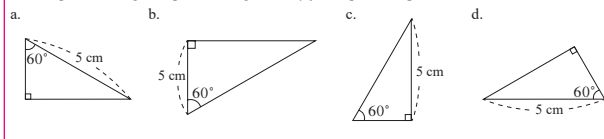
Por tanto,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (por ①, ②, ③ y el criterio de congruencia ALA).



Si en dos triángulos rectángulos sus hipotenusas y un par de ángulos agudos correspondientes son de igual medida, entonces los triángulos son congruentes.



Identifique los triángulos que son congruentes y justifique su respuesta.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

129

...

#### Solucionario de los ejercicios:

a y d

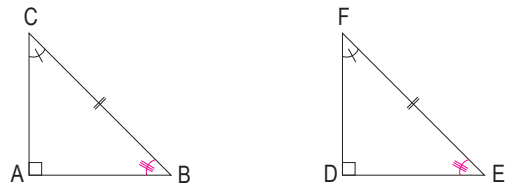
Justificación: las hipotenusas y un par de ángulos agudos correspondientes de los dos triángulos rectángulos son de igual medida.

Fecha: dd - mm - aa

5-2-6 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (1)



Demuestre que si en el  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  se cumple que  $\angle CAB = \angle FDE = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$  y el lado  $CB = FE$ , entonces  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,

$\angle ACB = \angle DFE$  (por hipótesis) ①

$\angle CAB = \angle FDE$  (por hipótesis)

$\angle ABC = 180^\circ - (\angle CAB + \angle ACB)$  (por la suma de ángulos internos)

$\angle DEF = 180^\circ - (\angle FDE + \angle DFE)$  (por la suma de ángulos internos)

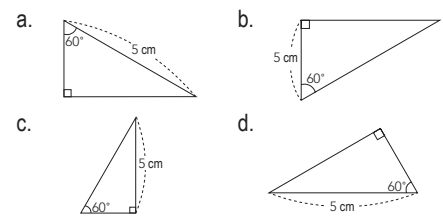
Entonces,  $\angle ABC = \angle DEF$  ②

$CB = FE$  (por hipótesis) ③

Por tanto,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (por ①, ②, ③ y el criterio de congruencia ALA).



Identifique los triángulos que son congruentes y justifique su respuesta.



R: a y d

Justificación: las hipotenusas y un par de ángulos agudos correspondientes de los dos triángulos rectángulos son de igual medida.

## Sección 2 Triángulos

### Clase 7 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (2)

#### Aprendizaje esperado:

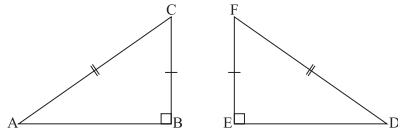
Identifica los triángulos congruentes a partir de la hipotenusa y un cateto.

#### Sección 2 Triángulos

#### Clase 7 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (2)

**P**

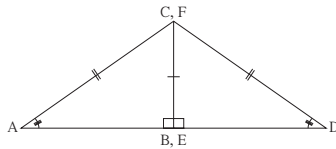
Demuestre que si  $CB = FE$ ,  $CA = FD$  y  $\angle CBA = \angle FED = 90^\circ$ , entonces  $\triangle CAB \equiv \triangle FDE$ .



**S**

Se hace coincidir los lados  $CB$  y  $FE$ .

$$\begin{aligned}\angle ABD &= \angle ABC + \angle DEF \\ &= 90^\circ + 90^\circ \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$



Los puntos  $A, B, D$  están alineados.

Entonces,  $\triangle CAD$  es un triángulo isósceles.

En el triángulo isósceles  $CAD$ ,  $\angle CAD = \angle CDA$  (por teorema del triángulo isósceles). ①

En  $\triangle CAB$  y  $\triangle FDE$ ,

$CA = FD$  (por hipótesis)

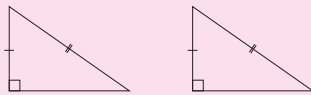
$\angle CBA = \angle FED = 90^\circ$  (por hipótesis)

$\angle CAD = \angle CDA$  (por ①)

Por tanto,  $\triangle CAB \equiv \triangle FDE$  (por ser triángulos rectángulos que tienen su hipotenusa y un ángulo agudo congruentes).

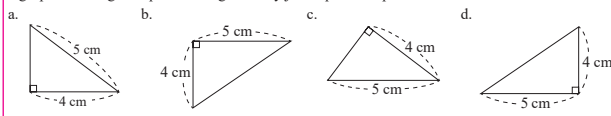
**C**

Si en dos triángulos rectángulos sus hipotenusas y un par de catetos correspondientes son de igual medida, entonces los triángulos son congruentes.



**E**

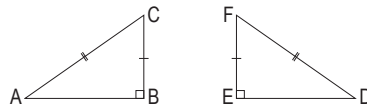
Agrupe los triángulos que son congruentes y justifique su respuesta.



Fecha: dd - mm - aa

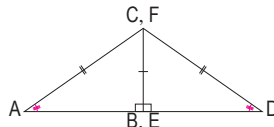
5-2-7 Criterio de congruencia de triángulos rectángulos (2)

**P** Demuestre que si  $CB = FE$ ,  $CA = FD$  y  $\angle CBA = \angle FED = 90^\circ$ , entonces  $\triangle CAB \equiv \triangle FDE$ .



**S** Se hace coincidir los lados  $CB$  y  $FE$ .

$$\begin{aligned}\angle ABD &= \angle ABC + \angle DEF \\ &= 90^\circ + 90^\circ \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$



Los puntos  $A, B, D$  están alineados.

Entonces,  $\triangle CAD$  es un triángulo isósceles.

En el triángulo isósceles  $CAD$ ,  $\angle CAD = \angle CDA$  (por teorema del triángulo isósceles). ①

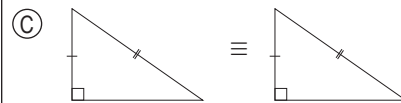
En  $\triangle CAB$  y  $\triangle FDE$ ,

$CA = FD$  (por hipótesis)

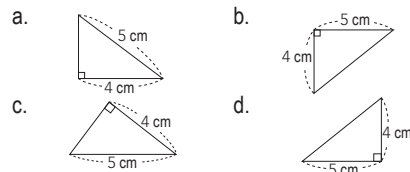
$\angle CBA = \angle FED = 90^\circ$  (por hipótesis)

$\angle CAD = \angle CDA$  (por ①)

Por tanto,  $\triangle CAB \equiv \triangle FDE$  (por ser triángulos rectángulos que tienen su hipotenusa y un ángulo agudo congruentes).



**E** Agrupe los triángulos que son congruentes y justifique su respuesta.



Ver solucionario.

## Sección 3 Cuadriláteros

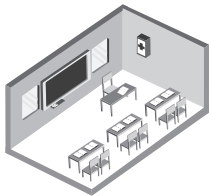
### Clase 1 Definición de paralelogramos

**Aprendizaje esperado:**  
Identifica un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

##### Clase 1 Definición de paralelogramos

**P** La figura de abajo muestra la imagen de un salón de clases vista en dirección diagonal superior. Encuentre las figuras planas llamadas paralelogramos en la imagen y explique la respuesta.



**S** Los siguientes paralelogramos se encuentran en la figura:



Las ventanas.



El pizarrón al fondo del salón de clase.



La parte superior de los escritorios.



Las hojas sobre el escritorio.

Los paralelogramos tienen dos pares de lados opuestos paralelos.

**G** Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.



**E** Identifique en las siguientes figuras cuáles son paralelogramos y explique por qué.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 131

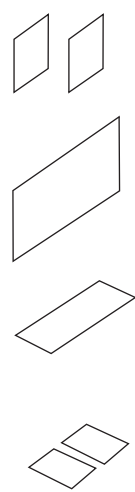
#### Solucionario de los ejercicios:

b: Dos pares de lados opuestos son paralelos.

Fecha: dd - mm - aa

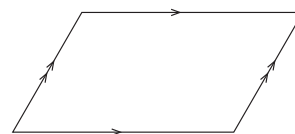
#### 5-3-1 Definición de paralelogramos

**S**

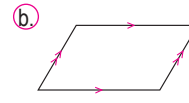
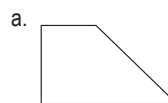


Los paralelogramos tienen dos pares de lados opuestos paralelos.

**C** Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.



**E** Identifique cuáles son paralelogramos y explique por qué.



Dos pares de lados opuestos son paralelos.





## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 2 Características de paralelogramos (lados y ángulos opuestos son congruentes)

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la longitud de un lado de un paralelogramo.

Encuentra la medida de un ángulo de un paralelogramo.

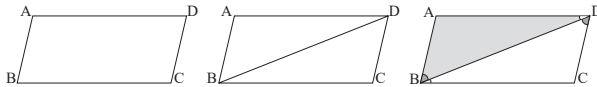
#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 2 Características de paralelogramos (lados y ángulos opuestos son congruentes)

**P** Dado el siguiente paralelogramo ABCD, demuestre que tiene dos lados opuestos congruentes y dos ángulos opuestos congruentes.



**S** Por hipótesis se tiene que  $AB \parallel DC$  y  $AD \parallel BC$ .  
Se traza la diagonal BD, de lo cual se tiene:



En  $\triangle ABD$  y  $\triangle CBD$ ,

$\angle ABD = \angle CDB$  (por ser ángulos alternos internos entre paralelas) ①

$\angle ADB = \angle CBD$  (por ser ángulos alternos internos entre paralelas) ②

$BD = DB$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  (por el criterio ALA).

Por tanto,  $\angle DAB = \angle BCD$ ,  $AB = CD$ ,  $AD = CB$ . ③

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$  ④

$\angle CDA = \angle CDB + \angle BDA$  ⑤

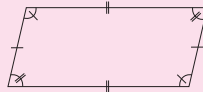
Por tanto,  $\angle ABC = \angle CDA$  (por ①, ②, ④ y ⑤). ⑥

Por consiguiente,

$AB = DC$ ,  $AD = BC$  (por ③)

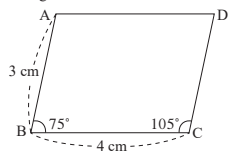
$\angle DAB = \angle BCD$  (por ③),  $\angle ABC = \angle CDA$  (por ⑥)

**G** Un paralelogramo tiene las siguientes características:  
a. Los lados opuestos son congruentes.  
b. Los ángulos opuestos son congruentes.



**E** Encuentre los siguientes lados y ángulos del paralelogramo ABCD.

- La longitud DC.
- La longitud AD.
- La medida del  $\angle DAB$ .
- La medida del  $\angle ADC$ .



132 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

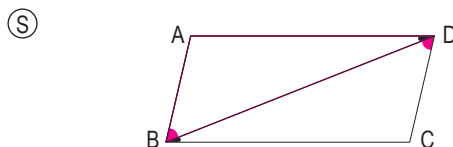
#### Solucionario de los ejercicios:

- $DC = AB = 3 \text{ cm}$
- $AD = BC = 4 \text{ cm}$
- $\angle DAB = \angle DCB = 105^\circ$
- $\angle ADC = \angle ABC = 75^\circ$

Fecha: dd - mm - aa

5-3-2 Características de paralelogramos (lados y ángulos opuestos son congruentes)

**P** Demuestre que un paralelogramo tiene dos lados opuestos congruentes y dos ángulos opuestos congruentes.



$AB \parallel DC$  y  $AD \parallel BC$  (por hipótesis)

Se traza la diagonal BD:

En  $\triangle ABD$  y  $\triangle CBD$ ,

$\angle ABD = \angle CDB$  (por ser ángulos alternos internos entre paralelas) ①

$\angle ADB = \angle CBD$  (por ser ángulos alternos internos entre paralelas) ②

$BD = DB$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  (por el criterio ALA).

Por tanto,  $\angle DAB = \angle BCD$ ,  $AB = CD$ ,  $AD = CB$  ③

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$  ④

$\angle CDA = \angle CDB + \angle BDA$  ⑤

Por tanto,  $\angle ABC = \angle CDA$  (por ①, ②, ④ y ⑤). ⑥

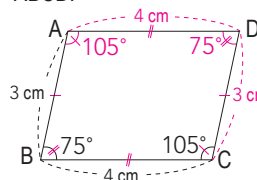
Por consiguiente,  $AB = DC$ ,  $AD = BC$ , (por ③)

$\angle DAB = \angle BCD$  (por ③),  $\angle ABC = \angle CDA$  (por ⑥)

**C** Los lados opuestos y los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.



**E** Encuentre los siguientes lados y ángulos del paralelogramo ABCD.



a.  $DC = 3 \text{ cm}$

b.  $AD = 4 \text{ cm}$

c.  $\angle DAB = 105^\circ$

d.  $\angle ADC = 75^\circ$

## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 3 Características de paralelogramos (diagonales se intersectan en el punto medio)

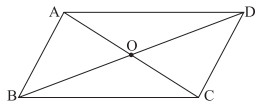
#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la longitud de una diagonal de un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 3 Características de paralelogramos (diagonales se intersectan en el punto medio)

**P** Demuestre que el siguiente paralelogramo ABCD las diagonales se intersectan en su punto medio.



Para demostrar que las diagonales se intersectan en su punto medio es suficiente demostrar que  $OA = OC$  y  $OB = OD$ .

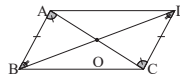


**S** En  $\triangle OAB$  y  $\triangle OCD$ ,

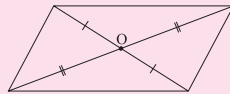
- $AB = CD$  (por ser paralelogramo) ①  
 $\angle ABO = \angle CDO$  (por ser alternos internos entre paralelas) ②  
 $\angle BAO = \angle DCO$  (por ser alternos internos entre paralelas) ③  
 Entonces,  $\triangle OAB \cong \triangle OCD$  (por ①, ②, ③ y criterio ALA).

Por tanto,  $OA = OC$  y  $OB = OD$  (por la congruencia).

Por consiguiente, las diagonales se intersectan en su punto medio.

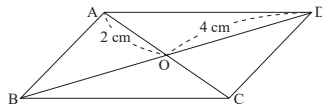


**G** En un paralelogramo se cumple que las diagonales se intersectan en su punto medio.



**E** El siguiente paralelogramo ABCD tiene  $DO = 4$  cm y  $AO = 2$  cm. Encuentre:

- a.  $BO$   
 b.  $AC$



Segunda básica / GUATEMALA/Ciclo Básico 133

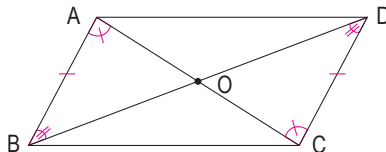
#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $BO = DO = 4$  cm  
 b.  $OC = OA = 2$  cm  
 $AC = AO + OC$   
 $= 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$   
 $= 4 \text{ cm}$

Fecha: dd - mm - aa

5-3-3 Características de paralelogramos (diagonales se intersectan en el punto medio)

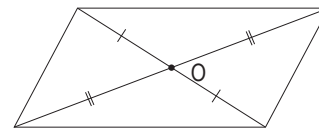
**P** Demuestre que el paralelogramo ABCD las diagonales se intersectan en su punto medio.



**S** En  $\triangle OAB$  y  $\triangle OCD$ ,

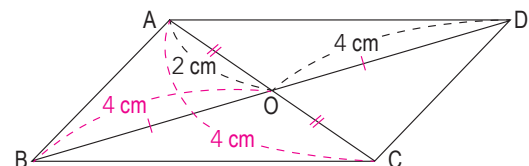
- $AB = CD$  (por ser paralelogramo) ①  
 $\angle ABO = \angle CDO$  (por ser alternos internos entre paralelas) ②  
 $\angle BAO = \angle DCO$  (por ser alternos internos entre paralelas) ③  
 Entonces,  $\triangle OAB \cong \triangle OCD$  (por ①, ②, ③ y criterio ALA).  
 Por tanto,  $OA = OC$  y  $OB = OD$  (por la congruencia).

**C** Las diagonales de un paralelogramo se intersectan en su punto medio.



**E** Encuentre:

- a.  $BO = 4$  cm  
 b.  $AC = 4$  cm



## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 4 Condiciones para un paralelogramo (1)

#### Aprendizaje esperado:

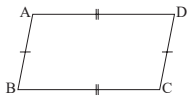
Identifica un paralelogramo a partir de las medidas de sus lados.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 4 Condiciones para un paralelogramo (1)



Demuestre que el siguiente cuadrilátero ABCD es un paralelogramo si sus lados opuestos son congruentes.



Para demostrar  $AD \parallel BC$  y  $AB \parallel DC$ , es suficiente demostrar  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ , trazando la diagonal BD.

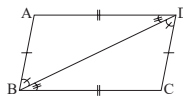


Se traza la diagonal BD.

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  (por criterio LLL,  $AB = CD$ ,  $AD = CB$ ; por hipótesis y BD es común).

Entonces,  $\angle ABD = \angle CDB$  (por ser ángulos correspondientes en la congruencia).

Por tanto,  $AB \parallel CD$  (dado que  $\angle ABD = \angle CDB$  por ser ángulos alternos internos de igual medida).



De la misma forma,  $\angle ADB = \angle CBD$  (por ser ángulos correspondientes en la congruencia).

Por tanto,  $AD \parallel CB$  (ángulos alternos internos de igual medida).

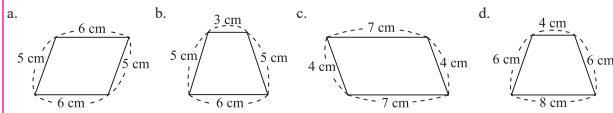
Entonces, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.



Si dos pares de lados opuestos son congruentes en un cuadrilátero, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



Dados los siguientes cuadriláteros, identifique los paralelogramos.

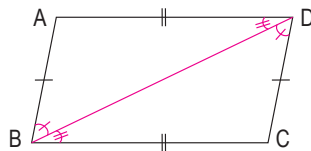


Fecha: dd - mm - aa

5-3-4 Condiciones para un paralelogramo (1)



Demuestre que el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo si sus lados opuestos son congruentes.



Se traza la diagonal BD:

Entonces,  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  (por criterio LLL: por hipótesis,  $AB = CD$ ,  $AD = CB$  y BD es común).

Entonces,  $\angle ABD = \angle CDB$  (por ser ángulos correspondientes en la congruencia).

Por tanto,  $AB \parallel CD$  (dado que  $\angle ABD = \angle CDB$  por ser ángulos alternos internos de igual medida).

De la misma forma,  $\angle ADB = \angle CBD$  (por ser ángulos correspondientes en la congruencia).

Por tanto,  $AD \parallel CB$  (ángulos alternos internos de igual medida).

Entonces, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.

#### Solucionario de los ejercicios:

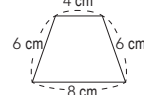
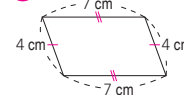
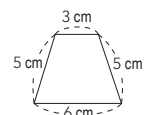
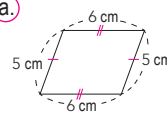
a y c: Dos pares de lados opuestos son congruentes.



Si dos pares de lados opuestos son congruentes en un cuadrilátero, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



Identifique los paralelogramos.



## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 5 Condiciones para un paralelogramo (2)

#### Aprendizaje esperado:

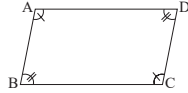
Identifica un paralelogramo a partir de las medidas de sus ángulos.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 5 Condiciones para un paralelogramo (2)



Demuestre que el siguiente cuadrilátero ABCD, cuyos pares de ángulos opuestos son congruentes, es un paralelogramo.



Se prolongan los segmentos BC hasta el punto E y CD hasta el punto F.

Para AB y DC,  
 $2\angle ABC + 2\angle BCD = 360^\circ$  (suma de ángulos internos de un cuadrilátero,  
 $\angle DAB = \angle BCD$  y  $\angle ABC = \angle CDA$ )

$$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ \text{ (dividiendo entre 2) } \textcircled{1}$$

También  $\angle BCD + \angle DCE = 180^\circ$  (porque  $\angle BCE$  es un ángulo llano).  $\textcircled{2}$

$$\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle DCE \text{ (por } \textcircled{1} \text{ y } \textcircled{2})$$

Entonces,  $\angle ABC = \angle DCE$  (se resta  $\angle BCD$  en ambos miembros).

Por tanto,  $AB \parallel DC$  (ángulos correspondientes de igual medida).

Para BC y AD,  
 $2\angle BCD + 2\angle ADC = 360^\circ$  ( $\angle BCD = \angle BAD$  y  $\angle ADC = \angle ABC$ )

$$\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ \text{ (dividiendo entre 2) } \textcircled{3}$$

También  $\angle ADC + \angle ADF = 180^\circ$  (porque  $\angle CDF$  es un ángulo llano).  $\textcircled{4}$

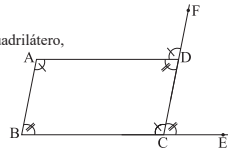
$$\angle BCD + \angle ADC = \angle ADC + \angle ADF \text{ (por } \textcircled{3} \text{ y } \textcircled{4})$$

Entonces,  $\angle BCD = \angle ADF$  (se resta  $\angle ADC$  en ambos miembros).

Por tanto,  $BC \parallel AD$  (ángulos correspondientes de igual medida).

Por tanto, se concluye que los lados opuestos del cuadrilátero son paralelos.

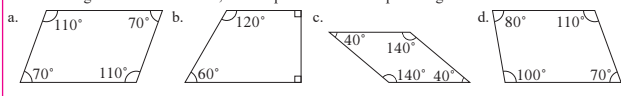
Por consiguiente, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.



Si dos pares de ángulos opuestos son congruentes en un cuadrilátero, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



Dados los siguientes cuadriláteros, identifique cuáles son los paralelogramos.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 135



#### Solucionario de los ejercicios:

a y c: Dos pares de ángulos opuestos son congruentes.

Fecha: dd - mm - aa

#### 5-3-5 Condiciones para un paralelogramo (2)

(P) Demuestre que el cuadrilátero ABCD, cuyos pares de ángulos opuestos son congruentes es un paralelogramo.

(S) Se prolongan los segmentos BC hasta el punto E y CD hasta el punto F.

Para AB y DC,

$2\angle ABC + 2\angle BCD = 360^\circ$  (suma de ángulos internos de un cuadrilátero,  
 $\angle DAB = \angle BCD$  y  $\angle ABC = \angle CDA$ )

$$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ \text{ (dividiendo entre 2) } \textcircled{1}$$

También  $\angle BCD + \angle DCE = 180^\circ$  (porque  $\angle BCE$  es un ángulo llano).  $\textcircled{2}$

$$\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle DCE \text{ (por } \textcircled{1} \text{ y } \textcircled{2})$$

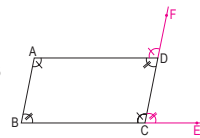
Entonces,  $\angle ABC = \angle DCE$  (se resta  $\angle BCD$  en ambos miembros).

Por tanto,  $AB \parallel DC$  (ángulos correspondientes de igual medida).

Para BC y AD,

$2\angle BCD + 2\angle ADC = 360^\circ$  ( $\angle BCD = \angle BAD$  y  $\angle ADC = \angle ABC$ )

$$\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ \text{ (dividiendo entre 2) } \textcircled{3}$$



También  $\angle ADC + \angle ADF = 180^\circ$  (porque  $\angle CDF$  es un ángulo llano)  $\textcircled{4}$

$$\angle BCD + \angle ADC = \angle ADC + \angle ADF \text{ (por } \textcircled{3} \text{ y } \textcircled{4})$$

Entonces,  $\angle BCD = \angle ADF$  (se resta  $\angle ADC$  en ambos miembros).

Por tanto,  $BC \parallel AD$  (ángulos correspondientes de igual medida).

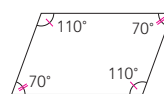
Por tanto, se concluye que los lados opuestos del cuadrilátero son paralelos.

Por consiguiente, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.

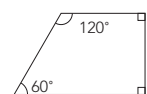
(C) Si dos pares de ángulos opuestos son congruentes en un cuadrilátero, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

(E) Identifique cuáles son los paralelogramos.

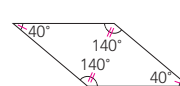
a.



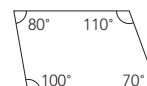
b.



c.



d.



## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 6 Condiciones para un paralelogramo (3)

#### Aprendizaje esperado:

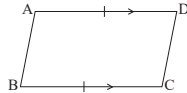
Demuestra que un cuadrilátero es un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 6 Condiciones para un paralelogramo (3)



Demuestre que el siguiente cuadrilátero ABCD, cuyo par de lados opuestos son congruentes y paralelos, es un paralelogramo.

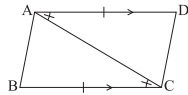


$AD = BC$  y  $AD \parallel BC$  (por hipótesis)  
Se traza la diagonal AC.

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle CDA$ ,  
 $BC = DA$  (por hipótesis)  
 $\angle ACB = \angle CAD$  (ángulos alternos internos entre paralelas)  
 $AC = CA$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$  (por el criterio LAL).  
Por consiguiente,  $AB = CD$  (por la congruencia).

Por tanto, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo (dos pares de lados opuestos de igual medida).



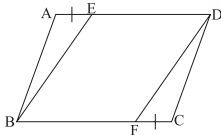
Cada una de las siguientes condiciones es necesaria y suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo:

1. Dos pares de lados opuestos son paralelos. (Definición)
2. Dos pares de lados opuestos son congruentes.
3. Dos pares de ángulos opuestos son congruentes.
4. Las diagonales se intersecan en su punto medio.
5. Un par de lados opuestos son paralelos y congruentes.

El numeral 1 corresponde a la definición de paralelogramo.



Se toman los puntos E y F en los lados AD y BC respectivamente de un paralelogramo ABCD de modo que se cumple que  $AE = CF$ . Demuestre que el cuadrilátero EBFD es un paralelogramo llenando los espacios en blanco.



En el paralelogramo ABCD,  
 $AD = \square$  (por la condición 2)  
 $AE = CF$  (por hipótesis)  
Entonces,  $ED = \square$ .

$AD \parallel BC$  (por hipótesis)  
 $ED \parallel \square$

Por lo anterior, los dos lados opuestos son paralelos y congruentes.  
Por tanto, el cuadrilátero EBFD es un paralelogramo.

#### Solucionario del ejercicio:

En el paralelogramo ABCD,  
 $AD = \square$  (por la condición 2)  
 $AE = CF$  (por hipótesis)  
Entonces,  $ED = \square$ .  
 $AD \parallel BC$  (por hipótesis)  
 $ED \parallel \square$

Por lo anterior, los dos lados opuestos son paralelos y congruentes.

Por tanto, el cuadrilátero EBFD es un paralelogramo.

Fecha: dd – mm – aa

5-3-6 Condiciones para un paralelogramo (3)

(P) Demuestre que el cuadrilátero ABCD, cuyo par de lados opuestos son congruentes y paralelos, es un paralelogramo.

(S)  $AD = BC$  y  $AD \parallel BC$  (por hipótesis)

Se traza la diagonal AC.

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle CDA$ ,

$BC = DA$  (por hipótesis)

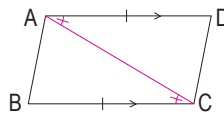
$\angle ACB = \angle CAD$  (ángulos alternos internos entre paralelas)

$AC = CA$  (es común)

Entonces,  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$  (por el criterio LAL).

Por consiguiente,  $AB = CD$  (por la congruencia).

Por tanto, el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo (dos pares de lados opuestos de igual medida).



(C) Cada una de las siguientes condiciones es necesaria y suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo:

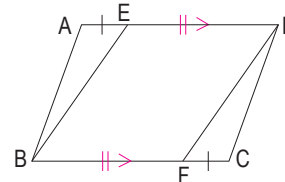
1. Dos pares de lados opuestos son paralelos. (Definición)
2. Dos pares de lados opuestos son congruentes.
3. Dos pares de ángulos opuestos son congruentes.

4. Las diagonales se intersecan en su punto medio.

5. Un par de lados opuestos son paralelos y congruentes.

El numeral 1 corresponde a la definición de paralelogramo.

(E) Demuestre que el cuadrilátero EBFD es un paralelogramo si  $AE = CF$ .



En el paralelogramo ABCD,  
 $AD = \square$  (por la condición 2)  
 $AE = CF$  (por hipótesis)  
Entonces,  $ED = \square$ .

$AD \parallel BC$  (por hipótesis)  
 $ED \parallel \square$

Por lo anterior, los dos lados opuestos son paralelos y congruentes.  
Por tanto, el cuadrilátero EBFD es un paralelogramo.

## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 7 Características de rombos

#### Aprendizaje esperado:

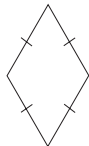
Demuestra que un rombo es un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 7 Características de rombos



Demuestre que un rombo es un paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de la clase 6 sección 3.



Un rombo tiene dos pares de lados opuestos congruentes. Entonces, por la condición 2, un rombo es un paralelogramo.



Un rombo es un paralelogramo por tener cuatro lados congruentes.

Las diagonales de un rombo se intersecan perpendicularmente.

Se trazan las diagonales AC y BD en el rombo ABCD y se nombra O al punto donde las diagonales se intersecan.

En  $\triangle DAO$  y  $\triangle DCO$ ,

DA = DC (por ser un rombo) ①

DO = DO (es común) ②

AO = CO (por la condición 4 para un paralelogramo) ③

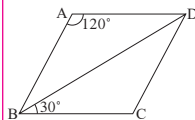
Entonces,  $\triangle DAO \cong \triangle DCO$  (por el criterio LLL).

Por consiguiente,  $\angle DOA = \angle DOC = 90^\circ$

Por tanto,  $DO \perp AC$ .



Demuestre que en el paralelogramo ABCD, si el  $\angle DAB = 120^\circ$  y el  $\angle DBC = 30^\circ$ , entonces el paralelogramo ABCD es un rombo.



En el paralelogramo ABCD,

$\angle BDA = \square^\circ$  (por  $AD \parallel BC$  y  $\angle DBC = 30^\circ$ )

En  $\triangle ABD$ ,

$\angle DBA = 180^\circ - (\angle DAB + \angle BDA) = \square^\circ$

Entonces,  $\triangle ABD$  es un triángulo isósceles y  $AB = AD$ .

En el paralelogramo ABCD,  $AB = \square$  y  $AD = \square$  por la condición 2 para un paralelogramo.

Por lo anterior,  $AB = \square = \square = \square$ .

Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rombo.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

137



#### Solucionario del ejercicio:

En el paralelogramo ABCD,

$\angle BDA = \square^\circ$  (por  $AD \parallel BC$  y  $\angle DBC = 30^\circ$ )

En  $\triangle ABD$ ,

$\angle DBA = 180^\circ - (\angle DAB + \angle BDA) = \square^\circ$

Entonces,  $\triangle ABD$  es un triángulo isósceles y  $AB = AD$ .

En el paralelogramo ABCD,  $AB = \square$  y  $AD = \square$  por la condición 2 para un paralelogramo.

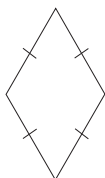
Por lo anterior,  $AB = \square = \square = \square$ .

Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rombo.

Fecha: dd - mm - aa

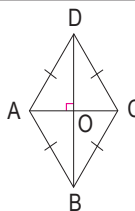
5-3-7 Características de rombos

① Demuestre que un rombo es un paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de S3C6.



② Un rombo tiene dos pares de lados opuestos congruentes. Entonces, por la condición 2, un rombo es un paralelogramo.

③ Un rombo es un paralelogramo por tener cuatro lados congruentes.



Las diagonales de un rombo se intersecan perpendicularmente.

④ Demuestre que el paralelogramo ABCD es un rombo.

En el paralelogramo ABCD,

$\angle BDA = \square^\circ$  (por  $AD \parallel BC$  y  $\angle DBC = 30^\circ$ )

En  $\triangle ABD$ ,

$\angle DBA = 180^\circ - (\angle DAB + \angle BDA) = \square^\circ$

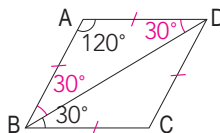
Entonces,  $\triangle ABD$  es un triángulo isósceles y  $AB = AD$ .

En el paralelogramo ABCD,

$AB = \square$  y  $AD = \square$  por la condición 2 para un paralelogramo.

Por lo anterior,  $AB = \square = \square = \square$ .

Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rombo.



## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 8 Características de rectángulos

#### Aprendizaje esperado:

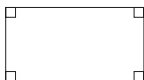
Demuestra que un rectángulo es un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 8 Características de rectángulos



Demuestre que un rectángulo es paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de la clase 6 sección 3.



Un rectángulo es el cuadrilátero que tiene sus cuatro ángulos rectos.



Un rectángulo tiene dos pares de ángulos opuestos congruentes. Entonces, por la condición 3, un rectángulo es paralelogramo.



Un rectángulo es un paralelogramo por tener cuatro ángulos congruentes.

Las diagonales de un rectángulo tienen la misma medida.

Se trazan las diagonales AC y DB en el rectángulo ABCD, como se muestra en la figura que está abajo.

$AB = DC$   
 $BC = CB$   
 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$

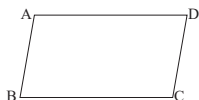
Entonces,  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (por el criterio LAL).

Por tanto,  $AC = DB$  (por congruencia).



¿Cuáles son las condiciones para que el paralelogramo ABCD sea un rectángulo?

- a.  $\angle A = 90^\circ$
- b.  $AB = BC$
- c.  $AC = BD$



#### Solucionario de los ejercicios:

a y c

(Explicación)

a. Si  $\angle A = 90^\circ$ , entonces  $\angle C = 90^\circ$  (dos pares de ángulos opuestos son congruentes).

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$  (Suma de ángulos internos de un cuadrilátero)

$$90^\circ + \angle B + 90^\circ + \angle D = 360^\circ$$

$$\angle B + \angle D + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 360^\circ - 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$2\angle B = 180^\circ \quad (\angle B = \angle D)$$

$$\angle B = \frac{180^\circ}{2}$$

$$\angle B = 90^\circ$$

$$\angle D = 90^\circ$$

Entonces,  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ .

Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rectángulo.

b. Si  $AB = BC$ , entonces  $AB = BC = CD = DA$  (dos pares de lados opuestos son congruentes).

Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rombo.

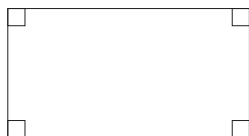
c. Si  $AC = BD$ , es decir, las diagonales son de igual medida. Entonces, el paralelogramo ABCD es un rectángulo.

Fecha: dd - mm - aa

5-3-8 Características de rectángulos



Demuestre que un rectángulo es paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de S3C6.

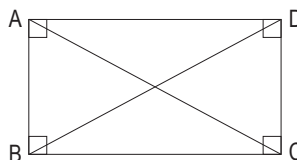


Un rectángulo tiene dos pares de ángulos opuestos congruentes.

Entonces, por la condición 3, un rectángulo es un paralelogramo.



Un rectángulo es un paralelogramo por tener cuatro ángulos congruentes.



Las diagonales de un rectángulo tienen la misma medida.

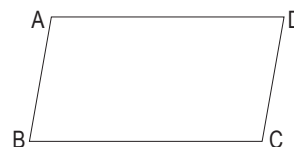


¿Cuáles son las condiciones para que el paralelogramo ABCD sea un rectángulo?

a.  $\angle A = 90^\circ$

b.  $AB = BC$

c.  $AC = BD$



## Sección 3 Cuadriláteros

### Clase 9 Características de cuadrados

#### Aprendizaje esperado:

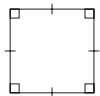
Demuestra que un cuadrado es un paralelogramo.

#### Sección 3 Cuadriláteros

#### Clase 9 Características de cuadrados



Demuestre que un cuadrado es un paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de la clase 6 sección 3.



Un cuadrado es un cuadrilátero que tiene cuatro ángulos rectos y cuatro lados congruentes.



Dado que un cuadrado tiene cuatro lados congruentes por definición, entonces los lados opuestos son congruentes. Por tanto, por la condición 2, un cuadrado es paralelogramo.



Un cuadrado es un paralelogramo por tener cuatro lados congruentes y cuatro ángulos congruentes.



¿Qué incisos muestran las condiciones para que un paralelogramo ABCD sea un cuadrado?

- a.  $\angle A = \angle B$
- b.  $AB = BC$
- c.  $\angle A = \angle B$  y  $AB = BC$



#### Solucionario de los ejercicios:

c

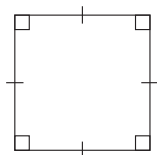
(Explicación)

- a. Si  $\angle A = \angle B$ , entonces  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$  (dos pares de ángulos opuestos son congruentes).  
Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rectángulo.
- b. Si  $AB = BC$ , entonces  $AB = BC = CD = DA$  (dos pares de lados opuestos son congruentes).  
Por tanto, el paralelogramo ABCD es un rombo.
- c. Si  $\angle A = \angle B$  y  $AB = BC$ , entonces  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$  y  $AB = BC = CD = DA$ .  
Entonces, el paralelogramo ABCD es un cuadrado.

Fecha: dd - mm - aa

5-3-9 Características de cuadrados

- (P) Demuestre que un cuadrado es un paralelogramo, utilizando las condiciones vistas en la conclusión de S3C6.



- (S) Un cuadrado tiene cuatro lados congruentes por definición, entonces los lados opuestos son congruentes.

Por tanto, por la condición 2, un cuadrado es un paralelogramo.

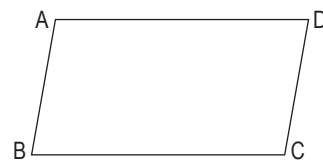
- (C) Un cuadrado es un paralelogramo por tener cuatro lados congruentes y cuatro ángulos congruentes.

- (E) ¿Qué incisos muestran las condiciones para que un paralelogramo ABCD sea un cuadrado?

a.  $\angle A = \angle B$

b.  $AB = BC$

(C)  $\angle A = \angle B$  y  $AB = BC$





## Sección 4 Semejantes

### Clase 1 Concepto de semejanza

#### Aprendizaje esperado:

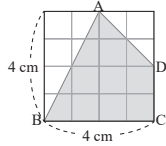
Identifica la semejanza de dos figuras.

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 1 Concepto de semejanza



Con base en la siguiente figura:



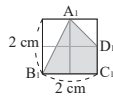
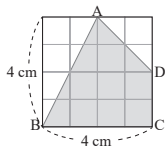
Reduzca a la mitad y amplíe al doble las longitudes de los lados en la cuadrícula.



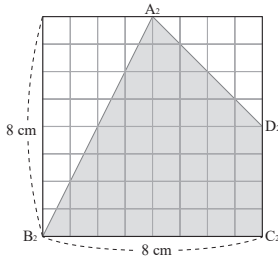
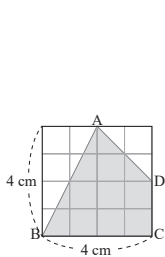
- Reduzca el tamaño del cuadrilátero ABCD a la mitad sin cambiar su forma.
- Amplíe el tamaño del cuadrilátero ABCD al doble sin cambiar su forma.



- Se traza el cuadrilátero en la cuadrícula, respetando la forma del mismo.



- Se traza el cuadrilátero en la cuadrícula, respetando la forma del mismo.



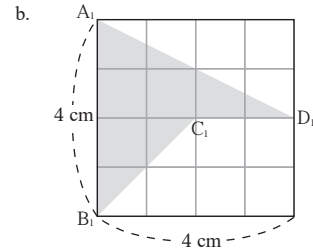
Dos o más figuras son **semejantes** si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos. Para indicar semejanza se utiliza el símbolo “~”. Por ejemplo: el cuadrilátero ABCD ~ el cuadrilátero A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, y se lee “el cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>”. Así mismo, el cuadrilátero ABCD ~ el cuadrilátero A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>, y se lee “el cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>”.



140 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

- Sí, son semejantes: Las dos figuras tienen la misma forma aunque sus tamaños sean diferentes.



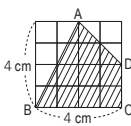
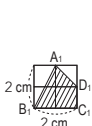
Fecha: dd – mm – aa

5-4-1 Concepto de semejanza

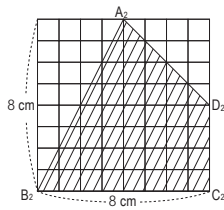
- Reduzca el tamaño del cuadrilátero ABCD a la mitad sin cambiar su forma.
- Amplíe el tamaño del cuadrilátero ABCD al doble sin cambiar su forma.



- 



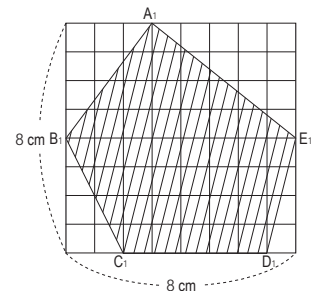
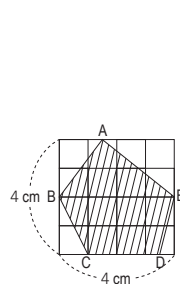
- 



- Dos o más figuras son **semejantes** si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos. Para indicar semejanza se utiliza el símbolo “~”. El cuadrilátero ABCD ~ el cuadrilátero A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> se lee “El cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>”.

El cuadrilátero ABCD ~ el cuadrilátero A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub> se lee “El cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>”.

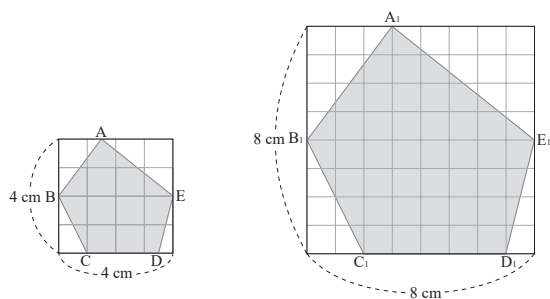
- ¿Son semejantes? Explique por qué.



Son semejantes porque las dos figuras tienen la misma forma aunque los tamaños sean diferentes.

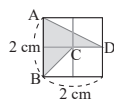
**E**

a. Dadas las siguientes figuras, responda:



¿Son semejantes?  
Explique por qué son semejantes.

b. Amplíe al doble el cuadrilátero ABCD que está abajo.



## Sección 4 Semejantes

### Clase 2 Características de figuras semejantes (1)

#### Aprendizaje esperado:

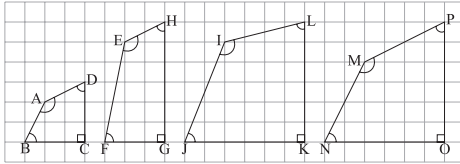
Identifica si dos figuras son semejantes a partir de sus ángulos correspondientes.

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 2 Características de figuras semejantes (1)

**P**

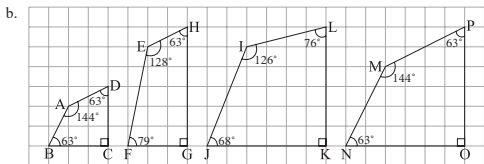
- a. En las siguientes figuras, ¿qué cuadrilátero es semejante al cuadrilátero ABCD?



- b. Mida los ángulos de los cuadriláteros dados.  
c. Compare los ángulos medidos en el inciso b.

**S**

- a. Dos o más figuras son semejantes si son de la misma forma. Por tanto, el cuadrilátero MNOP es semejante al cuadrilátero ABCD.



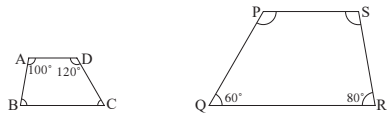
- c. Todos los ángulos del cuadrilátero ABCD son congruentes a los ángulos del cuadrilátero MNOP. Sin embargo, los ángulos del cuadrilátero EFGH y del cuadrilátero IJKL no son congruentes.

**G**

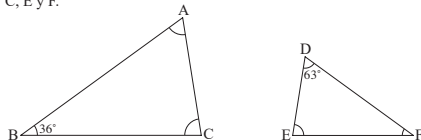
En dos o más polígonos semejantes, las medidas de sus ángulos correspondientes son congruentes.

**E**

- a. El cuadrilátero ABCD y el cuadrilátero SRQP son semejantes. Encuentre las medidas de sus ángulos B, C, P y S.



- b. El triángulo ABC y el triángulo DFE son semejantes. Encuentre las medidas de sus ángulos A, C, E y F.



142 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

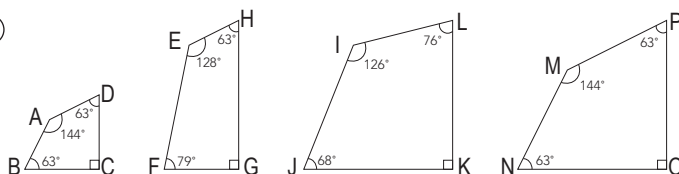
- a.  $\angle B = \angle R$ , por tanto  $\angle B = 80^\circ$   
 $\angle C = \angle Q$ , por tanto  $\angle C = 60^\circ$   
 $\angle P = \angle D$ , por tanto  $\angle P = 120^\circ$   
 $\angle S = \angle A$ , por tanto  $\angle S = 100^\circ$
- b.  $\angle A = \angle D$ , por tanto  $\angle A = 63^\circ$   
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   
 $63^\circ + 36^\circ + \angle C = 180^\circ$   
 $\angle C = 180^\circ - 63^\circ - 36^\circ$   
 $= 81^\circ$   
 $\angle E = \angle C$ , por tanto  $\angle E = 81^\circ$   
 $\angle F = \angle B$ , por tanto  $\angle F = 36^\circ$

Fecha: dd - mm - aa

5-4-2 Características de figuras semejantes (1)

- P** ¿Qué cuadrilátero es semejante al cuadrilátero ABCD?  
Mida los ángulos de los cuadriláteros y compare.

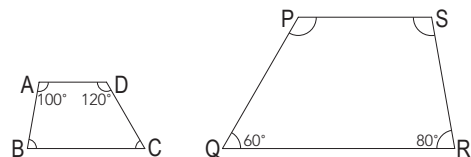
**S**



Al comparar los cuadriláteros ABCD y MNOP todos los ángulos del cuadrilátero ABCD son congruentes a los ángulos del cuadrilátero MNOP y si se amplía el cuadrilátero ABCD al doble, el cuadrilátero resultante es el cuadrilátero MNOP. Por tanto, el cuadrilátero MNOP es semejante al cuadrilátero ABCD.

- G** En dos o más polígonos semejantes, las medidas de sus ángulos correspondientes son congruentes.

- E** a. El cuadrilátero ABCD y el cuadrilátero SRQP son semejantes.  
Encuentre las medidas de sus ángulos B, C, P y S.



- $\angle B = \angle R$ , por tanto  $\angle B = 80^\circ$   
 $\angle C = \angle Q$ , por tanto  $\angle C = 60^\circ$   
 $\angle P = \angle D$ , por tanto  $\angle P = 120^\circ$   
 $\angle S = \angle A$ , por tanto  $\angle S = 100^\circ$

## Sección 4 Semejantes

### Clase 3 Características de figuras semejantes (2)

#### Aprendizaje esperado:

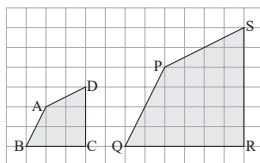
Identifica si dos figuras son semejantes a partir de sus lados correspondientes.

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 3 Características de figuras semejantes (2)



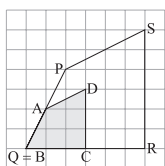
Los cuadriláteros ABCD y PQRS son semejantes. ¿Cuál es la relación entre las razones de los lados correspondientes de ambos cuadriláteros?



A los lados correspondientes se les llama también lados homólogos.



Sobreponga los cuadriláteros, haciendo coincidir los vértices B y Q. Comparando los lados correspondientes, se deduce lo siguiente:



$$AB : PQ = 1 : 2$$

$$BC : QR = 1 : 2$$

$$CD : RS = 1 : 2$$

$$DA : SP = 1 : 2$$

Entonces,  
 $AB : PQ = BC : QR = CD : RS = DA : SP = 1 : 2$

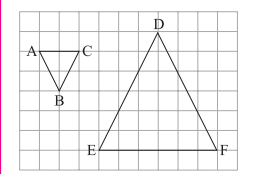


En dos polígonos semejantes, sus lados correspondientes son proporcionales y a la razón entre ellos se le llama **razón de semejanza**.

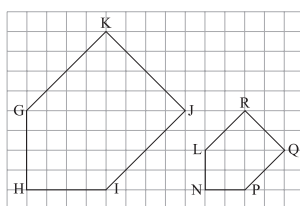


En las siguientes figuras, identifique los lados correspondientes y calcule la razón de semejanza en cada pareja.

a.



b.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

143

...

#### Solucionario de los ejercicios:

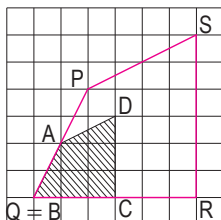
| Lados correspondientes | Razón de semejanza |
|------------------------|--------------------|
| a. BA y DE             | BA : DE = 1 : 3    |
| AC y EF                | AC : EF = 1 : 3    |
| BC y DF                | BC : DF = 1 : 3    |
| (Solución alternativa) |                    |
| BA y DF                | BA : DF = 1 : 3    |
| AC y FE                | AC : FE = 1 : 3    |
| BC y DE                | BC : DE = 1 : 3    |
| b. GH y LN             | GH : LN = 2 : 1    |
| HI y NP                | HI : NP = 2 : 1    |
| IJ y PQ                | IJ : PQ = 2 : 1    |
| JK y QR                | JK : QR = 2 : 1    |
| KG y RL                | KG : RL = 2 : 1    |
| (Solución alternativa) |                    |
| GH y PN                | GH : PN = 2 : 1    |
| HI y NL                | HI : NL = 2 : 1    |
| IJ y LR                | IJ : LR = 2 : 1    |
| JK y RQ                | JK : RQ = 2 : 1    |
| KG y QP                | KG : QP = 2 : 1    |

Fecha: dd - mm - aa

5-4-3 Características de figuras semejantes (2)

- (P) Dado el cuadrilátero ABCD ~ al cuadrilátero PQRS, ¿cuál es la relación entre las razones de los lados correspondientes de ambos cuadriláteros?

(S)



$$AB : PQ = 1 : 2$$

$$CD : RS = 1 : 2$$

$$BC : QR = 1 : 2$$

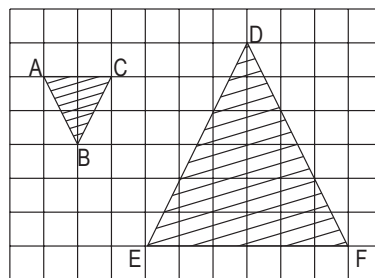
$$DA : SP = 1 : 2$$

$$\longrightarrow AB : PQ = BC : QR = CD : RS = DA : SP = 1 : 2$$

- (C) En dos polígonos semejantes, sus lados correspondientes son proporcionales y a la razón entre ellos se le llama **razón de semejanza**.

- (E) Identifique los lados correspondientes y calcule la razón de semejanza.

a.



Lados correspondientes:

BA y DE  
 AC y EF  
 BC y DF

Razón de semejanza:

$$BA : DE = 1 : 3$$

$$AC : EF = 1 : 3$$

$$BC : DF = 1 : 3$$

## Sección 4 Semejantes

### Clase 4 Criterio de semejanza de triángulos: LLL

#### Aprendizaje esperado:

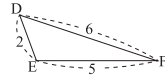
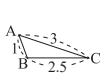
Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Lado-Lado-Lado (LLL).  
Encuentra la longitud del lado de un triángulo semejante usando la razón de semejanza.

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 4 Criterio de semejanza de triángulos: LLL

**P**

¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?



En dos o más polígonos semejantes, las medidas de sus ángulos correspondientes son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales.



**S**

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,

$$AB : DE = 1 : 2$$

$$BC : EF = 2.5 : 5 = 1 : 2$$

$$CA : FD = 3 : 6 = 1 : 2$$

$$\angle A = 50^\circ$$

$$\angle B = 110^\circ$$

$$\angle C = 20^\circ$$

$$\angle D = 50^\circ$$

$$\angle E = 110^\circ$$

$$\angle F = 20^\circ$$

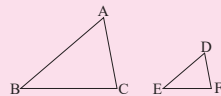
Debido a que las medidas de sus ángulos correspondientes son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales, los triángulos  $ABC$  y  $DEF$  son semejantes.

**G**

Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

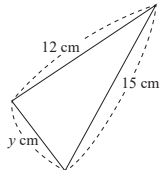
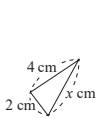
$$AB : DE = BC : EF = CA : FD$$

A esta condición de dos triángulos semejantes se le llama **criterio de semejanza LLL (Lado-Lado-Lado)**.



Ejemplo:

¿Cuáles son los valores de "x" y "y" para que los triángulos sean semejantes?



Para que los triángulos sean semejantes es suficiente que sus lados correspondientes sean proporcionales, es decir:

$$2 : y = x : 15 = 4 : 12$$

Se calcula el valor de x:

$$\begin{aligned} x : 15 &= 4 : 12 \\ 12x &= 15 \times 4 \\ 12x &= 60 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Se calcula el valor de y:

$$\begin{aligned} 2 : y &= 4 : 12 \\ 4y &= 2 \times 12 \\ 4y &= 24 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

Por tanto, los valores de "x" y "y" son 5 cm y 6 cm respectivamente.

Si  $a : b = c : d$ ,  
entonces  $ad = bc$ .



#### Solucionario de los ejercicios:

- a. En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,  
 $AB : DE = 5 : 15 = 1 : 3$   
 $BC : EF = 9 : 27 = 1 : 3$   
 $CA : FD = 7 : 21 = 1 : 3$   
 Por tanto,  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ .

Justificación: los lados correspondientes son proporcionales.

- b. La razón equivalente más simple de 10 : 15 es 2 : 3.

$$\begin{aligned} 12 : x &= 2 : 3 \\ 2x &= 12 \times 3 \\ 2x &= 36 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

$$9 : y = 2 : 3$$

$$2y = 9 \times 3$$

$$2y = 27$$

$$y = 13.5 \left( = \frac{27}{2} \right)$$

$$R: x = 18$$

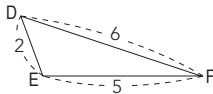
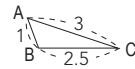
$$y = 13.5$$

Fecha: dd - mm - aa

5-4-4 Criterio de semejanza de triángulos: LLL

(P1) ¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?

(S1)



$$AB : DE = 1 : 2$$

$$BC : EF = 2.5 : 5 = 1 : 2$$

$$CA : FD = 3 : 6 = 1 : 2$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\angle A = 50^\circ$$

$$\angle B = 110^\circ$$

$$\angle C = 20^\circ$$

$$\angle D = 50^\circ$$

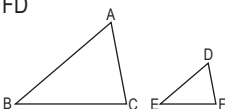
$$\angle E = 110^\circ$$

$$\angle F = 20^\circ$$

(C) Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes, entonces los triángulos son semejantes.

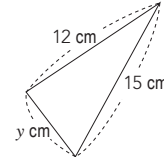
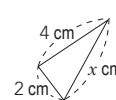
$$AB : DE = BC : EF = CA : FD$$

**Criterio de semejanza LLL**  
(Lado-Lado-Lado)



Ejemplo:

¿Cuáles son los valores de "x" y "y" para que los triángulos sean semejantes?



$$2 : y = x : 15 = 4 : 12$$

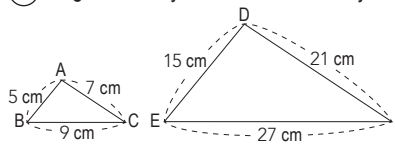
El valor de x:

$$\begin{aligned} x : 15 &= 4 : 12 \\ 12x &= 15 \times 4 \\ 12x &= 60 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

El valor de y:

$$\begin{aligned} 2 : y &= 4 : 12 \\ 4y &= 2 \times 12 \\ 4y &= 24 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

(E) a. ¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes? Justifique su respuesta.



$$AB : DE = 5 : 15 = 1 : 3$$

$$BC : EF = 9 : 27 = 1 : 3$$

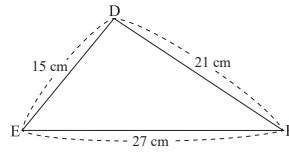
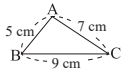
$$CA : FD = 7 : 21 = 1 : 3$$

Por tanto,  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ .

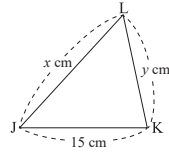
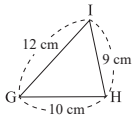
Justificación: los lados correspondientes son proporcionales.

**E**

a. ¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes? Justifique su respuesta.



b. ¿Cuáles son los valores de “x” y “y” para que el  $\triangle GHI$  y el  $\triangle JKL$  sean semejantes?



## Sección 4 Semejantes

### Clase 5 Criterio de semejanza de triángulos: LAL

#### Aprendizaje esperado:

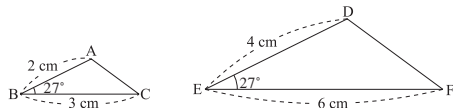
Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Lado-Ángulo-Lado (LAL).

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 5 Criterio de semejanza de triángulos: LAL

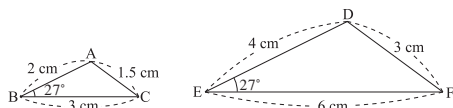


¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?



La medida del lado CA es 1.5 cm y la medida del lado FD es 3 cm. Entonces, se comprueba que CA es la mitad de FD, es decir,  $CA : FD = 1 : 2$ .

Utilice regla para medir CA y FD.

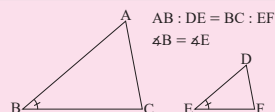


Por tanto, los triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales y por el criterio de semejanza LLL:

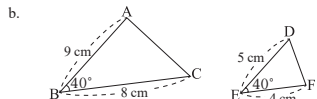
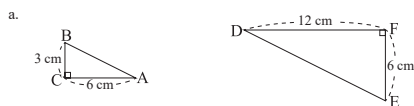
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$



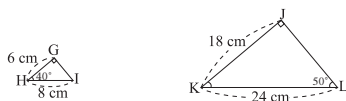
Si dos triángulos tienen un ángulo correspondiente congruente y los lados adyacentes a este son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes. A esta condición de dos triángulos semejantes se le llama **criterio de semejanza LAL (Lado-Ángulo-Lado)**.



1. Determine si los siguientes triángulos son semejantes, utilizando el criterio LAL:



2. ¿Es semejante el  $\triangle GHI$  con el  $\triangle JKL$ ? Justifique su respuesta.



146 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

1. a. En  $\triangle BCA$  y  $\triangle EFD$ ,  
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$   
 $CB : FE = 3 : 6 = 1 : 2$   
 $CA : FD = 6 : 12 = 1 : 2$   
 Por tanto,  $\triangle BCA \sim \triangle EFD$ .
- b. En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,  
 $\angle B = \angle E = 40^\circ$   
 $BA : ED = 9 : 5$   
 $BC : EF = 8 : 4 = 2 : 1$   
 Por tanto, el  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  no son semejantes.  
 En  $\triangle ABC$  y  $\triangle FED$ ,  
 $\angle B = \angle E = 40^\circ$   
 $BA : EF = 9 : 4$   
 $BC : ED = 8 : 5$   
 Por tanto, el  $\triangle ABC$  y el  $\triangle FED$  no son semejantes.

2. En  $\triangle JKL$ ,  
 $\angle J + \angle K + \angle L = 180^\circ$   
 $90^\circ + \angle K + 50^\circ = 180^\circ$   
 $\angle K + 140^\circ = 180^\circ$   
 $\angle K = 180^\circ - 140^\circ$   
 $\angle K = 40^\circ$

En  $\triangle GHI$  y  $\triangle JKL$ ,

$$\angle H = \angle K$$

$$GH : JK = 6 : 18 = 1 : 3$$

$$HI : KL = 8 : 24 = 1 : 3$$

Por tanto,  $\triangle GHI \sim \triangle JKL$ .

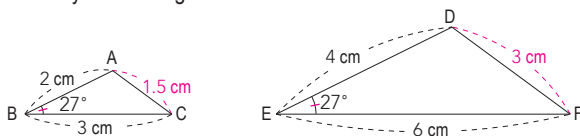
Justificación: dos triángulos tienen un ángulo correspondiente congruente y los lados adyacentes a este son proporcionales.

Fecha: dd - mm - aa

5-4-5 Criterio de semejanza de triángulos: LAL

(P) ¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?

(S) Mida CA y FD con regla.



$$CA : FD = 1 : 2$$

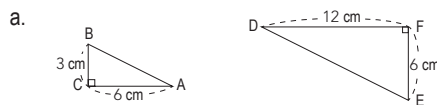
Los triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales y por el criterio de semejanza LLL:

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

(C) Dos triángulos son semejantes si los dos tienen un ángulo correspondiente congruente y los lados adyacentes a este son proporcionales.

**Criterio de semejanza LAL (Lado-Ángulo-Lado)**

(E) 1. Determine si los triángulos son semejantes, utilizando el criterio LAL:



En  $\triangle BCA$  y  $\triangle EFD$ ,

$$\angle C = \angle F = 90^\circ$$

$$CB : FE = 3 : 6 = 1 : 2$$

$$CA : FD = 6 : 12 = 1 : 2$$

Por tanto,  $\triangle BCA \sim \triangle EFD$ .

## Sección 4 Semejantes

### Clase 6 Criterio de semejanza de triángulos: AA

#### Aprendizaje esperado:

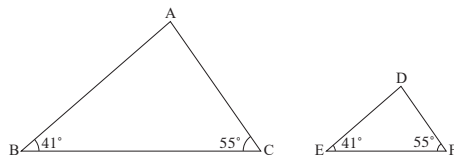
Identifica los triángulos semejantes con el criterio de semejanza Ángulo-Ángulo (AA).

#### Sección 4 Semejantes

#### Clase 6 Criterio de semejanza de triángulos: AA



¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?



En  $\triangle ABC$ , la medida del lado AB es 5 cm y la medida del lado BC es 6 cm.  
En  $\triangle DEF$ , la medida del lado DE es 2.5 cm y la medida del lado EF es 3 cm.

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,

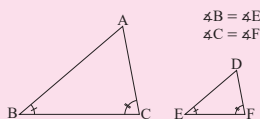
$$AB : DE = 5 : 2.5 = 2 : 1, BC : EF = 6 : 3 = 2 : 1$$

Entonces,  $AB : DE = BC : EF$  y  $\angle B = \angle E$  por hipótesis.

Por tanto, el  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  tienen un ángulo correspondiente congruente y sus lados adyacentes a este son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.



Si dos triángulos tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes, entonces los triángulos son semejantes. A esta condición de dos triángulos semejantes se le llama **criterio de semejanza AA (Ángulo-Ángulo)**.



1. Determine si son semejantes los siguientes triángulos utilizando el criterio de semejanza AA. Justifique su respuesta.



2. ¿Cuál debe ser el valor de  $\angle D$  para que los triángulos  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$  sean semejantes?



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

147

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

$$\begin{aligned} \text{1. a. En } \triangle DFE, \\ \angle D + \angle F + \angle E &= 180^\circ \\ 40^\circ + 20^\circ + \angle E &= 180^\circ \\ 60^\circ + \angle E &= 180^\circ \\ \angle E &= 180^\circ - 60^\circ \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

En  $\triangle CAB$  y  $\triangle DFE$ ,

$$\angle C = \angle D = 40^\circ$$

$$\angle B = \angle E = 120^\circ$$

Por tanto,  $\triangle CAB \sim \triangle DFE$ .

Justificación: dos triángulos tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes.

$$\begin{aligned} \text{b. En } \triangle FED, \\ \angle F + \angle E + \angle D &= 180^\circ \\ \angle F + 85^\circ + 25^\circ &= 180^\circ \\ \angle F + 110^\circ &= 180^\circ \\ \angle F &= 180^\circ - 110^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle FED$ ,

$$\angle A = \angle F = 70^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 25^\circ$$

Por tanto,  $\triangle ABC \sim \triangle FED$ .

Justificación: dos triángulos tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes.

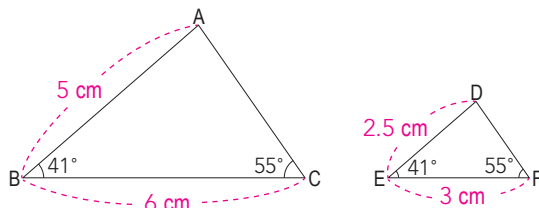
$$\begin{aligned} \text{2. En } \triangle ABC, \\ \angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ \\ \angle A + 40^\circ + 30^\circ &= 180^\circ \\ \angle A + 70^\circ &= 180^\circ \\ \angle A &= 180^\circ - 70^\circ \\ &= 110^\circ \end{aligned}$$

Para que  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,  $\angle D = \angle A = 110^\circ$ .

Fecha: dd - mm - aa

5-4-6 Criterio de semejanza de triángulos: AA

(P) ¿El  $\triangle ABC$  y el  $\triangle DEF$  son semejantes?



(S)

En  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$ ,

$$AB : DE = 5 : 2.5 = 2 : 1, BC : EF = 6 : 3 = 2 : 1$$

Entonces,  $AB : DE = BC : EF$  y  $\angle B = \angle E$  por hipótesis.

Por tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$  tienen un ángulo correspondiente y sus lados adyacentes a este son proporcionales.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

(C) Dos triángulos son semejantes si los dos tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes.

**Criterio de semejanza AA (Ángulo-Ángulo)**

(E) 1. Determine si son semejantes utilizando el criterio de semejanza AA. Justifique su respuesta.



En  $\triangle DFE$ ,

$$\begin{aligned} \angle D + \angle F + \angle E &= 180^\circ \\ 40^\circ + 20^\circ + \angle E &= 180^\circ \\ 60^\circ + \angle E &= 180^\circ \\ \angle E &= 180^\circ - 60^\circ \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

En  $\triangle CAB$  y  $\triangle DFE$ ,

$$\angle C = \angle D = 40^\circ$$

$$\angle B = \angle E = 120^\circ$$

Por tanto,  $\triangle CAB \sim \triangle DFE$ .

Justificación: dos triángulos tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes.



## Sección 5 Círculo y circunferencia

### Clase 1 Perímetro de circunferencias

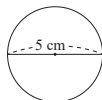
#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el perímetro de una circunferencia.

#### Sección 5 Círculo y circunferencia Clase 1 Perímetro de circunferencias

**P<sup>1</sup>**

¿Cuál es el perímetro de la circunferencia cuyo diámetro es 5 cm?



**S<sup>1</sup>**

Para encontrar el perímetro de la circunferencia, se multiplica Pi ( $\pi$ ) por el valor del diámetro de la circunferencia:

$$\begin{aligned} (\text{Perímetro de la circunferencia}) &= \pi \times (\text{diámetro}) \\ &= \pi \times 5 \\ &= 5\pi \end{aligned}$$

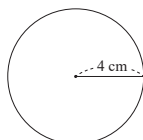
El perímetro de la circunferencia es  $5\pi$  cm.

Pi ( $\pi$ ) es un número irracional y su valor aproximado es 3.14. A partir de ahora, en los cálculos en los que aparece  $\pi$  no se sustituirá por su valor aproximado.



**P<sup>2</sup>**

¿Cuál es el perímetro de la circunferencia cuyo radio es 4 cm?



Diámetro =  $2 \times$  radio

**S<sup>2</sup>**

$$\begin{aligned} (\text{Perímetro de la circunferencia}) &= \pi \times 2 \times (\text{radio}) \\ &= \pi \times 2 \times 4 \\ &= 8\pi \end{aligned}$$

El perímetro de la circunferencia es  $8\pi$  cm.

**C**

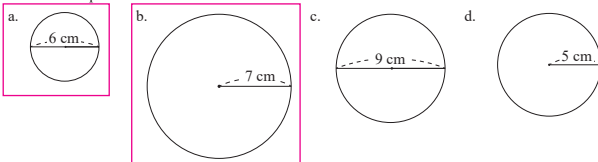
El perímetro de una circunferencia se calcula como  $\pi$  por diámetro:

$$P = \pi d \text{ o } P = 2\pi r$$

donde  $P$  es el perímetro de la circunferencia,  $d$  es el diámetro y  $r$  es el radio de la circunferencia.

**E**

Encuentre el perímetro de cada circunferencia.



148 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

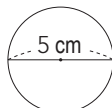
- $P = \pi \times 6 = 6\pi$   
R:  $6\pi$  cm
- $P = \pi \times 2 \times 7 = 14\pi$   
R:  $14\pi$  cm
- $P = \pi \times 9 = 9\pi$   
R:  $9\pi$  cm
- $P = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi$   
R:  $10\pi$  cm

Fecha: dd - mm - aa

5-5-1 Perímetro de circunferencias

**P<sup>1</sup>**

¿Cuál es el perímetro de la circunferencia cuyo diámetro es 5 cm?



**S<sup>1</sup>**

$$\begin{aligned} (\text{Perímetro de la circunferencia}) &= \pi \times (\text{diámetro}) \\ &= \pi \times 5 \\ &= 5\pi \end{aligned}$$

R: El perímetro de la circunferencia es  $5\pi$  cm.

**P<sup>2</sup>**

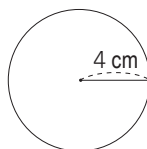
¿Cuál es el perímetro de la circunferencia cuyo radio es 4 cm?

**S<sup>2</sup>**

Diámetro =  $2 \times$  radio

$$\begin{aligned} (\text{Perímetro de la circunferencia}) &= \pi \times 2 \times (\text{radio}) \\ &= \pi \times 2 \times 4 \\ &= 8\pi \end{aligned}$$

R: El perímetro de la circunferencia es  $8\pi$  cm.



**C**

Perímetro de una circunferencia:

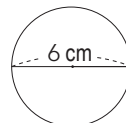
$$P = \pi d \text{ o } P = 2\pi r$$

donde  $P$  es el perímetro de la circunferencia,  $d$  es el diámetro y  $r$  es el radio de la circunferencia.

**E**

Encuentre el perímetro.

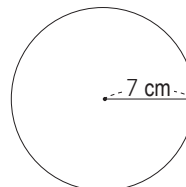
a.



$$\begin{aligned} P &= \pi \times 6 \\ &= 6\pi \end{aligned}$$

R:  $6\pi$  cm

b.



$$\begin{aligned} P &= \pi \times 2 \times 7 \\ &= 14\pi \end{aligned}$$

R:  $14\pi$  cm

## Sección 5 Círculo y circunferencia

### Clase 2 Área de círculos

#### Aprendizaje esperado:

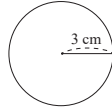
Encuentra el área de un círculo.

#### Sección 5 Círculo y circunferencia

#### Clase 2 Área de círculos

**P<sub>1</sub>**

¿Cuál es el área del círculo cuyo radio es de 3 cm?



**S<sub>1</sub>**

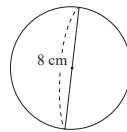
$$\begin{aligned} (\text{Área del círculo}) &= \pi \times (\text{radio})^2 \\ &= \pi \times 3^2 \\ &= \pi \times 9 \\ &= 9\pi \end{aligned}$$

El área del círculo es  $9\pi \text{ cm}^2$ .

$$\begin{aligned} \text{Área del círculo} &= \pi \times \text{radio} \times \text{radio} \\ &= \pi \times \text{radio}^2 \end{aligned}$$

**P<sub>2</sub>**

¿Cuál es el área del círculo cuyo diámetro es de 8 cm?



**S<sub>2</sub>**

$$\begin{aligned} (\text{Área del círculo}) &= \pi \times \left(\frac{\text{diámetro}}{2}\right)^2 \\ &= \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \\ &= \pi \times 4^2 \\ &= \pi \times 16 \\ &= 16\pi \end{aligned}$$

El área del círculo es  $16\pi \text{ cm}^2$ .

**G**

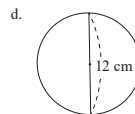
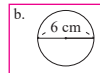
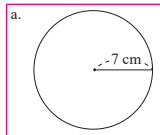
El área de un círculo puede calcularse aplicando la siguiente fórmula:

$$A = \pi r^2 \text{ o } A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

donde  $A$  es el área del círculo,  $r$  es el radio y  $d$  es el diámetro de la circunferencia.

**E**

Encuentre el área de cada círculo.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

149

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$   
R:  $49\pi \text{ cm}^2$
- b.  $A = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$   
R:  $9\pi \text{ cm}^2$
- c.  $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$   
R:  $25\pi \text{ cm}^2$
- d.  $A = \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$   
R:  $36\pi \text{ cm}^2$

Fecha: dd - mm - aa

5-5-2 Área de círculos

**P<sub>1</sub>** ¿Cuál es el área del círculo cuyo radio es de 3 cm?

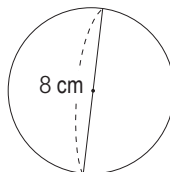
**S<sub>1</sub>**

$$\begin{aligned} \text{Área de un círculo} &= \pi \times \text{radio} \times \text{radio} \\ &= \pi \times \text{radio}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{Área del círculo}) &= \pi \times (\text{radio})^2 \\ &= \pi \times 3^2 \\ &= \pi \times 9 \\ &= 9\pi \end{aligned}$$

R: El área del círculo es  $9\pi \text{ cm}^2$ .

**P<sub>2</sub>** ¿Cuál es el área del círculo cuyo diámetro es de 8 cm?



$$\begin{aligned} \text{S}_2 (\text{Área del círculo}) &= \pi \times \left(\frac{\text{diámetro}}{2}\right)^2 \\ &= \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \\ &= \pi \times 4^2 \\ &= \pi \times 16 \\ &= 16\pi \end{aligned}$$

R: El área del círculo es  $16\pi \text{ cm}^2$ .

**C** Área de un círculo:

$$A = \pi r^2 \text{ o } A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

donde  $A$  es el área del círculo,  $r$  es el radio y  $d$  es el diámetro de la circunferencia.

**E** Encuentre el área.

a.  $A = \pi \times 7^2$   
 $= \pi \times 49$   
 $= 49\pi$   
R:  $49\pi \text{ cm}^2$

b.  $A = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2$   
 $= \pi \times 3^2$   
 $= \pi \times 9$   
 $= 9\pi$   
R:  $9\pi \text{ cm}^2$

## Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

### Clase 1 Ángulo central y ángulo inscrito de circunferencias

#### Aprendizaje esperado:

Identifica un ángulo central en la circunferencia.

Identifica un ángulo inscrito en la circunferencia.

#### Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

#### Clase 1 Ángulo central y ángulo inscrito de circunferencias

**P**

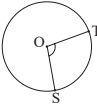
Mida el ángulo de las figuras utilizando el transportador.

a.



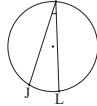
$$\angle COD = \boxed{80^\circ}$$

b.



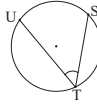
$$\angle SOT = \boxed{100^\circ}$$

c.



$$\angle JKL = \boxed{20^\circ}$$

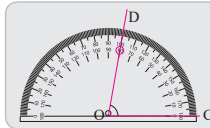
d.



$$\angle UTS = \boxed{50^\circ}$$

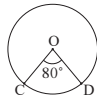
**S**

Con el transportador se miden los ángulos de cada una de las figuras.



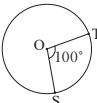
Cuando use el transportador, extienda los rayos si es necesario.

a.



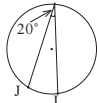
$$\angle COD = \boxed{80^\circ}$$

b.



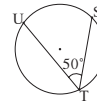
$$\angle SOT = \boxed{100^\circ}$$

c.



$$\angle JKL = \boxed{20^\circ}$$

d.



$$\angle UTS = \boxed{50^\circ}$$

**C**

Al  $\angle AOB$  que se muestra en la figura que está a la derecha se le llama **ángulo central** subtendido por el arco AB.



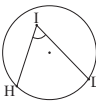
Al  $\angle STU$  que se muestra en la figura que está a la derecha se le llama **ángulo inscrito** subtendido por el arco SU.



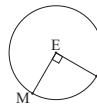
**E**

¿Cuál es el ángulo central y el ángulo inscrito entre las siguientes circunferencias?

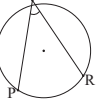
a.



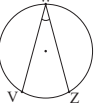
b.



c.



d.

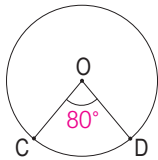


Fecha: dd - mm - aa

5-6-1 Ángulo central y ángulo inscrito de circunferencias

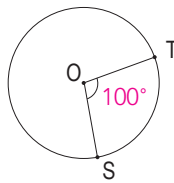
**P** Mida el ángulo.

**S** a.



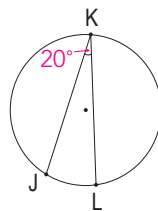
$$\angle COD = \boxed{80^\circ}$$

b.



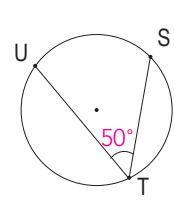
$$\angle SOT = \boxed{100^\circ}$$

c.



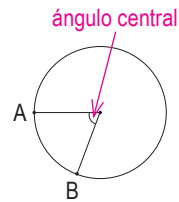
$$\angle JKL = \boxed{20^\circ}$$

d.

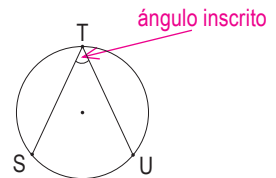


$$\angle UTS = \boxed{50^\circ}$$

**C**



ángulo central



ángulo inscrito

**E** ¿Cuál es el ángulo central y el ángulo inscrito?

a.



b.



c.



d.



Ángulo central es el inciso b.

- Su vértice está en el centro de la circunferencia.
- Sus lados se forman por dos radios.

Ángulo inscrito es el inciso d.

- Su vértice está en la circunferencia.
- Sus lados se forman por dos cuerdas.

## Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

### Clase 2 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (1)

#### Aprendizaje esperado:

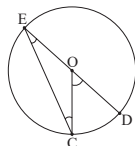
Encuentra la medida del ángulo central e inscrito.

#### Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

##### Clase 2 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (1)



Demuestre que  $\angle DOC = 2\angle DEC$ , cuando el centro de la circunferencia está en algún lado del  $\angle DEC$ .



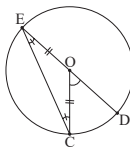
En el  $\triangle OEC$ ,  $OE = OC$  porque ambos lados son radios de la circunferencia.

Entonces,  $\angle OEC = \angle OCE$  porque los ángulos de la base de los triángulos isósceles tienen la misma medida.

Por otra parte,  $\angle DOC = \angle OEC + \angle OCE$  porque el  $\angle DOC$  es un ángulo exterior del  $\triangle OEC$ .

Por tanto,  $\angle DOC = 2\angle OEC$ .

Como  $\angle OEC = \angle DEC$ , entonces  $\angle DOC = 2\angle DEC$ .



Cuando un lado del ángulo inscrito coincide con el diámetro de la circunferencia, la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco es el doble de la medida del ángulo inscrito.

A la parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella se le llama arco.

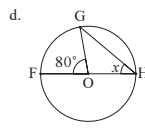
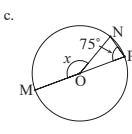
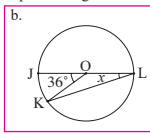
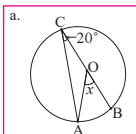
Ejemplo:

a.  $\angle AOC = 2\angle ABC$ ,  
entonces,  
 $\angle AOC = 2 \times 36^\circ$   
 $= 72^\circ$   
Por tanto,  $x = 72^\circ$ .

b.  $\angle COE = 2\angle CDE$ ,  
entonces,  
 $\angle CDE = \frac{1}{2}\angle COE$   
 $= \frac{70^\circ}{2}$   
 $= 35^\circ$   
Por tanto,  $x = 35^\circ$ .



Encuentre la medida de  $x$  para los siguientes casos.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

151

...

...

#### Solucionario de los ejercicios:

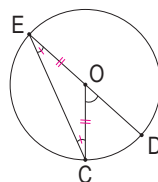
- a.  $\angle x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$       b.  $\angle x = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$   
c.  $\angle x = 2 \times 75^\circ = 150^\circ$       d.  $\angle x = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

Fecha: dd - mm - aa

5-6-2 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (1)

(P) Demuestre que  $\angle DOC = 2\angle DEC$ , cuando el centro de la circunferencia está en algún lado del  $\angle DEC$ .

(S)



(C) Cuando un lado del ángulo inscrito coincide con el diámetro de la circunferencia, la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco es el doble de la medida del ángulo inscrito.

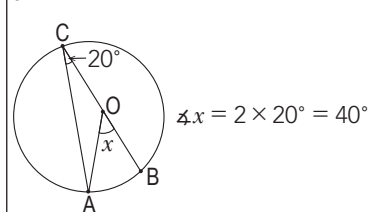
Ejemplo:

a.  $\angle AOC = 2\angle ABC$ ,  
entonces,  
 $\angle AOC = 2 \times 36^\circ$   
 $= 72^\circ$   
Por tanto,  $\angle x = 72^\circ$ .

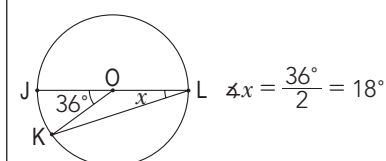
b.  $\angle COE = 2\angle CDE$ ,  
entonces,  
 $\angle CDE = \frac{1}{2}\angle COE$   
 $= \frac{70^\circ}{2}$   
 $= 35^\circ$   
Por tanto,  $\angle x = 35^\circ$ .

(E) Encuentre la medida de  $x$ .

a.



b.



## Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

### Clase 3 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (2)

#### Aprendizaje esperado:

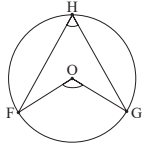
Encuentra la medida del ángulo central e inscrito.

#### Sección 6 Ángulos notables en la circunferencia

#### Clase 3 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (2)

**P**

Demuestre que  $\angle GOF = 2\angle GHF$  cuando el centro de la circunferencia está dentro del  $\angle GHF$ .

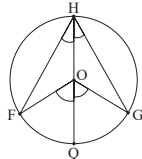


**S**

Se traza el diámetro QH que pasa por el centro O.  
 $\angle QOF = 2\angle QHF$  y  $\angle GOQ = 2\angle GHQ$

Se suman ambas igualdades:  $\angle QOF + \angle GOQ = 2\angle QHF + 2\angle GHQ$   
 $= 2(\angle QHF + \angle GHQ)$

Por tanto,  $\angle GOF = 2\angle GHF$ .

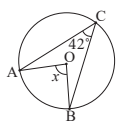


**G**

Cuando un ángulo central está en el interior de un ángulo inscrito subtendidos por el mismo arco, la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito.

Ejemplo:

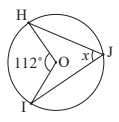
a.



$\angle AOB = 2\angle ACB$ ,  
 entonces,  
 $\angle AOB = 2 \times 42^\circ$   
 $= 84^\circ$

Por tanto,  $\angle x = 84^\circ$ .

b.



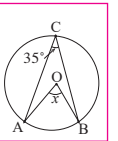
$\angle IOH = 2\angle IJH$ ,  
 entonces,  
 $\angle IJH = \frac{1}{2}\angle IOH$   
 $= \frac{112^\circ}{2}$   
 $= 56^\circ$

Por tanto,  $\angle x = 56^\circ$ .

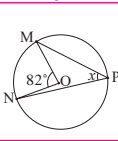
**E**

Encuentre la medida de  $x$  para los siguientes casos.

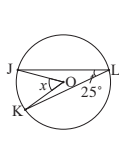
a.



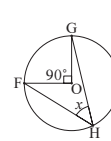
b.



c.



d.



#### Solucionario de los ejercicios:

- a.  $\angle x = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$       b.  $\angle x = \frac{82^\circ}{2} = 41^\circ$   
 c.  $\angle x = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$       d.  $\angle x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

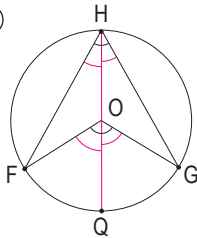
Fecha: dd - mm - aa

5-6-3 Propiedad del ángulo inscrito de circunferencias (2)

**P**

Demuestre que  $\angle GOF = 2\angle GHF$ , cuando el centro de la circunferencia está dentro del  $\angle GHF$ .

**S**



Se traza el diámetro QH que pasa por el centro O.  
 $\angle QOF = 2\angle QHF$  y  $\angle GOQ = 2\angle GHQ$

Se suman ambas igualdades:  
 $\angle QOF + \angle GOQ = 2\angle QHF + 2\angle GHQ$   
 $= 2(\angle QHF + \angle GHQ)$

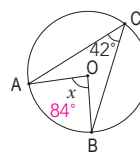
Por tanto,  $\angle GOF = 2\angle GHF$ .

**C**

Cuando un ángulo central está en el interior de un ángulo inscrito subtendidos por el mismo arco, la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito.

Ejemplo:

a.

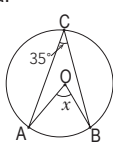


$\angle AOB = 2\angle ACB$ ,  
 entonces,  $\angle AOB = 2 \times 42^\circ$   
 $= 84^\circ$

Por tanto,  $\angle x = 84^\circ$ .

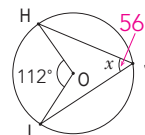
**E** Encuentre la medida de  $x$ .

a.



$\angle x = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$

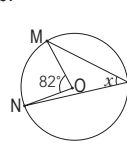
b.



$\angle IOH = 2\angle IJH$ ,  
 entonces,  $\angle IJH = \frac{1}{2}\angle IOH$   
 $= \frac{112^\circ}{2}$   
 $= 56^\circ$

Por tanto,  $\angle x = 56^\circ$ .

b.



$\angle x = \frac{82^\circ}{2} = 41^\circ$

## Sección 7 Teorema de Pitágoras

### Clase 1 Demostración del teorema de Pitágoras

#### Aprendizaje esperado:

Verifica el teorema de Pitágoras usando triángulos rectángulos.

#### Sección 7 Teorema de Pitágoras

#### Clase 1 Demostración del teorema de Pitágoras



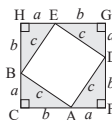
Dado el  $\triangle ABC$  Figura 1, tal que  $CA = b$ ,  $AB = c$ ,  $BC = a$  y  $\angle C = 90^\circ$ , como se muestra en la figura, verifique la igualdad  $a^2 + b^2 = c^2$  utilizando la Figura 2.

Figura 1



El cuadrado HCFG consiste en cuatro triángulos ABC y un cuadrado ADEB cuyo lado es la hipotenusa del  $\triangle ABC$ .

Figura 2



Se representa el área del cuadrado CFGH de dos formas:

Forma 1.

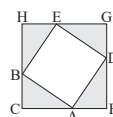
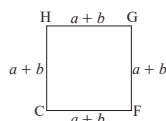
$$\begin{aligned}\text{Área del cuadrado CFGH} &= (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Forma 2.

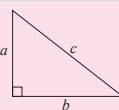
$$\begin{aligned}\text{Área del cuadrado CFGH} &= 4 \times \text{área del } \triangle ABC + \text{área del cuadrado ADEB} \\ &= 4 \times \frac{ab}{2} + c^2 \\ &= 2ab + c^2\end{aligned}$$

Ambas representan el área del cuadrado CFGH.

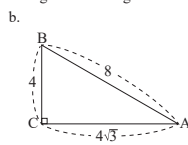
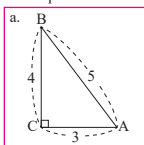
$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= 2ab + c^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2\end{aligned}$$



Un triángulo rectángulo cumple que la suma de los cuadrados de las longitudes sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de su hipotenusa. Si las longitudes de sus catetos son  $a$  y  $b$  y su hipotenusa es  $c$ , entonces  $a^2 + b^2 = c^2$ . A esta igualdad se le llama **teorema de Pitágoras**.



Verifique el teorema de Pitágoras en los siguientes triángulos rectángulos.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

153



Fecha: dd - mm - aa

5-7-1 Demostración del teorema de Pitágoras

(P) Dado el  $\triangle ABC$  Figura 1, verifique la igualdad  $a^2 + b^2 = c^2$  utilizando la Figura 2.

(S) Figura 1

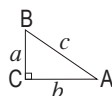
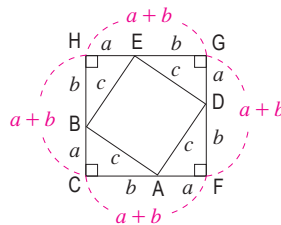


Figura 2



Se representa el área del cuadrado CFGH:

Forma 1.

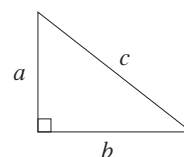
$$\begin{aligned}\text{Área del cuadrado CFGH} &= (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Forma 2.

$$\begin{aligned}\text{Área del cuadrado CFGH} &= 4 \times \text{área del } \triangle ABC + \text{área del cuadrado ADEB} \\ &= 4 \times \frac{ab}{2} + c^2 \\ &= 2ab + c^2\end{aligned}$$

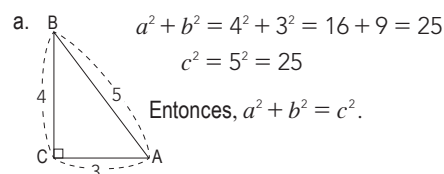
Ambas representan el área del cuadrado CFGH.

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= 2ab + c^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2\end{aligned}$$



En un triángulo rectángulo, si las longitudes de sus catetos son  $a$  y  $b$  y su hipotenusa es  $c$ , entonces  $a^2 + b^2 = c^2$ . A esta igualdad se le llama **teorema de Pitágoras**.

(E) Verifique el teorema de Pitágoras.



## Sección 7 Teorema de Pitágoras

### Clase 2 Cálculo de la longitud de hipotenusa

#### Aprendizaje esperado:

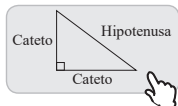
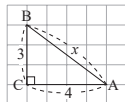
Encuentra la longitud de una hipotenusa usando el teorema de Pitágoras.

#### Sección 7 Teorema de Pitágoras

#### Clase 2 Cálculo de la longitud de hipotenusa

**P**

Encuentre el valor de  $x$  en el siguiente triángulo rectángulo utilizando el teorema de Pitágoras.



**S**

Debido a que el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo:

$3^2 + 4^2 = x^2$  Se sustituyen los valores conocidos en el teorema de Pitágoras.

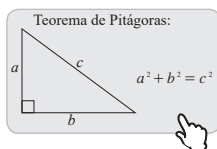
$$9 + 16 = x^2$$

$$25 = x^2$$

$\sqrt{25} = x$  Se resuelve para  $x$ , teniendo en cuenta que  $x > 0$ .

$$x = 5$$

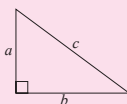
Respuesta: el valor de  $x$  es 5.



**G**

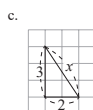
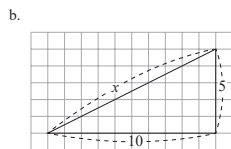
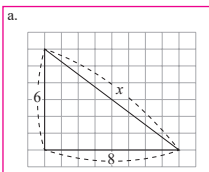
Si se conoce la longitud de los dos catetos de un triángulo rectángulo, se puede usar el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de la hipotenusa.

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



**E**

Encuentre el valor de  $x$ .



154 Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $x = \sqrt{6^2 + 8^2}$   
 $= \sqrt{36 + 64}$   
 $= \sqrt{100}$   
 $= 10$

b.  $x = \sqrt{5^2 + 10^2}$   
 $= \sqrt{25 + 100}$   
 $= \sqrt{125}$   
 $= 5\sqrt{5}$

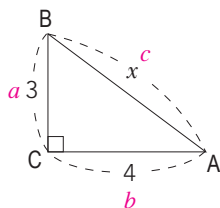
c.  $x = \sqrt{3^2 + 2^2}$   
 $= \sqrt{9 + 4}$   
 $= \sqrt{13}$

Fecha: dd - mm - aa

5-7-2 Cálculo de la longitud de hipotenusa

**P**

Encuentre el valor de  $x$  utilizando el teorema de Pitágoras.



**S**

Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$3^2 + 4^2 = x^2$  Se sustituyen los valores en el teorema de Pitágoras.

$$9 + 16 = x^2$$

$$25 = x^2$$

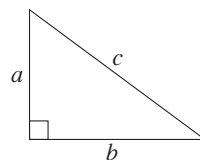
$\sqrt{25} = x$  Se resuelve para  $x$ , teniendo en cuenta que  $x > 0$ .

$$x = 5$$

R: El valor de  $x$  es 5.

**C**

Si se conoce la longitud de los dos catetos de un triángulo rectángulo, se puede usar el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de la hipotenusa.

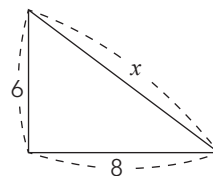


$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**E**

Encuentre el valor de  $x$ .

a.



$$x = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10$$

## Sección 7 Teorema de Pitágoras

### Clase 3 Cálculo de la longitud de catetos

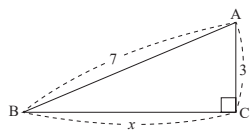
#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la longitud de un cateto usando el teorema de Pitágoras.

#### Sección 7 Teorema de Pitágoras

#### Clase 3 Cálculo de la longitud de catetos

**P** En el siguiente triángulo rectángulo ABC, encuentre la medida del cateto BC, es decir, el valor de  $x$ .



**S** Debido a que el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo:

$$3^2 + x^2 = 7^2$$

$$9 + x^2 = 49$$

$$x^2 = 49 - 9$$

$$x^2 = 40$$

$$x = \sqrt{40}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 10}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

Se sustituyen los valores conocidos en el teorema de Pitágoras.

Se resuelve la ecuación para  $x^2$ .

Se resuelve para  $x$ , teniendo en cuenta que  $x > 0$ .

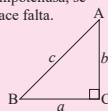
Se simplifica el valor de la raíz cuadrada.

Respuesta: la medida del cateto BC es  $2\sqrt{10}$ .

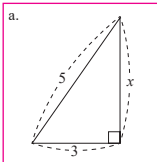
**G** Si se conoce la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo y su hipotenusa, se puede usar el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del cateto que hace falta.

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Despejando para el cateto } a: a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

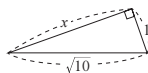
$$\text{Despejando para el cateto } b: b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



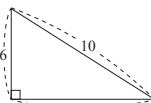
**E** Encuentre el valor de  $x$ .



b.



c.



Segundo básico / GUATEMÁTICA (Ciclo Básico)

155

...

Fecha: dd - mm - aa

5-7-3 Cálculo de la longitud de catetos

**P** Encuentre la medida del cateto BC.

**S** Teorema de Pitágoras  
 $a^2 + b^2 = c^2$

$$3^2 + x^2 = 7^2$$

Se sustituyen los valores en el teorema Pitágoras.

$$9 + x^2 = 49$$

$$x^2 = 49 - 9$$

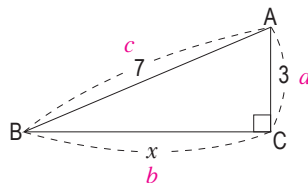
$$x^2 = 40$$

$$x = \sqrt{40} \text{ Se resuelve para } x, \text{ teniendo en cuenta que } x > 0.$$

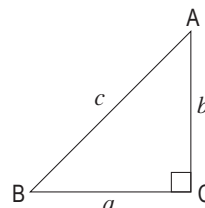
$$= \sqrt{2^2 \times 10}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

R: La medida del cateto BC es  $2\sqrt{10}$ .



**C** Si se conoce la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo y su hipotenusa, se puede usar el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del cateto que hace falta.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Despejando el cateto  $a$ :

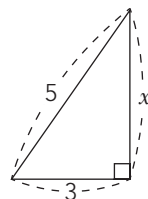
$$a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Despejando el cateto  $b$ :

$$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

**E** Encuentre el valor de  $x$ .

a.



$$x = \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$= \sqrt{25 - 9}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4$$



## Sección 7 Teorema de Pitágoras

### Clase 4 Recíproco del teorema de Pitágoras

#### Aprendizaje esperado:

Identifica un triángulo rectángulo usando el teorema de Pitágoras.

#### Sección 7 Teorema de Pitágoras

#### Clase 4 Recíproco del teorema de Pitágoras



Determine si los siguientes triángulos son rectángulos.

- a. El  $\triangle DEF$ , cuyos lados son:

$$d = 5$$

$$e = 4$$

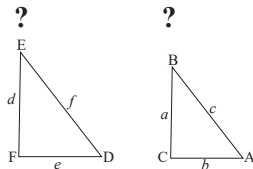
$$f = 6$$

- b. El  $\triangle ABC$ , cuyos lados son:

$$a = 4$$

$$b = 3$$

$$c = 5$$



Aplique el teorema de Pitágoras para determinar si los triángulos son rectángulos.

a.  $d^2 + e^2 = 5^2 + 4^2$

$$= 25 + 16$$

$$= 41$$

① Se encuentra la suma de los cuadrados de los dos lados más cortos del triángulo.

$f^2 = 6^2 = 36$  ② Se encuentra el cuadrado del lado más largo del triángulo.

$d^2 + e^2 \neq f^2$  Por ① y ②.

Por tanto, el  $\triangle DEF$  no es un triángulo rectángulo.

b.  $a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2$

$$= 16 + 9$$

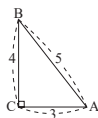
$$= 25$$

① Se encuentra la suma de los cuadrados de los dos lados más cortos del triángulo.

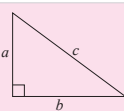
$c^2 = 5^2 = 25$  ② Se encuentra el cuadrado del lado más largo del triángulo.

$a^2 + b^2 = c^2$  Por ① y ②.

Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo donde  $\angle C$  es el ángulo recto.



Si los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  de un triángulo cumplen con la relación  $a^2 + b^2 = c^2$ , entonces el triángulo es rectángulo, en donde  $c$  es la hipotenusa del triángulo. A esto se le conoce como **recíproco del teorema de Pitágoras**.



Verifique cuáles de los siguientes triángulos son rectángulos, usando el teorema de Pitágoras.

a.  $AB = 13$ ,  $BC = 12$ ,  $AC = 5$

b.  $AB = 8$ ,  $BC = 7$ ,  $AC = 6$

c.  $AB = 17$ ,  $BC = 15$ ,  $AC = 8$

d.  $AB = 9$ ,  $BC = 8$ ,  $AC = 7$

e.  $AB = 10$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 8$

#### Solucionario de los ejercicios:

Siendo  $a$  la longitud de  $BC$ ;  $b$ , la de  $AB$  y  $c$ , la de  $AC$ ,

a.  $a^2 + b^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

$$c^2 = 13^2 = 169$$

Entonces,  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo donde  $AC$  es la hipotenusa.

b.  $a^2 + b^2 = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$

$$c^2 = 8^2 = 64$$

Entonces,  $a^2 + b^2 \neq c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  no es un triángulo rectángulo.

c.  $a^2 + b^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$

$$c^2 = 17^2 = 289$$

Entonces,  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo donde  $AC$  es la hipotenusa.

d.  $a^2 + b^2 = 8^2 + 7^2 = 64 + 49 = 113$

$$c^2 = 9^2 = 81$$

Entonces,  $a^2 + b^2 \neq c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  no es un triángulo rectángulo.

e.  $a^2 + b^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$$c^2 = 10^2 = 100$$

Entonces,  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo donde  $AC$  es la hipotenusa.

Fecha: dd - mm - aa

5-7-4 Recíproco del teorema de Pitágoras

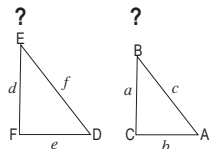
Ⓟ Determine si los triángulos son rectángulos.

- a. El  $\triangle DEF$ , cuyos lados son:

$$d = 5, \quad e = 4, \quad f = 6$$

- b. El  $\triangle ABC$ , cuyos lados son:

$$a = 4, \quad b = 3, \quad c = 5$$



Ⓢ Aplique el teorema de Pitágoras.

a.  $d^2 + e^2 = 5^2 + 4^2$

$$= 25 + 16$$

$$= 41$$

① La suma de los cuadrados de los dos lados más cortos.

$f^2 = 6^2 = 36$  ② El cuadrado del lado más largo.

Por ① y ②,  $d^2 + e^2 \neq f^2$ . Por tanto, el  $\triangle DEF$  no es triángulo rectángulo.

b.  $a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2$

$$= 16 + 9$$

$$= 25$$
 ①

$$c^2 = 5^2 = 25$$
 ②

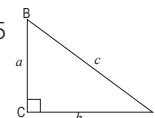
Por ① y ②,  $a^2 + b^2 = c^2$ . Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo, donde  $\angle C$  es el ángulo recto.

Ⓢ Si los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  de un triángulo cumplen con la relación  $a^2 + b^2 = c^2$ , entonces el triángulo es rectángulo, donde  $c$  es la hipotenusa del triángulo. A esto se le conoce como **recíproco del teorema de Pitágoras**.

Ⓢ Verifique cuáles de los triángulos son rectángulos.

a.  $AB = 13$ ,  $BC = 12$ ,  $AC = 5$

b.  $AB = 8$ ,  $BC = 7$ ,  $AC = 6$



a.

$$a^2 + b^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$c^2 = 13^2 = 169$$

Entonces,  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  es un triángulo rectángulo donde  $AC$  es la hipotenusa.

b.

$$a^2 + b^2 = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$c^2 = 8^2 = 64$$

Entonces,  $a^2 + b^2 \neq c^2$ .

Por tanto, el  $\triangle ABC$  no es un triángulo rectángulo.

## Sección 8 Razones trigonométricas

### Clase 1 Razones trigonométricas

#### Aprendizaje esperado:

Calcula seno, coseno y tangente de un triángulo rectángulo.

#### Sección 8 Razones trigonométricas

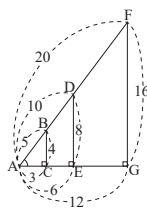
##### Clase 1 Razones trigonométricas

**P** Con base en la figura de la derecha, llene los espacios en blanco con la fracción más simplificada.

a.  $\frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{DE}{AD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{FG}{AF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

b.  $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{AE}{AD} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{AG}{AF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

c.  $\frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}$ ,  $\frac{DE}{AE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ ,  $\frac{FG}{AG} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$



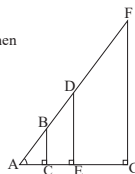
**S** Los tres triángulos rectángulos ABC, ADE, AFG son semejantes y tienen las mismas razones correspondientes de sus lados.

a. Las razones  $\frac{BC}{AB}$ ,  $\frac{DE}{AD}$  y  $\frac{FG}{AF}$  son iguales.

b. Las razones  $\frac{AC}{AB}$ ,  $\frac{AE}{AD}$  y  $\frac{AG}{AF}$  son iguales.

c. Las razones  $\frac{BC}{AC}$ ,  $\frac{DE}{AE}$  y  $\frac{FG}{AG}$  son iguales.

La razón  $a : b$  se expresa también como  $\frac{a}{b}$ , utilizando el valor de razón.



**C** En un triángulo rectángulo ABC, las razones de los lados  $\frac{BC}{AB}$ ,  $\frac{AC}{AB}$ ,  $\frac{BC}{AC}$  son determinadas únicamente por la medida del  $\angle A$  y se mantienen sus valores sin importar el tamaño de los triángulos rectángulos.

Se denominan estas razones de la siguiente manera:

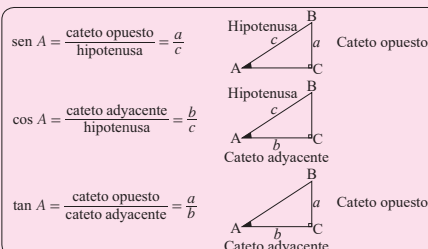
$\frac{BC}{AB}$  se denomina seno A y se simboliza como  $\text{sen } A$ ,

$\frac{AC}{AB}$  se denomina coseno A y se simboliza como  $\text{cos } A$ ,

$\frac{BC}{AC}$  se denomina tangente A y se simboliza como  $\text{tan } A$ ,

donde A es la medida del  $\angle A$ .

El seno, coseno y tangente se denominan en conjunto **razones trigonométricas**.



Segundo básico / GUATEMATICA/Ciclo Básico

157

...

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\text{sen } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$

$\text{cos } A = \frac{(\text{cateto adyacente})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$

$\text{tan } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{cateto adyacente})} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$

b.  $\text{sen } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

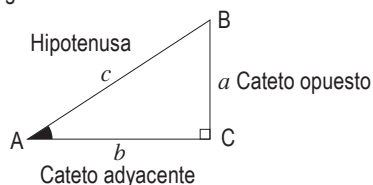
$\text{cos } A = \frac{(\text{cateto adyacente})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\text{tan } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{cateto adyacente})} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$

Fecha: dd - mm - aa

5-8-1 Razones trigonométricas

**C**

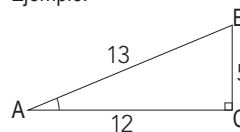


$\text{sen } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$

$\text{cos } A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$

$\text{tan } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$

Ejemplo:



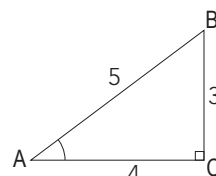
$\text{sen } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{5}{13}$

$\text{cos } A = \frac{(\text{cateto adyacente})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{12}{13}$

$\text{tan } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{cateto adyacente})} = \frac{5}{12}$

**E** Calcule  $\text{sen } A$ ,  $\text{cos } A$  y  $\text{tan } A$ .

a.



$\text{sen } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{3}{5}$

$\text{cos } A = \frac{(\text{cateto adyacente})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{4}{5}$

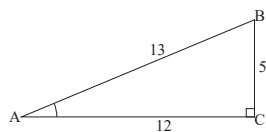
$\text{tan } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{cateto adyacente})} = \frac{3}{4}$

Ejemplo:

$$\text{sen } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{5}{13}$$

$$\text{cos } A = \frac{(\text{cateto adyacente})}{(\text{hipotenusa})} = \frac{12}{13}$$

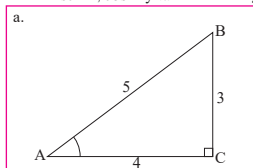
$$\text{tan } A = \frac{(\text{cateto opuesto})}{(\text{cateto adyacente})} = \frac{5}{12}$$



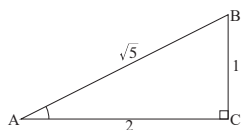
**E**

Calcule  $\text{sen } A$ ,  $\text{cos } A$  y  $\text{tan } A$  de los siguientes triángulos rectángulos.

a.



b.



## Sección 8 Razones trigonométricas

### Clase 2 Triángulos rectángulos especiales

#### Aprendizaje esperado:

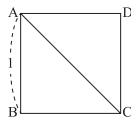
Encuentra la razón de tres lados de triángulos rectángulos especiales.

#### Sección 8 Razones trigonométricas

#### Clase 2 Triángulos rectángulos especiales

**P<sup>1</sup>**

¿Cuánto mide la diagonal CA del cuadrado ABCD, cuyos lados miden 1?  
¿Cuánto miden los ángulos del  $\triangle ABC$ ?



**S<sup>1</sup>**

La diagonal CA es la hipotenusa de los triángulos rectángulos ABC y ACD. Se aplica el teorema de Pitágoras a cualquiera de estos triángulos para encontrar la medida de la hipotenusa CA.

En el  $\triangle ABC$ :  $AB^2 + BC^2 = CA^2$

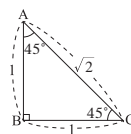
Al sustituir AB y BC por 1,

$CA^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$CA = \sqrt{2}$  (por  $CA > 0$ )

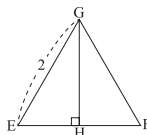
Por tanto, la diagonal de ABCD es  $\sqrt{2}$ .

Como la diagonal CA del cuadrado ABCD es bisectriz del  $\angle DAB$  y el  $\angle BCD$ , entonces el  $\angle CAB$  y el  $\angle BCA$  del  $\triangle ABC$  miden  $45^\circ$ .



**P<sup>2</sup>**

¿Cuánto mide la altura el triángulo equilátero GEF, cuyos lados miden 2?  
¿Cuánto miden los ángulos del  $\triangle GEH$ ?



**S<sup>2</sup>**

Como  $\triangle GEH \cong \triangle GFH$ ,  $EH = FH$ . Por tanto,  $EH = 1$ .

En el  $\triangle GEH$ :  $EH^2 + HG^2 = GE^2$

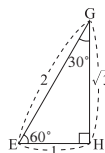
Al sustituir GE por 2 y EH por 1,

$HG^2 = GE^2 - EH^2 = 2^2 - 1^2 = 3$

$HG = \sqrt{3}$  (por  $HG > 0$ )

Por tanto, la altura de  $\triangle GEH$  es  $\sqrt{3}$ .

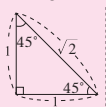
El  $\angle GEH = 60^\circ$  debido a que el  $\triangle GEH$  es equilátero, mientras que el  $\angle HGE = 30^\circ$  debido a que la suma de los ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ .



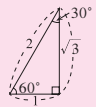
**G**

En los triángulos rectángulos especiales, se encuentran las siguientes relaciones entre sus lados y sus ángulos por el teorema de Pitágoras.

1. La razón de los lados de un triángulo con ángulos de  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $45^\circ$  es  $1:1:\sqrt{2}$ .



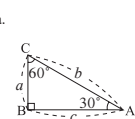
2. La razón de los lados de un triángulo con ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$  es  $1:2:\sqrt{3}$ .



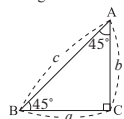
**E**

Encuentre  $a:b:c$  de los siguientes triángulos.

a.



b.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

159

...

#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $a:b:c = 1:2:\sqrt{3}$

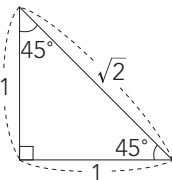
b.  $a:b:c = 1:1:\sqrt{2}$

Fecha: dd - mm - aa

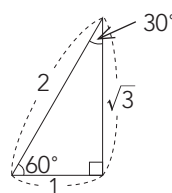
5-8-2 Triángulos rectángulos especiales

**C** En los triángulos rectángulos especiales, se encuentran las siguientes relaciones entre sus lados y sus ángulos por el teorema de Pitágoras.

La razón de los lados de un triángulo con ángulos de  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $45^\circ$  es  $1:1:\sqrt{2}$ .

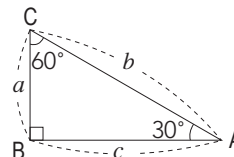


La razón de los lados de un triángulo con ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$  es  $1:2:\sqrt{3}$ .



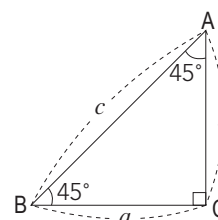
**E** Encuentre  $a:b:c$ .

a.



$1:2:\sqrt{3}$

b.



$1:1:\sqrt{2}$

## Sección 8 Razones trigonométricas

### Clase 3 Razones trigonométricas para ángulos especiales

#### Aprendizaje esperado:

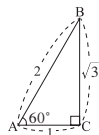
Identifica los valores de las razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .

#### Sección 8 Razones trigonométricas

#### Clase 3 Razones trigonométricas para ángulos especiales

**P<sub>1</sub>**

Calcule  $\sin 60^\circ$ ,  $\cos 60^\circ$  y  $\tan 60^\circ$ .



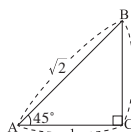
**S<sub>1</sub>**

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB}, \quad \cos A = \frac{AC}{AB}, \quad \tan A = \frac{BC}{AC}$$

**P<sub>2</sub>**

Calcule  $\sin 45^\circ$ ,  $\cos 45^\circ$  y  $\tan 45^\circ$ .

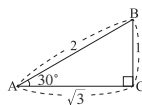


**S<sub>2</sub>**

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$

**P<sub>3</sub>**

Calcule  $\sin 30^\circ$ ,  $\cos 30^\circ$  y  $\tan 30^\circ$ .



**S<sub>3</sub>**

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

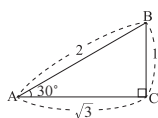
**C**

| A        | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin A$ | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos A$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$        |
| $\tan A$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |

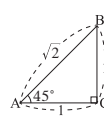
**E**

Calcule  $\sin A$ ,  $\cos A$  y  $\tan A$  de los siguientes triángulos rectángulos.

a.



b.



c.



#### Solucionario de los ejercicios:

a.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

b.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{1} = 1$$

c.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$$

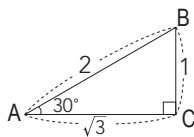
$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

Fecha: dd - mm - aa

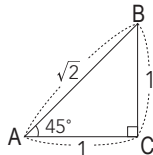
5-8-3 Razones trigonométricas para ángulos especiales

**C**

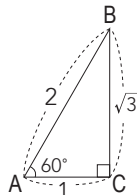
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



**E** Calcule  $\sin A$ ,  $\cos A$  y  $\tan A$ .

a.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

b.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{1} = 1$$

c.  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

## Sección 8 Razones trigonométricas

### Clase 4 Cálculo de medidas de razones trigonométricas por calculadora

#### Aprendizaje esperado:

Calcula seno, coseno y tangente usando la calculadora.

#### Sección 8 Razones trigonométricas

#### Clase 4 Cálculo de medidas de razones trigonométricas por calculadora

**P<sub>1</sub>**

Calcule  $\sin 35^\circ$ , utilizando calculadora.

**S<sub>1</sub>**

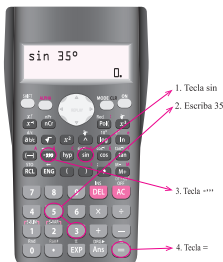
Paso 1. Oprima la tecla “sin (seno)”.

Paso 2. Escriba “35”.

Paso 3. Oprima la tecla “° , ’ , ””.

Paso 4. Oprima la tecla “=”.

$$\sin 35^\circ = 0.573576436$$



**P<sub>2</sub>**

Calcule la medida de un ángulo agudo A cuyo valor de  $\sin A$  es 0.3420, utilizando calculadora.

**S<sub>2</sub>**

Paso 1. Oprima la tecla “Shift”.

Paso 2. Oprima la tecla “sin (seno)”.  
Se activa la función inversa que en pantalla se muestra como  $\sin^{-1}$ .

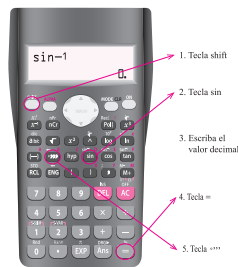
Paso 3. Escriba el valor decimal de “0.3420”.

Paso 4. Oprima la tecla “=”.

Paso 5. Oprima la tecla “° , ’ , ””.

$$0.3420 = 19.99877181$$

$$\angle A = 19.99877181$$



**E**

1. Calcule  $\sin A$ ,  $\cos A$  y  $\tan A$  utilizando calculadora.

- $\angle A = 12^\circ$
- $\angle A = 35^\circ$
- $\angle A = 70^\circ$

2. Calcule la medida del ángulo agudo A, utilizando calculadora.

- $\sin A = 0.6428$
- $\cos A = 0.9563$
- $\tan A = 1.4281$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

161

...

#### Solucionario de los ejercicios:

- $\sin 12^\circ = 0.20791169$   
 $\cos 12^\circ = 0.9781476$   
 $\tan 12^\circ = 0.212556561$
  - $\sin 35^\circ = 0.573576436$   
 $\cos 35^\circ = 0.819152044$   
 $\tan 35^\circ = 0.700207538$
  - $\sin 70^\circ = 0.93969262$   
 $\cos 70^\circ = 0.342020143$   
 $\tan 70^\circ = 2.747477419$
- $\angle A = 40.00092673^\circ$
  - $\angle A = 17.000932^\circ$
  - $\angle A = 54.99909506^\circ$

Fecha: dd – mm – aa

5-8-4 Cálculo de medidas de razones trigonométricas por calculadora

**(P<sub>1</sub>)** Calcule  $\sin 35^\circ$ , utilizando calculadora.

**(S<sub>1</sub>)** Paso 1. Oprima la tecla “sin (seno)”.

Paso 2. Escriba “35”.

Paso 3. Oprima la tecla “° , ’ , ””.

Paso 4. Oprima la tecla “=”.

$$\sin 35 = 0.573576436$$

$$R: \sin 35^\circ = 0.573576436$$

**(P<sub>2</sub>)** Calcule la medida de un ángulo agudo A cuyo valor de  $\sin A$  es 0.3420, utilizando calculadora.

**(S<sub>2</sub>)** Paso 1. Oprima la tecla “Shift”.

Paso 2. Oprima la tecla “sin (seno)”.  
Se activa la función inversa que en pantalla se muestra como  $\sin^{-1}$ .

Paso 3. Escriba el valor decimal de “0.3420”.

Paso 4. Oprima la tecla “=”.

Paso 5. Oprima la tecla “° , ’ , ””.

$$\sin^{-1} 0.3420 = 19.99877181$$

$$R: \angle A = 19.99877181^\circ$$

**(E)** 1. Calcule  $\sin A$ ,  $\cos A$  y  $\tan A$ .

$$a. \angle A = 12^\circ$$

$$R: \sin 12^\circ = 0.20791169$$

$$\cos 12^\circ = 0.9781476$$

$$\tan 12^\circ = 0.212556561$$

2. Calcule la medida del ángulo agudo A.

$$a. \sin A = 0.6428$$

$$R: \angle A = 40.00092673^\circ$$

## Sección 9 Transformaciones

### Clase 1 Traslación de figuras geométricas

#### Aprendizaje esperado:

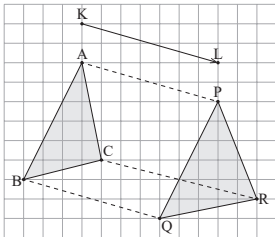
Construye una figura utilizando el concepto de traslación.

#### Sección 9 Transformaciones

#### Clase 1 Traslación de figuras geométricas

**P**

El  $\triangle PQR$  es trasladado desde el  $\triangle ABC$  en la dirección y longitud que marca la flecha  $KL$ .



¿Qué relación existe entre los segmentos  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$ ?

**S**

Los segmentos  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$  tienen la misma longitud que la flecha  $KL$  y son paralelos entre sí. Los puntos que forman los segmentos son correspondientes.

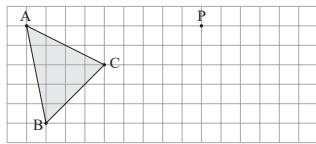
**C**

Al proceso de mover cada punto de una figura de acuerdo a una misma regla dada sin cambiar su tamaño, se le llama **transformación**. Cada punto de la nueva figura corresponde exactamente a un punto de la figura original.

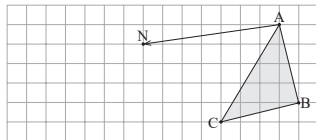
A la transformación que consiste en deslizar una figura tal que cada punto es movido la misma distancia en la misma dirección se le llama **traslación**. Los segmentos que conectan pares correspondientes de puntos en una figura trasladada tienen una longitud igual y son paralelos entre sí.

**E**

a. Construya el  $\triangle PQR$  que es trasladado del  $\triangle ABC$  donde el punto  $A$  se mueve al punto  $P$ .

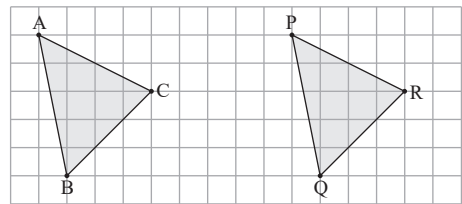


b. Construya el  $\triangle NOP$  que es trasladado del  $\triangle ABC$  en la dirección de la flecha  $AN$ .

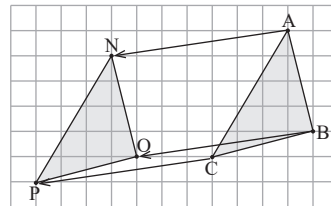


#### Solucionario de los ejercicios:

a.



b.

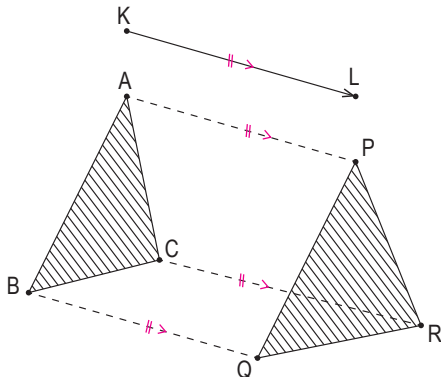


Fecha: dd - mm - aa

5-9-1 Traslación de figuras geométricas

**P** El  $\triangle PQR$  es trasladado desde el  $\triangle ABC$  en la dirección y longitud que marca la flecha  $KL$ . ¿Qué relación existe entre los segmentos  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$ ?

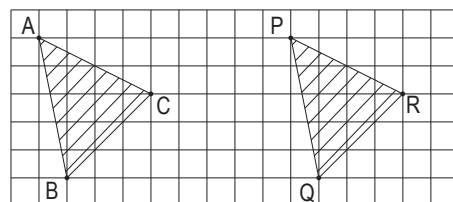
**S**



**C** Al proceso de mover cada punto de una figura de acuerdo a una misma regla dada sin cambiar su tamaño, se le llama **transformación**.

A la transformación que consiste en deslizar una figura tal que cada punto es movido la misma distancia en la misma dirección se le llama **traslación**.

**E** a. Construya el  $\triangle PQR$  que es trasladado del  $\triangle ABC$  donde el punto  $A$  se mueve al punto  $P$ .



## Sección 9 Transformaciones

### Clase 2 Rotación de figuras geométricas

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el ángulo de rotación de una figura con respecto al centro de rotación.

#### Sección 9 Transformaciones

#### Clase 2 Rotación de figuras geométricas

**P**

El  $\triangle PQR$  es rotado  $60^\circ$  desde el  $\triangle ABC$  a favor de las agujas del reloj alrededor del punto  $O$ .

- Utilice una regla para medir los segmentos  $OP$  y  $OA$ ,  $OR$  y  $OC$ ,  $OQ$  y  $OB$  e indique qué relación hay entre cada pareja.
- Utilice un transportador para encontrar  $\angle POA$ ,  $\angle ROC$  y  $\angle QOB$  e indique qué relación existe entre ellos.

**S**

- Los segmentos  $OP$  y  $OA$  tienen la misma medida. Los segmentos  $OR$  y  $OC$  tienen la misma medida. Los segmentos  $OQ$  y  $OB$  tienen la misma medida.
- $\angle POA = 60^\circ$ ,  $\angle ROC = 60^\circ$  y  $\angle QOB = 60^\circ$ . Son iguales a la medida de rotación de la figura.

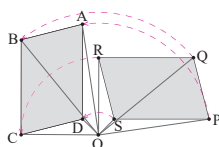
**C**

A la transformación de una figura a lo largo de un plano con cierto ángulo alrededor de un punto  $O$  se le llama **rotación**. Al ángulo girado entre cada pareja se le llama **ángulo de rotación** y al punto  $O$  **centro de rotación**.

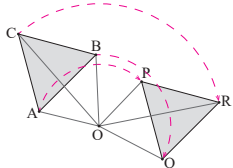
La longitud desde el centro de rotación a cada par de puntos correspondientes tiene la misma medida.

**E**

- ¿A cuántos grados está rotado el paralelogramo  $PQRS$  hasta el paralelogramo  $ABCD$  con respecto al punto  $O$ ? Tome en cuenta que la rotación es en contra de las agujas del reloj.



- ¿A cuántos grados está rotado el  $\triangle ABC$  hasta el  $\triangle PQR$  con respecto al punto  $O$ ? Tome en cuenta que la rotación es a favor de las agujas del reloj.



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico 163

#### Solucionario de los ejercicios:

- $\angle AOP = 90^\circ$   
 $\angle BOQ = 90^\circ$   
 $\angle COR = 90^\circ$   
 $\angle DOS = 90^\circ$   
 Entonces,  $90^\circ$  está rotado.
- $\angle AOP = 120^\circ$   
 $\angle BOQ = 120^\circ$   
 $\angle COR = 120^\circ$   
 Entonces,  $120^\circ$  está rotado.

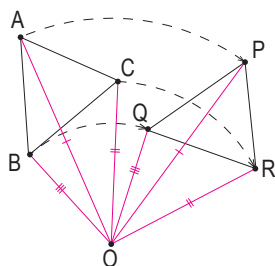
Fecha: dd - mm - aa

5-9-2 Rotación de figuras geométricas

- P** El  $\triangle PQR$  es rotada  $60^\circ$  desde el  $\triangle ABC$  a favor de las agujas del reloj alrededor del punto  $O$ .

- Mida los segmentos  $OP$  y  $OA$ ,  $OR$  y  $OC$ ,  $OQ$  y  $OB$  con una regla.
- Mida  $\angle POA$ ,  $\angle ROC$  y  $\angle QOB$  con un transportador.

**S**

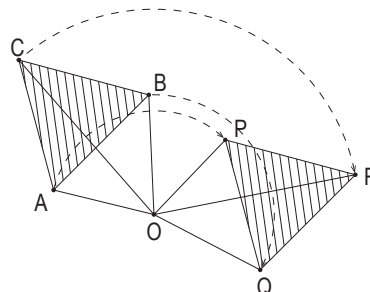


- $OP = OA$   
 $OR = OC$   
 $OQ = OB$
- $\angle POA = 60^\circ$   
 $\angle ROC = 60^\circ$   
 $\angle QOB = 60^\circ$

Son iguales.

- C** A la transformación de una figura a lo largo de un plano con cierto ángulo alrededor de un punto  $O$  se le llama **rotación**. Al ángulo girado entre cada pareja se le llama **ángulo de rotación** y al punto  $O$  **centro de rotación**.

- E** b. ¿A cuántos grados está rotado el  $\triangle ABC$  hasta el  $\triangle PQR$  con respecto al punto  $O$ ?



- $\angle AOP = 120^\circ$
- 
- $\angle BOQ = 120^\circ$
- 
- $\angle COR = 120^\circ$

R:  $120^\circ$  está rotado.



## Sección 9 Transformaciones

### Clase 3 Reflexión de figuras geométricas

#### Aprendizaje esperado:

Construye una figura usando el concepto de reflexión.

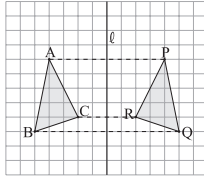
#### Sección 9 Transformaciones

#### Clase 3 Reflexión de figuras geométricas

**P**

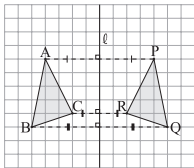
En la figura que está a la derecha, el  $\triangle PQR$  es reflejado del  $\triangle ABC$  a través de la línea  $\ell$ .

¿Qué relación hay entre los segmentos  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$  que unen los puntos correspondientes y atraviesan la línea  $\ell$ ?



**S**

Los segmentos  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$  intersecan perpendicularmente a la línea central  $\ell$ .



Los puntos  $A$  y  $P$  son correspondientes, y la distancia del punto  $A$  a la línea central  $\ell$  es igual a la distancia del punto  $P$  a la línea central  $\ell$ .

Los puntos  $C$  y  $R$  son correspondientes, y la distancia del punto  $C$  a la línea central  $\ell$  es igual a la distancia del punto  $R$  a la línea central  $\ell$ .

Los puntos  $B$  y  $Q$  son correspondientes, y la distancia del punto  $B$  a la línea central  $\ell$  es igual a la distancia del punto  $Q$  a la línea central  $\ell$ .

**G**

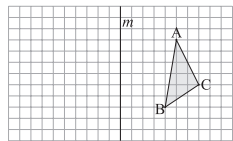
A la transformación de una figura al ser volteada a través de una recta central al otro lado se le llama **reflexión**. A la línea central se le llama **eje de reflexión**.

Una figura reflejada es simétrica con el eje de reflexión.

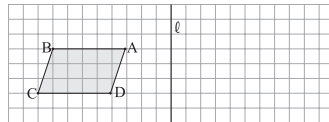
Los segmentos que conectan los puntos correspondientes intersecan el eje de reflexión perpendicularmente al punto que los divide en mitades.

**E**

- a. Construya el  $\triangle PQR$  que es reflejado del  $\triangle ABC$  a través del eje de reflexión  $m$ .

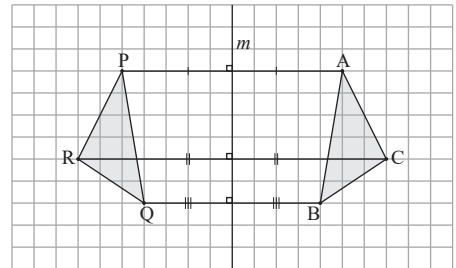


- b. Construya el paralelogramo PQRS que es reflejado del paralelogramo ABCD a través del eje de reflexión  $\ell$ .

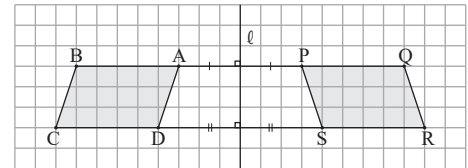


#### Solucionario de los ejercicios:

a.



b.

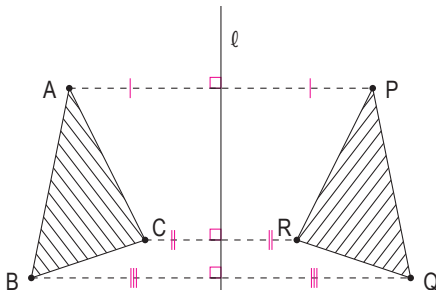


Fecha: dd - mm - aa

5-9-3 Reflexión de figuras geométricas

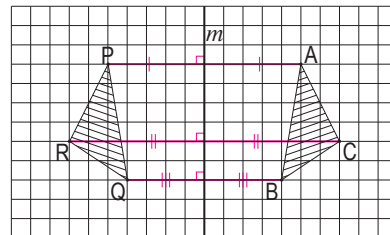
- P** El  $\triangle PQR$  es reflejado del  $\triangle ABC$  a través de la línea  $\ell$ .  
¿Qué relación hay entre  $AP$ ,  $BQ$  y  $CR$  que unen los puntos correspondientes y atraviesan la línea  $\ell$ ?

**S**



- C** A la transformación de una figura al ser volteada a través de una recta central al otro lado se le llama **reflexión**. A la línea central se le llama **eje de reflexión**. Una figura reflejada es simétrica con el eje de reflexión.

- E** a. Construya el  $\triangle PQR$  que es reflejado del  $\triangle ABC$  a través del eje de reflexión.



## Sección 9 Transformaciones

### Clase 4 Ejercicios de transformación de figuras geométricas

#### Aprendizaje esperado:

Identifica tipos de transformaciones de figuras.

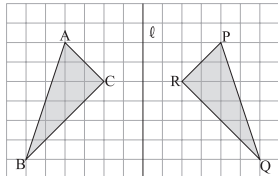
#### Sección 9 Transformaciones

#### Clase 4 Ejercicios de transformación de figuras geométricas

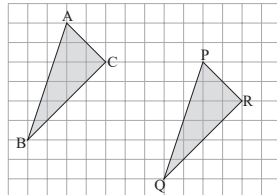


1. Escriba el tipo de transformación representada en cada inciso.

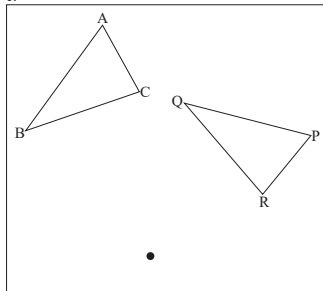
a.



b.

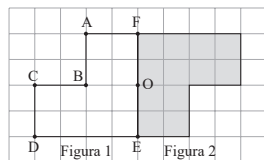


c.



Tipos de transformaciones:  
Traslación  
Rotación  
Reflexión

2. Responda los siguientes incisos de acuerdo a las figuras que están abajo.



- Si la figura 2 se ha obtenido de mover la figura 1, coloque los puntos A', C', D' y F' en la figura 2, de tal manera que sean correspondientes con los puntos A, C, D y F de la figura 1.
- ¿Qué tipos de movimiento debe realizar la figura 1 para sobreponerse exactamente a la figura 2?

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

165

---

#### Solucionario de los ejercicios:

- Reflexión
  - Traslación
  - Rotación

2. a.

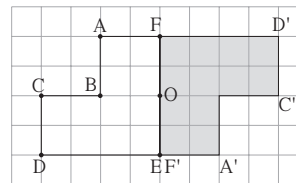


Figura 1

Figura 2

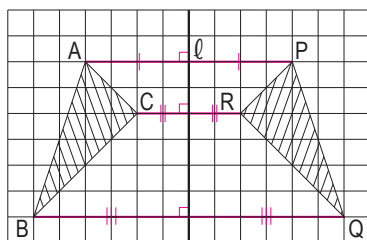
- Rotación: está rotado  $180^\circ$  con respecto al punto O.

Fecha: dd - mm - aa

5-9-4 Ejercicios de transformación de figuras geométricas

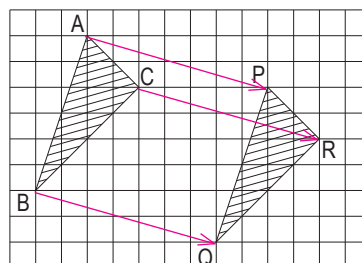
1. Escriba el tipo de transformación.

a.



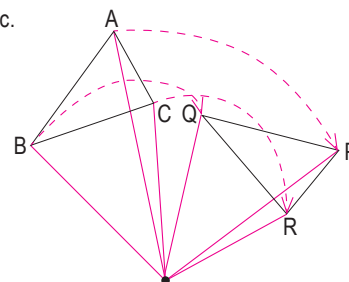
Reflexión

b.



Traslación

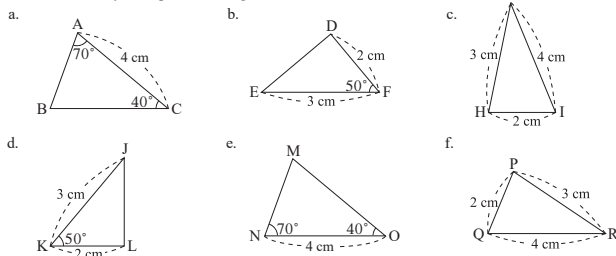
c.



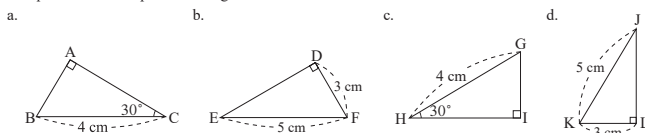
Rotación

## Ejercitación A

1. Identifique tres parejas de triángulos congruentes representándolas con el símbolo  $\cong$ . Indique la condición entre LLL, ALA y LAL por cada congruencia.

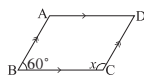


2. Clasifique las siguientes características para un triángulo isósceles o para un triángulo equilátero.  
 a. La medida de los ángulos de la base es igual.  
 b. Cada uno de los ángulos internos mide  $60^\circ$ .  
 c. La bisectriz entre los dos lados de igual longitud del triángulo es la mediatriz del lado opuesto.
3. Identifique dos parejas de triángulos rectángulos congruentes representándolas con el símbolo  $\cong$ . Indique la condición por cada congruencia.

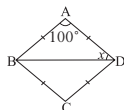


4. Encuentre el valor de  $x$ .

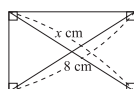
a. Paralelogramo



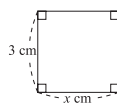
b. Rombo



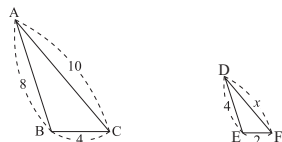
c. Rectángulo



d. Cuadrado



5. Con base en la figura de abajo, cuando el  $\triangle ABC$  es semejante al  $\triangle DEF$ :

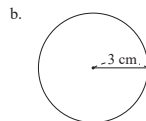
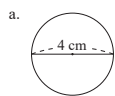


- a. Encuentre las razones de los lados correspondientes.  
 b. Encuentre el valor de  $x$ .

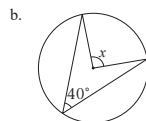
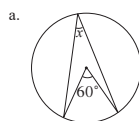
## Solucionario:

- $\triangle ABC \cong \triangle NMO$  por ALA  
 $\triangle DEF \cong \triangle LJK$  por LAL  
 $\triangle GHI \cong \triangle RPQ$  por LLL
- Triángulo isósceles
  - Triángulo equilátero
  - Triángulo isósceles
- $\triangle ABC \cong \triangle IGH$   
 Condición: sus hipotenusas y un par de ángulos agudos correspondientes son de igual medida.  
 $\triangle DEF \cong \triangle LJK$   
 Condición: sus hipotenusas y un par de catetos correspondientes son de igual medida.
- $\angle A = \angle C$  y  $\angle B = \angle D$   
 $\angle x + \angle x + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$   
 $2\angle x + 120^\circ = 360^\circ$   
 $2\angle x = 360^\circ - 120^\circ$   
 $2\angle x = 240^\circ$   
 $\angle x = \frac{240^\circ}{2}$   
 $= 120^\circ$   
 $R: 120^\circ$
  - $\angle x + \angle x + 100^\circ = 180^\circ$  (un triángulo isósceles tiene los ángulos de la base de igual medida.)  
 $2\angle x + 100^\circ = 180^\circ$   
 $2\angle x = 180^\circ - 100^\circ$   
 $2\angle x = 80^\circ$   
 $\angle x = \frac{80^\circ}{2}$   
 $= 40^\circ$
  - 8 cm (las diagonales de un rectángulo tienen la misma medida.)
  - 3 cm (cuatro lados de un cuadrado son congruentes.)
- $AB : DE = 8 : 4 = 2 : 1$   
 $BC : EF = 4 : 2 = 2 : 1$   
 $CA : FD = 10 : 5 = 2 : 1$
  - $8 : 4 = 10 : x$   
 $8x = 4 \times 10$   
 $8x = 40$   
 $x = \frac{40}{8}$   
 $= 5$

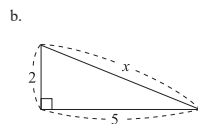
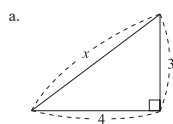
6. Encuentre el perímetro y el área.



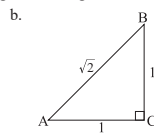
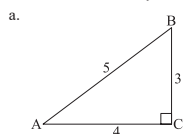
7. Encuentre la medida de  $x$ .



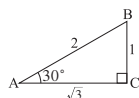
8. Encuentre el valor de  $x$  usando el teorema de Pitágoras.



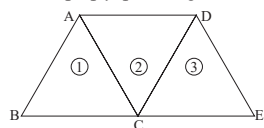
9. Calcule  $\sin A$ ,  $\cos A$  y  $\tan A$  de los siguientes triángulos rectángulos.



10. Calcule  $\sin 30^\circ$ ,  $\cos 30^\circ$  y  $\tan 30^\circ$  del siguiente triángulo rectángulo.



11. Si los triángulos equiláteros ①, ② y ③ son congruentes:



- Determine el triángulo que es trasladado del triángulo ①.
- Determine el triángulo que es rotado del triángulo ① con respecto al punto C.
- Determine el triángulo que es reflejado del triángulo ① con respecto al lado AC.

6. a. Perímetro:  $\pi \times 4 = 4\pi$

R:  $4\pi \text{ cm}$

Área:  $\pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

R:  $4\pi \text{ cm}^2$

- b. Perímetro:  $\pi \times 2 \times 3 = 6\pi$

R:  $6\pi \text{ cm}$

Área:  $\pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

R:  $9\pi \text{ cm}^2$

7. a.  $\angle x = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

- b.  $\angle x = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$

8. a.  $x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

b.  $x = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

9. a.  $\sin A = \frac{3}{5}$   
 $\cos A = \frac{4}{5}$   
 $\tan A = \frac{3}{4}$

b.  $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\tan A = \frac{1}{1} = 1$

10.  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$   
 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

11. a. ③  
c. ②

- b. ②, ③

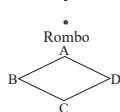
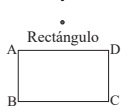
## Ejercitación B

1. Determine la condición para que un paralelogramo ABCD sea un rectángulo, rombo o cuadrado.

a.  $AB = BC$

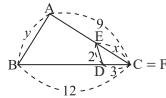
b.  $AC = BD$

c.  $\angle A = \angle B$  y  $AB = BC$

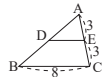


2. Con base en la figura de la derecha, cuando el  $\triangle ABC$  es semejante al  $\triangle DEF$ :

- a. Encuentre el valor de  $x$ .  
b. Encuentre el valor de  $y$ .



3. Con base en la figura de abajo, el lado DE es paralelo al lado BC. Encuentre la longitud del lado DE.



4. ¿Cuál es el cálculo para encontrar el área del siguiente círculo?

- a.  $A = 4 \times \pi$   
b.  $A = 4 \times 4 \times \pi$   
c.  $A = 2 \times 2 \times \pi$



5. Encuentre la medida de  $x$  para cada caso.

a.



b.

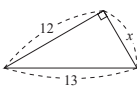


c.

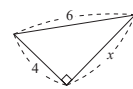


6. Encuentre el valor de  $x$  usando el teorema de Pitágoras.

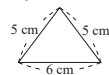
a.



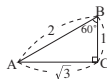
b.



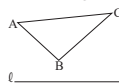
7. Encuentre el área del triángulo de abajo usando el teorema de Pitágoras.



8. Calcule  $\sin B$ ,  $\cos B$  y  $\tan B$  del triángulo rectángulo de la derecha.



9. Dibuje el  $\triangle DEF$  que es reflejado del  $\triangle ABC$  con respecto a la recta  $\ell$ .



Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

## Solucionario:

1. a.  $AB = BC$  → Rectángulo  
b.  $AC = BD$  → Rombo  
c.  $\angle A = \angle B$  y  $AB = BC$  → Cuadrado

2. a.  $9 : 3 = 12 : x$   
 $9x = 3 \times 12$   
 $9x = 36$   
 $x = \frac{36}{9}$   
 $x = 4$

b.  $9 : 3 = y : 2$   
 $3y = 9 \times 2$   
 $3y = 18$   
 $y = \frac{18}{3}$   
 $y = 6$

3. En  $\triangle ABC$  y  $\triangle ADE$ ,  
 $\angle ABC = \angle ADE$  ( $BC \parallel DE$ )  
 $\angle ACB = \angle AED$  ( $BC \parallel DE$ )  
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  (semejanza AA)  
 $AC : AE = BC : DE$   
 $6 : 3 = 8 : DE$   
 $6 \times DE = 3 \times 8$   
 $6 \times DE = 24$   
 $DE = \frac{24}{6}$   
 $DE = 4$

4. c

5. a.  $\angle x = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

b.  $\angle x = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$

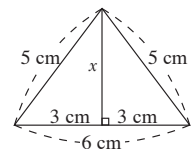
c.  $\angle x = 75^\circ$

6. a.  $x = \sqrt{13^2 - 12^2}$   
 $= \sqrt{169 - 144}$   
 $= \sqrt{25}$   
 $= 5$

b.  $x = \sqrt{6^2 - 4^2}$   
 $= \sqrt{36 - 16}$   
 $= \sqrt{20}$   
 $= 2\sqrt{5}$

7. Como es un triángulo isósceles, se puede dividir en los dos triángulos rectángulos por la mediatriz de la base. Siendo  $x$  la mediatriz, se aplica el teorema de Pitágoras.

$x = \sqrt{5^2 - 3^2}$   
 $= \sqrt{25 - 9}$   
 $= \sqrt{16}$   
 $= 4$

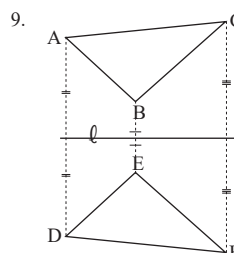


Entonces, la altura del triángulo es 4 cm.

Área:  $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

R:  $12 \text{ cm}^2$

8.  $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$   
 $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$



$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{número de posibles resultados de un evento}}{\text{número de elementos del espacio muestral}} = \frac{a}{n}$$



| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f$ |
|-------|----------------------|--------------------------|-----|
| 0–10  | 3                    |                          |     |
| 10–20 | 6                    |                          |     |
| 20–30 | 7                    |                          |     |
| 30–40 | 12                   |                          |     |
| 40–50 | 3                    |                          |     |

# Unidad 6

# Estadística

| Competencia                                                                     | Indicador de logro                                                  | Sección                            | Clase                                       | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:) |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 4. Utiliza métodos estadísticos en el análisis y representación de información. | 4.1 Interpreta las medidas de tendencia central en datos agrupados. | 1. Organización de datos agrupados | 1.1 Tabla de frecuencias                    | Elabora una tabla de frecuencias para datos agrupados.                     |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 1.2 Marca de clase                          | Encuentra la marca de clase de una serie de datos agrupados.               |
|                                                                                 |                                                                     | 2. Medidas de tendencia central    | 2.1 Cálculo de media aritmética             | Calcula la media aritmética en una serie de datos agrupados.               |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 2.2 Cálculo de mediana                      | Calcula la mediana en una serie de datos agrupados.                        |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 2.3 Cálculo de moda                         | Calcula la moda en una serie de datos agrupados.                           |
|                                                                                 | 4.2 Interpreta las medidas de posición en datos agrupados.          | 3. Medidas de posición             | 3.1 Cálculo e interpretación de cuartiles   | Calcula el cuartil en una serie de datos agrupados.                        |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 3.2 Cálculo e interpretación de percentiles | Calcula el percentil en una serie de datos agrupados.                      |
|                                                                                 | 4.3 Calcula la probabilidad simple en la ocurrencia de eventos.     | 4. Probabilidades                  | 4.1 Espacio muestral                        | Identifica el espacio muestral de un evento.                               |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 4.2 Eventos simples y compuestos            | Identifica los eventos simples y compuestos.                               |
|                                                                                 |                                                                     |                                    | 4.3 Introducción a probabilidades           | Encuentra la probabilidad.                                                 |







A una tabla en la que se organizan las agrupaciones de una serie de datos se le llama tabla de frecuencias. A cada agrupación de datos formada se le llama **clase**. Al total de datos que corresponden a cada clase se le llama **frecuencia**. La frecuencia se representa como  $f_i$  donde  $i$  describe la posición  $i$ -ésima que ocupa la clase.

Para organizar una serie de datos en una tabla de frecuencias:

- Paso 1. Se organizan los datos en tantas clases como sean necesarias.  
Paso 2. Se cuentan los datos que pertenecen a cada clase para determinar la frecuencia.

Al tamaño de una clase se le llama **ancho de clase**.

Para calcular el ancho de clase, se utiliza la ecuación:

$$\text{Ancho de clase} = \text{límite superior} - \text{límite inferior}$$



En las sucursales A y B de la tienda “El Caminito” venden bolsas de dulces y llevan un registro de las bolsas vendidas durante 30 días. A continuación, el registro diario de cada sucursal.

Sucursal A: 12 23 11 20 10 6 9 10 22 15 21 15 16 34 20 18 13 26 18 16 22 21 24 12 14 17 19 16 11 27

Sucursal B: 9 15 5 18 22 13 17 11 24 14 19 22 23 10 11 20 12 16 28 18 10 13 21 17 8 21 20 15 15 6

a. Organice los registros de la sucursal A en 6 clases y elabore la tabla de frecuencias.

b. Organice los registros de la sucursal B en 5 clases y elabore la tabla de frecuencias.

## Sección 1 Organización de datos agrupados

### Clase 2 Marca de clase

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra la marca de clase de una serie de datos agrupados.

#### Sección 1 Organización de datos agrupados

##### Clase 2 Marca de clase



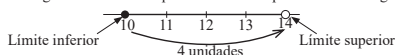
La tabla de frecuencias que está a la derecha muestra el peso (en libras) de 30 niños menores de tres años que fueron atendidos durante un día en el Centro de Salud de la comunidad La Esperanza. Las clases incluyen el número del límite inferior, pero no el del límite superior.

- Determine el ancho de cada clase.
- Encuentre el valor que está en el centro de clase.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10-14        | 4                                      |
| 14-18        | 10                                     |
| 18-22        | 8                                      |
| 22-26        | 3                                      |
| 26-30        | 3                                      |
| 30-34        | 2                                      |
| Total        | 30                                     |

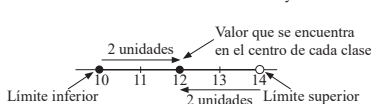


- En la gráfica se observa que el ancho de la primera clase es igual a 4.



También se puede calcular restando el límite inferior del límite superior:  $14 - 10 = 4$ . Todas las clases tienen el mismo ancho.

- El valor que está en el centro de cada clase se puede obtener gráficamente contando la misma cantidad de unidades desde el límite inferior y desde el límite superior.



También se puede calcular sumando el límite superior con el límite inferior y dividiendo el total entre 2.

$$\frac{14 + 10}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) | Marca de clase |
|--------------|----------------------------------------|----------------|
| 10-14        | 4                                      | 12             |
| 14-18        | 10                                     | 16             |
| 18-22        | 8                                      | 20             |
| 22-26        | 3                                      | 24             |
| 26-30        | 3                                      | 28             |
| 30-34        | 2                                      | 32             |
| Total        | 30                                     |                |



A un valor que está en el centro de cada clase se le llama **marca de clase** o punto medio. La marca de clase se determina mediante la ecuación:

$$\text{Marca de clase} = \frac{\text{límite superior} + \text{límite inferior}}{2}$$

La marca de clase se representa como  $X_i$  donde  $i$  describe la posición  $i$ -ésima que ocupa la clase.



Calcule el valor de las marcas de clase en las siguientes tablas.

| Clase   | Marca de clase ( $X_i$ ) |
|---------|--------------------------|
| 145-149 |                          |
| 149-153 |                          |
| 153-157 |                          |
| 157-161 |                          |
| 161-165 |                          |
| 165-169 |                          |
| 169-173 |                          |

| Clase | Marca de clase ( $X_i$ ) |
|-------|--------------------------|
| 45-50 |                          |
| 50-55 |                          |
| 55-60 |                          |
| 60-65 |                          |
| 65-70 |                          |
| 70-75 |                          |
| 75-80 |                          |

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| Clase     | Marca de clase ( $X_i$ ) |
|-----------|--------------------------|
| 145 - 149 | 147                      |
| 149 - 153 | 151                      |
| 153 - 157 | 155                      |
| 157 - 161 | 159                      |
| 161 - 165 | 163                      |
| 165 - 169 | 167                      |
| 169 - 173 | 171                      |

b.

| Clase   | Marca de clase ( $X_i$ ) |
|---------|--------------------------|
| 45 - 50 | 47.5                     |
| 50 - 55 | 52.5                     |
| 55 - 60 | 57.5                     |
| 60 - 65 | 62.5                     |
| 65 - 70 | 67.5                     |
| 70 - 75 | 72.5                     |
| 75 - 80 | 77.5                     |

Fecha: dd - mm - aa

6-1-2 Marca de clase

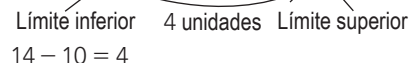
- Ⓟ Retomando la tabla de frecuencias de la clase anterior:

- Determine el ancho de cada clase.
- Encuentre el valor que está en el centro de clase.

Las clases incluyen el número del extremo menor, pero no el del extremo mayor.



- En la gráfica se observa que el ancho de la primera clase es igual a 4.



R: El ancho de las clases es 4.

- El valor que está en el centro de cada clase se puede obtener gráficamente contando la misma cantidad de unidades desde el límite inferior y desde el límite superior.

$$\frac{14 + 10}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) | Marca de clase |
|--------------|----------------------------------------|----------------|
| 10 - 14      | 4                                      | 12             |
| 14 - 18      | 10                                     | 16             |
| 18 - 22      | 8                                      | 20             |
| 22 - 26      | 3                                      | 24             |
| 26 - 30      | 3                                      | 28             |
| 30 - 34      | 2                                      | 32             |
| Total        | 30                                     |                |

- Ⓒ A un valor que está en el centro de cada clase se le llama **marca de clase**.

$$\text{Marca de clase} = \frac{\text{límite superior} + \text{límite inferior}}{2}$$

La marca de clase se representa como  $X_i$  donde  $i$  describe la posición  $i$ -ésima que ocupa la clase.

- Ⓔ Calcule el valor de las marcas de clase.

a.

| Clase     | Marca de clase ( $X_i$ ) |
|-----------|--------------------------|
| 145 - 149 | 147                      |
| 149 - 153 | 151                      |
| 153 - 157 | 155                      |
| 157 - 161 | 159                      |
| 161 - 165 | 163                      |
| 165 - 169 | 167                      |
| 169 - 173 | 171                      |

## Sección 2 Medidas de tendencia central

### Clase 1 Cálculo de media aritmética

#### Aprendizaje esperado:

Calcula la media aritmética en una serie de datos agrupados.

#### Sección 2 Medidas de tendencia central

##### Clase 1 Cálculo de media aritmética



La tabla de frecuencias que está a la derecha muestra el registro del peso (en libras) de 30 niños menores de tres años que fueron atendidos durante un día en el Centro de Salud de la comunidad La Esperanza.

- Calcule la marca de clase de cada clase.
- Multiplique la frecuencia con su respectiva marca de clase y sume los resultados.
- Divida la suma obtenida en el inciso b entre el número total de datos.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10-14        | 4                                      |
| 14-18        | 10                                     |
| 18-22        | 8                                      |
| 22-26        | 3                                      |
| 26-30        | 3                                      |
| 30-34        | 2                                      |
| Total        | 30                                     |



- Marca de clase ( $X_i$ ) =  $\frac{\text{límite superior} + \text{límite inferior}}{2}$

Ejemplo:

La marca de clase de la primera clase es:

$$X_i = \frac{14 + 10}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

- Multipliquemos la frecuencia de la primera clase por la marca de clase:  
(Frecuencia)  $\times$  (marca de clase) =  $f_i \times X_i$   
 $= 4 \times 12$   
 $= 48$

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f_i \times X_i$ |
|--------------|----------------------------------------|--------------------------|------------------|
| 10-14        | 4                                      | 12                       | 48               |
| 14-18        | 10                                     | 16                       | 160              |
| 18-22        | 8                                      | 20                       | 160              |
| 22-26        | 3                                      | 24                       | 72               |
| 26-30        | 3                                      | 28                       | 84               |
| 30-34        | 2                                      | 32                       | 64               |
| Total        | 30                                     |                          | 588              |

Multipliquemos cada frecuencia con su respectiva marca de clase y sumando los resultados, se obtiene 588, como se presenta en la tabla que está arriba.

- $\frac{(\text{Suma de los productos de } f_i \times X_i)}{(\text{Número total de datos})} = \frac{588}{30} = 19.6$

La media aritmética de los datos es 19.6 libras.



Para encontrar la media aritmética de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:

$$\text{Media aritmética } (\bar{X}) = \frac{\text{suma de los productos de } f_i \times X_i}{\text{número de datos}}$$

La media aritmética de datos agrupados es un valor aproximado.



Complete la siguiente tabla y encuentre la media aritmética para datos agrupados.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f_i \times X_i$ |
|-------|----------------------|--------------------------|------------------|
| 0-10  | 3                    |                          |                  |
| 10-20 | 6                    |                          |                  |
| 20-30 | 7                    |                          |                  |
| 30-40 | 12                   |                          |                  |
| 40-50 | 3                    |                          |                  |
| 50-60 | 5                    |                          |                  |
| Total | 36                   |                          |                  |

#### Solucionario de los ejercicios:

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f_i \times X_i$ |
|---------|----------------------|--------------------------|------------------|
| 0 - 10  | 3                    | 5                        | 15               |
| 10 - 20 | 6                    | 15                       | 90               |
| 20 - 30 | 7                    | 25                       | 175              |
| 30 - 40 | 12                   | 35                       | 420              |
| 40 - 50 | 3                    | 45                       | 135              |
| 50 - 60 | 5                    | 55                       | 275              |
| Total   | 36                   |                          | 1,110            |

$$\text{Media aritmética} = \frac{1,110}{36} = 30.83$$

R: La media aritmética es 30.83.

Fecha: dd - mm - aa

6-2-1 Cálculo de media aritmética

- Retomando la tabla de la clase anterior:

- Calcule la marca de clase ( $X_i$ ) de cada clase.
- Multiplique la frecuencia con su respectiva marca de clase ( $f_i \times X_i$ ) y sume los resultados.
- Divida la suma obtenida en el inciso b entre el número total de datos.

| Clase (peso) | $f_i$ | $X_i$ | $f_i \times X_i$ |
|--------------|-------|-------|------------------|
| 10 - 14      | 4     | 12    | 48               |
| 14 - 18      | 10    | 16    | 160              |
| 18 - 22      | 8     | 20    | 160              |
| 22 - 26      | 3     | 24    | 72               |
| 26 - 30      | 3     | 28    | 84               |
| 30 - 34      | 2     | 32    | 64               |
| Total        | 30    |       | 588              |

- $\frac{(\text{Suma de los productos de } f_i \times X_i)}{(\text{Número total de datos})} = \frac{588}{30} = 19.6$

La media aritmética de los datos es 19.6 libras.

- Para encontrar la media aritmética de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:

$$\text{Media aritmética } (\bar{X}) = \frac{\text{suma de los productos de } f_i \times X_i}{\text{número de datos}}$$

La media aritmética de datos agrupados es un valor aproximado.

- Complete la tabla y encuentre la media aritmética para datos agrupados.

| Clase   | $f_i$ | $X_i$ | $f_i \times X_i$ |
|---------|-------|-------|------------------|
| 0 - 10  | 3     | 5     | 15               |
| 10 - 20 | 6     | 15    | 90               |
| 20 - 30 | 7     | 25    | 175              |
| 30 - 40 | 12    | 35    | 420              |
| 40 - 50 | 3     | 45    | 135              |
| 50 - 60 | 5     | 55    | 275              |
| Total   | 36    |       | 1,110            |

$$\text{Media aritmética } (\bar{X}) = \frac{1,110}{36} = 30.83$$

R: La media aritmética es 30.83.

## Sección 2 Medidas de tendencia central

### Clase 2 Cálculo de mediana

#### Aprendizaje esperado:

Calcula la mediana en una serie de datos agrupados.

#### Sección 2 Medidas de tendencia central

##### Clase 2 Cálculo de mediana



La tabla de frecuencias que está a la derecha muestra el registro del peso (en libras) de 30 niños menores de tres años que fueron atendidos durante un día en el Centro de Salud de la comunidad La Esperanza.

- a. Identifique la clase donde está el valor de la mediana.

La mediana es el valor que ocupa la posición central en una serie de datos.



- b. Calcule la marca de clase del inciso a.



a. Al valor que divide el conjunto de datos en dos partes iguales se le llama **mediana**. Para identificar la clase donde se encuentra la mediana, se suman las frecuencias hasta obtener la mitad del total de los datos. Los resultados de la suma de frecuencias se ubican en la columna de **frecuencia acumulada**. Como el total de datos es 30, la posición central es  $\frac{15+16}{2} = 15.5$ . Entonces, la clase donde se encuentra la mediana es la tercera porque la frecuencia acumulada es:  $4 + 10 + 8 = 22$ , e incluye la posición central 15.5.

- b. La marca de clase de la tercera clase es:

$$X_3 = \frac{22 + 18}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

La marca de clase de la clase donde se encuentra la mediana corresponde aproximadamente al valor de la mediana de la serie de datos.

La mediana de estos datos agrupados es 20 libras.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10-14        | 4                                      |
| 14-18        | 10                                     |
| 18-22        | 8                                      |
| 22-26        | 3                                      |
| 26-30        | 3                                      |
| 30-34        | 2                                      |
| Total        | 30                                     |

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) | Frecuencia acumulada |
|--------------|----------------------------------------|----------------------|
| 10-14        | 4                                      | 4                    |
| 14-18        | 10                                     | 14                   |
| 18-22        | 8                                      | 22                   |
| 22-26        | 3                                      | 25                   |
| 26-30        | 3                                      | 28                   |
| 30-34        | 2                                      | 30                   |
| Total        | 30                                     |                      |



Para encontrar la mediana de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:

Paso 1. Se identifica la clase donde se ubica el dato que ocupa la posición central.

Paso 2. El valor aproximado de la mediana será la marca de clase de la clase donde se ubica el valor de la posición central.



Encuentre el valor de la mediana con base en los datos de las siguientes tablas de frecuencias.

a.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|-------|----------------------|
| 46-48 | 1                    |
| 48-50 | 2                    |
| 50-52 | 4                    |
| 52-54 | 3                    |
| 54-56 | 2                    |
| 56-58 | 1                    |
| Total | 13                   |

b.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|-------|----------------------|
| 48-53 | 2                    |
| 53-58 | 4                    |
| 58-63 | 7                    |
| 63-68 | 9                    |
| 68-73 | 5                    |
| 73-78 | 4                    |
| 78-83 | 3                    |
| 83-88 | 2                    |
| Total | 36                   |

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) | Frecuencia acumulada |
|-------|----------------------|----------------------|
| 46-48 | 1                    | 1                    |
| 48-50 | 2                    | 3                    |
| 50-52 | 4                    | 7                    |
| 52-54 | 3                    | 10                   |
| 54-56 | 2                    | 12                   |
| 56-58 | 1                    | 13                   |
| Total | 13                   |                      |

Como el total de datos es 13, la posición central es 7. Entonces, la clase donde se encuentra la mediana es la tercera.

$$X_3 = \frac{52 + 50}{2} = \frac{102}{2} = 51$$

R: La mediana es 51.

b.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) | Frecuencia acumulada |
|-------|----------------------|----------------------|
| 48-53 | 2                    | 2                    |
| 53-58 | 4                    | 6                    |
| 58-63 | 7                    | 13                   |
| 63-68 | 9                    | 22                   |
| 68-73 | 5                    | 27                   |
| 73-78 | 4                    | 31                   |
| 78-83 | 3                    | 34                   |
| 83-88 | 2                    | 36                   |
| Total | 36                   |                      |

Como el total de datos es 36, la posición central es  $\frac{18+19}{2} = \frac{37}{2} = 18.5$ .

Entonces, la clase donde se encuentra la mediana es la cuarta.

$$X_4 = \frac{68 + 63}{2} = \frac{131}{2} = 65.5$$

R: La mediana es 65.5.

Fecha: dd - mm - aa

6-2-2 Cálculo de mediana

- (P) Retomando la tabla de frecuencias de la clase anterior:

- a. Identifique la clase donde está el valor de la mediana.

- b. Calcule la marca de clase del inciso a.

- (S) a. La **mediana** es el valor que ocupa la posición central en una serie de datos. Como el total de datos es 30, la posición central es  $\frac{15+16}{2} = 15.5$ . Entonces, la clase donde se encuentra la mediana es la tercera porque la **frecuencia acumulada**, 22, incluye la posición central 15.5.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) | Frecuencia acumulada |
|--------------|----------------------------------------|----------------------|
| 10 - 14      | 4                                      | 4                    |
| 14 - 18      | 10                                     | 14                   |
| 18 - 22      | 8                                      | 22                   |
| 22 - 26      | 3                                      | 25                   |
| 26 - 30      | 3                                      | 28                   |
| 30 - 34      | 2                                      | 30                   |
| Total        | 30                                     |                      |

- b. La marca de clase donde se encuentra la mediana corresponde aproximadamente al valor de la mediana de la serie de datos.

$$X_3 = \frac{22 + 18}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

La mediana de estos datos agrupados es 20 libras.

- (C) Para encontrar la mediana de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:

Paso 1. Se identifica la clase donde se ubica el dato que ocupa la posición central.

Paso 2. El valor aproximado de la mediana será la marca de clase de la clase identificada.

- (E) Encuentre el valor de la mediana.

a.

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) | Frecuencia acumulada |
|---------|----------------------|----------------------|
| 46 - 48 | 1                    | 1                    |
| 48 - 50 | 2                    | 3                    |
| 50 - 52 | 4                    | 7                    |
| 52 - 54 | 3                    | 10                   |
| 54 - 56 | 2                    | 12                   |
| 56 - 58 | 1                    | 13                   |
| Total   | 13                   |                      |

La posición central es 7.

$$X_3 = \frac{52 + 50}{2} = \frac{102}{2} = 51$$

R: La mediana es 51.

## Sección 2 Medidas de tendencia central

### Clase 3 Cálculo de moda

#### Aprendizaje esperado:

Calcula la moda en una serie de datos agrupados.

#### Sección 2 Medidas de tendencia central

##### Clase 3 Cálculo de moda



La tabla de frecuencias que está a la derecha muestra el registro del peso (en libras) de 30 niños menores de tres años que fueron atendidos durante un día en el Centro de Salud de la comunidad La Esperanza.

- Identifique la clase que tiene la mayor frecuencia.
- Calcule la marca de clase del inciso a.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10-14        | 4                                      |
| 14-18        | 10                                     |
| 18-22        | 8                                      |
| 22-26        | 3                                      |
| 26-30        | 3                                      |
| 30-34        | 2                                      |
| Total        | 30                                     |



- La clase que tiene la mayor frecuencia corresponde a la segunda clase como se muestra en la tabla que está a la derecha. A esta clase se le llama **clase modal**.
- La marca de clase de la segunda clase es:

$$X_2 = \frac{18 + 14}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

La marca de clase de la clase donde se encuentra la frecuencia mayor se considera como moda. El valor aproximado de la moda de los datos es 16 libras.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10-14        | 4                                      |
| 14-18        | 10                                     |
| 18-22        | 8                                      |
| 22-26        | 3                                      |
| 26-30        | 3                                      |
| 30-34        | 2                                      |
| Total        | 30                                     |



Para encontrar la moda de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:

Paso 1. Se identifica la clase modal.

Paso 2. Se encuentra la marca de clase de la clase modal, que es el valor aproximado de la moda.



Encuentre la moda para cada tabla de frecuencias.

a.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|-------|----------------------|
| 15-20 | 1                    |
| 20-25 | 3                    |
| 25-30 | 6                    |
| 30-35 | 10                   |
| 35-40 | 8                    |
| 40-45 | 7                    |
| 45-50 | 2                    |
| 50-55 | 1                    |
| Total | 38                   |

b.

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|---------|----------------------|
| 90-98   | 7                    |
| 98-106  | 9                    |
| 106-114 | 13                   |
| 114-122 | 3                    |
| 122-130 | 4                    |
| 130-138 | 3                    |
| 138-146 | 1                    |
| Total   | 40                   |

c.

| Clase | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|-------|----------------------|
| 23-31 | 32                   |
| 31-39 | 16                   |
| 39-47 | 5                    |
| 47-55 | 1                    |
| 55-63 | 2                    |
| Total | 56                   |

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

175



#### Solucionario de los ejercicios:

- La clase que tiene la mayor frecuencia es la cuarta.

$$X_4 = \frac{35 + 30}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

R: La moda es 32.5.

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|---------|----------------------|
| 15 - 20 | 1                    |
| 20 - 25 | 3                    |
| 25 - 30 | 6                    |
| 30 - 35 | 10                   |
| 35 - 40 | 8                    |
| 40 - 45 | 7                    |
| 45 - 50 | 2                    |
| 50 - 55 | 1                    |
| Total   | 38                   |

- La clase que tiene la mayor frecuencia es la tercera.

$$X_3 = \frac{114 + 106}{2} = \frac{220}{2} = 110$$

R: La moda es 110.

| Clase     | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|-----------|----------------------|
| 90 - 98   | 7                    |
| 98 - 106  | 9                    |
| 106 - 114 | 13                   |
| 114 - 122 | 3                    |
| 122 - 130 | 4                    |
| 130 - 138 | 3                    |
| 138 - 146 | 1                    |
| Total     | 40                   |

- La clase que tiene la mayor frecuencia es la primera.

$$X_1 = \frac{31 + 23}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

R: La moda es 27.

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|---------|----------------------|
| 23 - 31 | 32                   |
| 31 - 39 | 16                   |
| 39 - 47 | 5                    |
| 47 - 55 | 1                    |
| 55 - 63 | 2                    |
| Total   | 56                   |

Fecha: dd - mm - aa

6-2-3 Cálculo de moda

- Retomando la tabla de la clase anterior:

- Identifique la clase que tiene mayor frecuencia.
- Calcule la marca de clase del inciso a.

- a.

| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de niños) |
|--------------|----------------------------------------|
| 10 - 14      | 4                                      |
| 14 - 18      | 10                                     |
| 18 - 22      | 8                                      |
| 22 - 26      | 3                                      |
| 26 - 30      | 3                                      |
| 30 - 34      | 2                                      |
| Total        | 30                                     |

La clase que tiene mayor frecuencia es la segunda clase. A esta clase se le llama **clase modal**.

- La marca de clase de la segunda clase es:

$$X_2 = \frac{18 + 14}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

La marca de clase de la clase donde se encuentra la frecuencia mayor se considera como moda. El valor aproximado de los datos de la moda es 16 libras.

- Para encontrar la moda de una serie de datos organizados en una tabla de frecuencias:
- Paso 1. Se identifica la clase modal.
- Paso 2. Se encuentra la marca de clase de la clase modal, que es el valor aproximado de la moda.

- Encuentre la moda.

a.

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) |
|---------|----------------------|
| 15 - 20 | 1                    |
| 20 - 25 | 3                    |
| 25 - 30 | 6                    |
| 30 - 35 | 10                   |
| 35 - 40 | 8                    |
| 40 - 45 | 7                    |
| 45 - 50 | 2                    |
| 50 - 55 | 1                    |
| Total   | 38                   |

$$X_4 = \frac{35 + 30}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

R: La moda es 32.5.

## Sección 3 Medidas de posición

### Clase 1 Cálculo e interpretación de cuartiles

#### Aprendizaje esperado:

Calcula el cuartil en una serie de datos agrupados.

#### Sección 3 Medidas de posición

##### Clase 1 Cálculo e interpretación de cuartiles



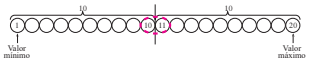
La tabla que está a la derecha muestra los datos de la estatura (en centímetros) de 20 personas. Las clases incluyen el número del límite inferior, pero no el del límite superior.

- Identifique la clase donde se encuentra la mediana.
- Encuentre la mediana de los datos.
- Identifique la clase donde se encuentra la mediana de la primera mitad de los datos.
- Encuentre la mediana de la primera mitad de los datos.
- Identifique la clase donde se encuentra la mediana de la segunda mitad de los datos.
- Encuentre la mediana de la segunda mitad de los datos.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) |
|------------------|-------------------------------------------|
| 130-140          | 2                                         |
| 140-150          | 4                                         |
| 150-160          | 7                                         |
| 160-170          | 6                                         |
| 170-180          | 1                                         |
| Total            | 20                                        |



- Al ordenar los 20 datos, la mediana se ubica en el centro del décimo y décimo primer dato.



Por tanto, la mediana se encuentra en la clase de la tercera fila de la tabla.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 130-140          | 2                                         | 2                    |
| 140-150          | 4                                         | 6                    |
| 150-160          | 7                                         | 13                   |
| 160-170          | 6                                         | 19                   |
| 170-180          | 1                                         | 20                   |
| Total            | 20                                        |                      |

La mediana es el valor que divide al conjunto de datos en dos partes iguales.



- La marca de clase de la tercera clase:

$$X_1 = \frac{160 + 150}{2} = \frac{310}{2} = 155$$

La mediana es 155 cm.

- Como existen 20 datos, la cantidad de datos de la primera mitad es 10. Entonces, la mediana de la primera mitad de los datos se ubica entre el quinto y sexto dato.



Por tanto, el valor de un cuarto de los datos se encuentra en la segunda clase.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 130-140          | 2                                         | 2                    |
| 140-150          | 4                                         | 6                    |
| 150-160          | 7                                         | 13                   |
| 160-170          | 6                                         | 19                   |
| 170-180          | 1                                         | 20                   |
| Total            | 20                                        |                      |

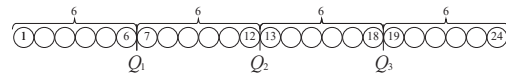
- La mediana de la primera mitad de los datos es la marca de clase de la segunda clase.

$$X_2 = \frac{150 + 140}{2} = \frac{290}{2} = 145$$

La mediana de la primera mitad de los datos es 145 cm.

- Como existen 20 datos, la cantidad de datos de la segunda mitad es 10, que son del décimo primer al vigésimo dato. Entonces, la mediana de la segunda mitad de los datos se ubica entre el décimo quinto y el décimo sexto dato.

#### Solucionario del ejercicio:



| Clase (peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (número de personas) | Frecuencia acumulada |
|--------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 40 - 50      | 4                                         | 4                    |
| 50 - 60      | 11                                        | 15                   |
| 60 - 70      | 6                                         | 21                   |
| 70 - 80      | 2                                         | 23                   |
| 80 - 90      | 1                                         | 24                   |
| Total        | 24                                        |                      |

$Q_1$  y  $Q_2$

$Q_3$

$Q_1$ : La clase donde se encuentra el valor de  $Q_1$  es la segunda clase.

$$X_2 = \frac{60 + 50}{2} = 55$$

R:  $Q_1$  es 55 kg.

$Q_2$ : La clase donde se encuentra el valor de  $Q_2$  es la segunda clase.

$$X_2 = \frac{60 + 50}{2} = 55$$

R:  $Q_2$  es 55 kg.

$Q_3$ : La clase donde se encuentra el valor de  $Q_3$  es la tercera clase.

$$X_3 = \frac{70 + 60}{2} = 65$$

R:  $Q_3$  es 65 kg.

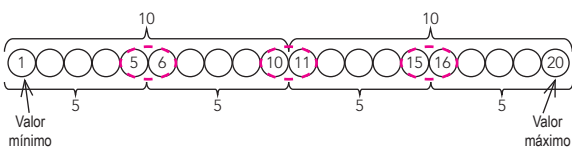
Fecha: dd - mm - aa

#### 6-3-1 Cálculo e interpretación de cuartiles

- La tabla muestra los datos de la estatura de 20 personas. Las clases incluyen el número del extremo menor, pero no el del extremo mayor. Encuentre la mediana de los datos y las medianas de la primera y segunda mitad de datos.

(S)

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 130 - 140        | 2                                         | 2                    |
| 140 - 150        | 4                                         | 6                    |
| 150 - 160        | 7                                         | 13                   |
| 160 - 170        | 6                                         | 19                   |
| 170 - 180        | 1                                         | 20                   |
| Total            | 20                                        |                      |



La mediana se ubica entre el décimo y décimo primer dato, es decir, en la tercera clase.

$$X_3 = \frac{160 + 150}{2} = 155$$

La mediana es 155 cm.

La mediana de la primera mitad se ubica en la segunda clase.

$$X_2 = \frac{150 + 140}{2} = 145$$

La mediana es 145 cm.

La mediana de la segunda mitad se ubica en la cuarta clase. La mediana de la segunda mitad es 165 cm.

- A los tres valores que dividen los datos, ordenados de menor a mayor, en cuatro partes iguales se les llama **cuartiles**.



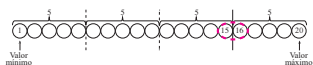
El valor del cuartil en datos agrupados es la marca de la clase identificada.

- Dada la tabla del peso de 24 personas, encuentre los valores de  $Q_1$ .

| Clase   | Frecuencia ( $f_i$ ) | Frecuencia acumulada |
|---------|----------------------|----------------------|
| 40 - 50 | 4                    | 4                    |
| 50 - 60 | 11                   | 15                   |
| 60 - 70 | 6                    | 21                   |
| 70 - 80 | 2                    | 23                   |
| 80 - 90 | 1                    | 24                   |
| Total   | 24                   |                      |

$Q_1$  está entre el sexto y séptimo dato, es decir, en la segunda clase.

$$X_2 = \frac{60 + 50}{2} = 55 \text{ R: } Q_1 \text{ es 55 kg.}$$



Por tanto, el valor de tres cuartos de los datos se encuentra en la cuarta clase.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 130–140          | 2                                         | 2                    |
| 140–150          | 4                                         | 6                    |
| 150–160          | 7                                         | 13                   |
| <b>160–170</b>   | <b>6</b>                                  | <b>19</b>            |
| 170–180          | 1                                         | 20                   |
| Total            | 20                                        |                      |

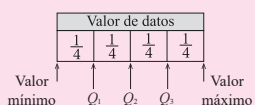
- f. La mediana de la segunda mitad de los datos es la marca de clase de la cuarta clase.

$$\begin{aligned}
 X_c &= \frac{170 + 160}{2} \\
 &= \frac{330}{2} \\
 &= 165
 \end{aligned}$$

La mediana de la segunda mitad de los datos es 165 cm.



A los tres valores que dividen los datos, ordenados de menor a mayor, en cuatro partes iguales se les llama **cuartiles**.



El **primer cuartil** es el valor que separa el primer cuarto ( $\frac{1}{4}$ ) de datos del resto y se representa como  $Q_1$ .

El **segundo cuartil** es el valor que divide los datos en dos partes iguales y se representa como  $Q_2$ .

El **tercer cuartil** es el valor que separa tres cuartos ( $\frac{3}{4}$ ) de datos del resto desde el valor mínimo y se representa como  $Q_3$ .

Para determinar el valor del cuartil en datos agrupados:

Paso 1. Se identifica la clase donde se encuentra  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ .

Paso 2. El valor será la marca de clase identificada.



Dada la siguiente tabla del peso de 24 personas, encuentre los valores de  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ .

| Clase (Peso) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) |
|--------------|-------------------------------------------|
| 40–50        | 4                                         |
| 50–60        | 11                                        |
| 60–70        | 6                                         |
| 70–80        | 2                                         |
| 80–90        | 1                                         |
| Total        | 24                                        |



## Sección 3 Medidas de posición

### Clase 2 Cálculo e interpretación de percentiles

#### Aprendizaje esperado:

Calcula el percentil en una serie de datos agrupados.

#### Sección 3 Medidas de posición

#### Clase 2 Cálculo e interpretación de percentiles

**P**

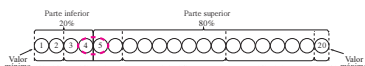
Con base en la tabla de la clase anterior de los datos de estatura (en centímetros) de 20 personas:

- Identifique la clase donde se separan los datos en dos partes, tales que la parte inferior contiene el 20% de los datos y la parte superior contiene el 80% de los datos.
- Encuentre la marca de clase del inciso a.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) |
|------------------|-------------------------------------------|
| 130-140          | 2                                         |
| 140-150          | 4                                         |
| 150-160          | 7                                         |
| 160-170          | 6                                         |
| 170-180          | 1                                         |
| Total            | 20                                        |

**S**

- Se identifica la clase donde se separan los datos entre el 20% y el 80%. Es decir, se busca donde se separan los datos entre 4 y 16 porque el 20% de los 20 datos es 4. Entonces, es la segunda clase (o algún punto en la segunda clase) donde se separan los datos en 4 y 16.



Para separar los datos, se ordenan del valor mínimo al valor máximo.

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 130-140          | 2                                         | 2                    |
| 140-150          | 4                                         | 6                    |
| 150-160          | 7                                         | 13                   |
| 160-170          | 6                                         | 19                   |
| 170-180          | 1                                         | 20                   |

- Para encontrar la marca de clase de la segunda clase:

$$X_2 = \frac{150 + 140}{2} = \frac{290}{2} = 145$$

La marca de clase de la segunda clase es 145 cm.

**C**

A los valores que dividen los datos ordenados de menor a mayor en cien partes iguales, se les llama **percentiles**. El percentil se representa con la letra  $P$ . El percentil  $P_i$  indica el valor por debajo del cual se encuentra  $i$  porcentaje de los datos.

Para estimar el valor del percentil en datos agrupados:

Paso 1. Se busca la clase donde se separan los datos en dos partes tales que la parte inferior contiene  $i$  porcentaje de los datos y la parte superior contiene el resto de los datos  $(100 - i)\%$ .

Paso 2. El valor del  $P_i$  será la marca de clase identificada.

#### Solucionario del ejercicio:



| Clase (Punteo) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|----------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 50-60          | 6                                         | 6                    |
| 60-70          | 10                                        | 16                   |
| 70-80          | 8                                         | 24                   |
| 80-90          | 5                                         | 29                   |
| 90-100         | 1                                         | 30                   |
| Total          | 30                                        |                      |

$P_{10}$ : La clase donde se separan los datos entre el 10% y el 90% es la primera clase.

$$X_1 = 55$$

R:  $P_{10}$  es 55 puntos.

$P_{50}$ : La clase donde se separan los datos entre el 50% es la segunda clase.

$$X_2 = 65$$

R:  $P_{50}$  es 65 puntos.

$P_{90}$ : La clase donde se separan los datos entre el 90% y el 10% es la cuarta clase.

$$X_4 = 85$$

R:  $P_{90}$  es 85 puntos.

Fecha: dd - mm - aa

6-3-2 Cálculo e interpretación de percentiles

- Retomando la tabla de la clase anterior:

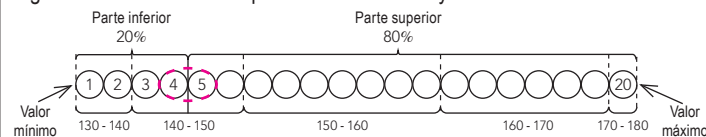
- Identifique la clase donde se separan los datos en dos partes, tales que la parte inferior contiene el 20% de los datos y la parte superior contiene el 80% de los datos.

- Encuentre la marca de clase del inciso a.

**S**

| Clase (Estatura) | $f_i$ | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------|----------------------|
| 130 - 140        | 2     | 2                    |
| 140 - 150        | 4     | 6                    |
| 150 - 160        | 7     | 13                   |
| 160 - 170        | 6     | 19                   |
| 170 - 180        | 1     | 20                   |
| Total            | 20    |                      |

Se identifica la clase donde se separan los datos entre el 20% y el 80%. Es decir, se busca donde se separan los datos entre 4 y 16. Entonces, es la segunda clase donde se separan los datos en 4 y 16.



$$X_2 = \frac{150 + 140}{2} = 145$$

R: La marca de clase de la segunda clase es 145 cm.

- A los valores que dividen los datos ordenados de menor a mayor en cien partes iguales, se les llama **percentiles** y se presentan con la letra  $P$ .

- Encuentre  $P_{10}$  de los datos de la tabla.

| Clase (Punteo) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|----------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 50-60          | 6                                         | 6                    |
| 60-70          | 10                                        | 16                   |
| 70-80          | 8                                         | 24                   |
| 80-90          | 5                                         | 29                   |
| 90-100         | 1                                         | 30                   |
| Total          | 30                                        |                      |

La clase donde se separan los datos entre el 10% y el 90% es la primera.

$$X_1 = 55$$

R:  $P_{10}$  es 55 puntos.



Ejemplo:

Para determinar  $P_{30}$  de los resultados de las notas obtenidas por un grupo de 30 estudiantes, cuyo 30% corresponde a 9 estudiantes. Al ordenar los 30 datos del valor mínimo al valor máximo, el dato requerido es el noveno a partir del valor mínimo. El noveno dato se ubica en la segunda clase.

La marca de clase de la segunda clase corresponde a  $P_{30}$ .

$$\begin{aligned} X_2 &= \frac{70 + 60}{2} \\ &= \frac{130}{2} \\ &= 65 \end{aligned}$$

Entonces,  $P_{30}$  es 65 puntos.

| Clase (Puntaje) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de alumnos) |
|-----------------|------------------------------------------|
| 50-60           | 6                                        |
| 60-70           | 10                                       |
| 70-80           | 8                                        |
| 80-90           | 5                                        |
| 90-100          | 1                                        |

| Clase (Estatura) | Frecuencia ( $f_i$ ) (Número de personas) | Frecuencia acumulada |
|------------------|-------------------------------------------|----------------------|
| 50-60            | 6                                         | 6                    |
| 60-70            | 10                                        | 16                   |
| 70-80            | 8                                         | 24                   |
| 80-90            | 5                                         | 29                   |
| 90-100           | 1                                         | 30                   |



Para la misma tabla de datos del ejemplo, encuentre  $P_{10}$ ,  $P_{30}$  y  $P_{90}$ .



## Sección 4 Probabilidades

### Clase 1 Espacio muestral

#### Aprendizaje esperado:

Identifica el espacio muestral de un evento.

#### Sección 4 Probabilidades

#### Clase 1 Espacio muestral

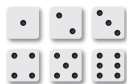
**P**

Al lanzar un dado, ¿cuáles son los posibles resultados?



**S**

1, 2, 3, 4, 5, 6



**C**

A un conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se le llama **espacio muestral**.

El espacio muestral del problema de arriba es {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

**E**

1. Identifique el espacio muestral en los siguientes casos.

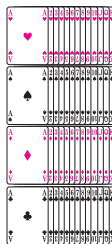
a. Al lanzar una moneda de un quetzal al aire.



b. Las posibles opciones que Domingo tiene cuando juega "piedra, papel o tijera" con un amigo.



c. Al sacar una carta de las 52 cartas que hay en una baraja.



2. Considere si los siguientes enunciados expresan correctamente un espacio muestral.

- Al lanzar un dado una vez, el espacio muestral consiste en cinco posibles resultados.
- Al lanzar una moneda de 50 centavos (¢) una vez, el espacio muestral consiste en dos posibles resultados.
- Al elegir un líder entre cinco personas, A, B, C, D y E, el espacio muestral consiste en un posible resultado.

#### Solucionario de los ejercicios:

- {Cara, Escudo}
  - {Piedra, Papel, Tijera}
  - $\left\{ \begin{array}{l} \heartsuit A, \heartsuit 2, \heartsuit 3 \dots \heartsuit K \\ \spadesuit A, \spadesuit 2, \spadesuit 3 \dots \spadesuit K \\ \diamondsuit A, \diamondsuit 2, \diamondsuit 3 \dots \diamondsuit K \\ \clubsuit A, \clubsuit 2, \clubsuit 3 \dots \clubsuit K \end{array} \right\}$
- (Explicación)

{1, 2, 3, 4, 5, 6}

Seis posibles resultados
  - {Cara, Escudo}

Dos posibles resultados
  - {A, B, C, D, E}

Cinco posibles resultados

Fecha: dd – mm – aa  
6-4-1 Espacio muestral

**P**

Al lanzar un dado, ¿cuáles son los posibles resultados?

**S**

1, 2, 3, 4, 5, 6

**C**

A un conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se le llama **espacio muestral**.

El espacio muestral del problema de arriba es {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

**E**

1. Identifique el espacio muestral.

a. Al lanzar una moneda de un quetzal al aire.

R: {Cara, Escudo}

## Sección 4 Probabilidades

### Clase 2 Eventos simples y compuestos

#### Aprendizaje esperado:

Identifica los eventos simples y compuestos.

#### Sección 4 Probabilidades

#### Clase 2 Eventos simples y compuestos

**P**

Al lanzar un dado:

- ¿Cuántas posibilidades existen de obtener el número 2?
- ¿Cuántas posibilidades existen de obtener números pares?

**S**

- Existe una posibilidad de obtener el número 2.



- Existen tres posibilidades de obtener números pares, es decir, 2, 4 o 6.



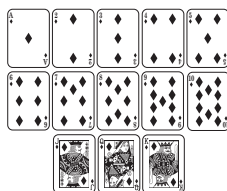
**C**

A un evento formado por un solo resultado de un experimento aleatorio se le llama **evento simple**. A un evento formado por dos o más resultados de un experimento aleatorio se le llama **evento compuesto**.

**E**

- Al sacar una carta de las trece cartas del símbolo  $\spadesuit$  (diamante), ¿cuántos posibles resultados existen para obtener la siguiente carta?

- Un número 10
- Un número impar
- Una con números
- Una con letras



- Identifique si los siguientes eventos describen un evento simple o un evento compuesto.

- Al lanzar un dado, se obtiene el número 1.
- Al lanzar un dado, se obtiene un número par.
- Al lanzar una moneda de un quetzal, se obtiene el escudo.
- Al sacar una de las trece cartas del símbolo  $\heartsuit$  (corazón), se obtiene una carta con números.

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

181

#### Solucionario de los ejercicios:

- Un posible resultado: 10
  - Siete posibles resultados: A (1), 3, 5, 7, 9, J (11), K (13)
  - Nueve posibles resultados: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
  - Cuatro posibles resultados: A, J, Q, K
- Evento simple
  - Evento compuesto
  - Evento simple
  - Evento compuesto

Fecha: dd – mm – aa

6-4-2 Eventos simples y compuestos

**P**

Al lanzar un dado:

- ¿Cuántas posibilidades existen de obtener el número 2?
- ¿Cuántas posibilidades existen de obtener números pares?

**S**

- Existe una posibilidad de obtener el número 2.
- Existen tres posibilidades de obtener números pares, es decir, 2, 4 o 6.

**C**

A un evento formado por un solo resultado de un experimento aleatorio se le llama **evento simple**.  
A un evento formado por dos o más resultados de un experimento aleatorio se le llama **evento compuesto**.

**E**

- Al sacar una carta de las trece cartas del símbolo diamante, ¿cuántos posibles resultados existen para obtener la siguiente carta?

- Un número 10

R: Existe una posibilidad de obtener un número 10.

- Un número impar

R: Existen siete posibilidades de obtener números impares, es decir, A (1), 3, 5, 7, 9, J (11) y K (13).

## Sección 4 Probabilidades

### Clase 3 Introducción a probabilidades

**Aprendizaje esperado:**  
Encuentra la probabilidad.

#### Sección 4 Probabilidades

#### Clase 3 Introducción a probabilidades



A una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro se le llama **probabilidad**.

Cuando el número de elementos del espacio muestral es  $n$  y el número de posibles resultados de un evento  $A$  es  $a$ , la probabilidad de  $A$  es:

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{número de posibles resultados de un evento}}{\text{número de elementos del espacio muestral}} = \frac{a}{n}$$

Ejemplo 1:

Al lanzar un dado, el número de elementos del espacio muestral es 6 y el número de posibles resultados en los que sale 2 es 1.

Entonces,

$$\frac{(\text{Posible resultado de un evento})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})} = \frac{1}{6}.$$

Por tanto, la probabilidad de que salga el número 2 es  $\frac{1}{6}$ .

Ejemplo 2:

Al lanzar un dado, el número de elementos del espacio muestral es 6 y el número de posibles resultados en los que sale un número impar es 3.

Entonces,

$$\frac{(\text{Posible resultado de un evento})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Por tanto, la probabilidad de que salga un número impar es  $\frac{1}{2}$ .



Resuelva.

- Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga el número 6?
- Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número par?
- Al lanzar una moneda de un quetzal, ¿cuál es la probabilidad de que salga cara?
- Al elegir una persona aleatoriamente de siete personas, Alejandro, Andrea, Domingo, Elena, Juan, Leonardo y Marta, ¿cuál es la probabilidad de elegir a Marta?
- Al sacar una de las trece cartas del símbolo  $\clubsuit$  (trébol), ¿cuál es la probabilidad de que salga un número impar?

#### Solucionario de los ejercicios:

- Espacio muestral de que lance un dado =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
Posibles resultados de que salga el número 6 =  $\{6\}$   
(Probabilidad de que salga el número 6)  
$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que salga el número 6})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{1}{6}$$
- Espacio muestral de que lance un dado =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
Posibles resultados de que salga un número par =  $\{2, 4, 6\}$   
(Probabilidad de que salga un número par)  
$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que salga un número par})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
- Espacio muestral de que lance una moneda de un quetzal  
=  $\{\text{Cara, Escudo}\}$   
Posibles resultados de que salga cara =  $\{\text{Cara}\}$   
(Probabilidad de que salga cara)  
$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que salga cara})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{1}{2}$$
- Espacio muestral de que elija una persona aleatoriamente de siete personas  
=  $\{\text{Alejandro, Andrea, Domingo, Elena, Juan, Leonardo, Marta}\}$   
Posibles resultados de que elija a Marta =  $\{\text{Marta}\}$   
(Probabilidad de que elija a Marta)  
$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que elija a Marta})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{1}{7}$$
- Espacio muestral de que saque una de las trece cartas del símbolo trébol  
=  $\{A(1), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J(11), Q(12), K(13)\}$   
Posibles resultados de que salga un número impar  
=  $\{A(1), 3, 5, 7, 9, J(11), K(13)\}$   
(Probabilidad de que salga un número impar)  
$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que salga un número impar})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{7}{13}$$

Fecha: dd – mm – aa

6-4-3 Introducción a probabilidades

- © A una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro se le llama **probabilidad**.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{número de posibles resultados de un evento}}{\text{número de elementos del espacio muestral}} = \frac{a}{n}$$

Ejemplo 1:

Al lanzar un dado, el número de elementos del espacio muestral es 6 y el número de posibles resultados en los que sale 2 es 1.

$$\frac{(\text{Posible resultado de un evento})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})} = \frac{1}{6}$$

Por tanto, la probabilidad de que salga el número 2 es  $\frac{1}{6}$ .

Ejemplo 2:

Al lanzar un dado, el número de elementos del espacio muestral es 6 y el número de posibles resultados en los que sale un número impar es 3.

$$\frac{(\text{Posible resultado de un evento})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Por tanto, la probabilidad de que salga un número impar es  $\frac{1}{2}$ .

© Resuelva.

- Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga el número 6?

Espacio muestral de que lance un dado =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
Posibles resultados de que salga el número 6 =  $\{6\}$   
(Probabilidad de que salga el número 6)  
$$= \frac{(\text{Posibles resultados de que salga el número 6})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$
$$= \frac{1}{6}$$

## Ejercitación

- En un instituto, se realizó el examen de admisión para el año próximo. Los resultados se muestran en la tabla que está a la derecha.
  - Calcule la marca de clase de cada clase.
  - Multiplique la frecuencia con su respectiva marca de clase y sume los resultados.
  - Divida la suma obtenida en el inciso b entre el número total de datos.
  - Encuentre el valor de la mediana con base en los datos de la tabla.
  - Encuentre la moda para la tabla.

| Clase (Puntos) | Frecuencia (Número de niños) ( $f_i$ ) | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f_i \times X_i$ |
|----------------|----------------------------------------|--------------------------|------------------|
| 0–10           | 1                                      |                          |                  |
| 10–20          | 2                                      |                          |                  |
| 20–30          | 8                                      |                          |                  |
| 30–40          | 22                                     |                          |                  |
| 40–50          | 28                                     |                          |                  |
| 50–60          | 30                                     |                          |                  |
| 60–70          | 15                                     |                          |                  |
| 70–80          | 7                                      |                          |                  |
| 80–90          | 5                                      |                          |                  |
| 90–100         | 2                                      |                          |                  |
| Total          | 120                                    |                          |                  |

- La tabla que está a la derecha muestra los datos del registro de edad de personas atendidas en un día en una biblioteca pública.
  - Encuentre el valor de  $Q_1$ .
  - Encuentre el valor de  $P_{50}$ .

| Clase (Edades) | Frecuencia (Número de personas) |
|----------------|---------------------------------|
| 10–20          | 4                               |
| 20–30          | 3                               |
| 30–40          | 5                               |
| 40–50          | 6                               |
| 50–60          | 2                               |
| Total          | 20                              |

- Al lanzar un dado:
  - ¿Cuántas posibilidades existen de obtener 3?
  - ¿Cuántas posibilidades existen de obtener un número impar?
  - ¿Cuál es la probabilidad del inciso a?



## Solucionario:

- a. b.

| Clase (Puntos) | Frecuencia | Marca de clase ( $X_i$ ) | $f_i \times X_i$ | Frecuencia acumulada |
|----------------|------------|--------------------------|------------------|----------------------|
| 0–10           | 1          | 5                        | 5                | 1                    |
| 10–20          | 2          | 15                       | 30               | 3                    |
| 20–30          | 8          | 25                       | 200              | 11                   |
| 30–40          | 22         | 35                       | 770              | 33                   |
| 40–50          | 28         | 45                       | 1,260            | 61                   |
| 50–60          | 30         | 55                       | 1,650            | 91                   |
| 60–70          | 15         | 65                       | 975              | 106                  |
| 70–80          | 7          | 75                       | 525              | 113                  |
| 80–90          | 5          | 85                       | 425              | 118                  |
| 90–100         | 2          | 95                       | 190              | 120                  |
| Total          | 120        |                          | 6,030            |                      |

mediana

moda

$$c. \frac{6,030}{120} = 50.25$$

- Mediana: como el total de datos es 120, la posición central es  $\frac{60 + 61}{2} = 60.5$ . Entonces, la clase donde se encuentra la mediana es la quinta.

$$X_5 = 45$$

R: La mediana es 45 puntos.

- Moda: la clase que tiene la mayor frecuencia es la sexta.

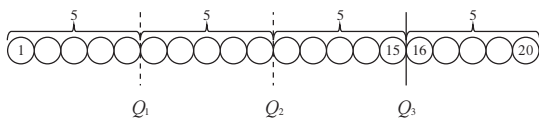
$$X_6 = 55$$

R: La mediana es 55 puntos.

2.

| Clase   | Frecuencia | Frecuencia acumulada |
|---------|------------|----------------------|
| 10 – 20 | 4          | 4                    |
| 20 – 30 | 3          | 7                    |
| 30 – 40 | 5          | 12                   |
| 40 – 50 | 6          | 18                   |
| 50 – 60 | 2          | 20                   |
| Total   | 20         |                      |

a.

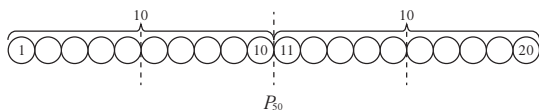


La clase donde se encuentra el valor de  $Q_3$  es la cuarta fila.

$$X_4 = \frac{50 + 40}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

R:  $Q_3$  es 45 años.

b.



La clase donde se separan los datos entre el 50% es la tercera fila.

$$X_3 = \frac{40 + 30}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

R:  $P_{30}$  es 35 años.

3.

a. Una posibilidad:  $\{3\}$

b. Tres posibilidad:  $\{1, 3, 5\}$

c. Espacio muestral de que lance un dado =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Posibles resultados de que obtenga 3 =  $\{3\}$

(Probabilidad de que obtenga 3)

$$= \frac{(\text{Número de posibles resultados de que obtenga 3})}{(\text{Número de elementos del espacio muestral})}$$

$$= \frac{1}{6}$$

|   | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|---|-----|--------------|------------------------------|
| V | V   | V            | V                            |
| V | F   | F            | V                            |
| F | V   | F            | V                            |
| F | F   | F            | V                            |

$$p \wedge q$$

$$p \vee q$$

# Unidad 7



# Lógica

| Competencia                                                                                             | Indicador de logro                                                         | Sección                                               | Clase                                           | Aprendizaje esperado<br>(Al finalizar el período de clase, el estudiante:)                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2. Resuelve problemas utilizando modelos matemáticos en la representación y comunicación de resultados. | 2.1 Representa información estructurada a partir de los elementos lógicos. | 1. Conectivos lógicos y valores de verdad             | 1.1 Negación                                    | Niega una proposición simple. Representa la negación de una proposición usando el símbolo.                                  |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.2 Valores de verdad de una negación           | Encuentra el valor de verdad de la negación de una proposición simple.                                                      |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.3 Conjunción                                  | Escribe la conjunción de proposiciones simples. Representa una conjunción de proposiciones usando el símbolo.               |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.4 Valores de verdad de una conjunción         | Encuentra el valor de verdad de una conjunción.                                                                             |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.5 Disyunción                                  | Escribe la disyunción de proposiciones simples. Representa una disyunción de proposiciones usando el símbolo.               |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.6 Valores de verdad de una disyunción         | Encuentra el valor de verdad de una disyunción.                                                                             |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.7 Implicación                                 | Escribe la implicación de proposiciones simples. Representa una implicación de proposiciones usando el símbolo.             |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.8 Valores de verdad de una implicación        | Encuentra el valor de verdad de una implicación.                                                                            |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.9 Doble implicación                           | Escribe la doble implicación de proposiciones simples. Representa una doble implicación de proposiciones usando el símbolo. |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 1.10 Valores de verdad de una doble implicación | Encuentra el valor de verdad de una doble implicación.                                                                      |
|                                                                                                         |                                                                            | 2. Interpretación de resultados de la tabla de verdad | 2.1 Tabla de verdad de proposición compuesta    | Construye una tabla de verdad para proposiciones compuestas.                                                                |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 2.2 Tautología                                  | Determina si una proposición es tautología.                                                                                 |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 2.3 Contradicción                               | Determina si una proposición es contradicción.                                                                              |
|                                                                                                         |                                                                            |                                                       | 2.4 Contingencia                                | Determina si una proposición es contingencia.                                                                               |



## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 1 Negación

#### Aprendizaje esperado:

Niega una proposición simple.

Representa la negación de una proposición usando el símbolo.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 1 Negación

**P**

Escriba la negación de las siguientes proposiciones.

- Hoy es miércoles.
- La raíz cuadrada de 16 es 4.

**S**

La negación de una proposición simple se puede escribir de cualquiera de las siguientes formas:

Forma 1

Forma 2

- No es verdad que** hoy es miércoles.
- No es verdad que** la raíz cuadrada de 16 es 4.

- Hoy **no** es miércoles.
- La raíz cuadrada de 16 **no** es 4.

Para negar una proposición simple, se le antepone la expresión “no es verdad que”, “no es cierto que” o se incluye la palabra “no” al enunciado.

**C**

Una proposición simple se representa simbólicamente con una letra. Generalmente son utilizadas las letras  $p, q, r$  o  $s$ .  
A la transformación de una proposición en otra con valor de verdad contrario se le llama **negación**. El símbolo para representar una negación es “ $\sim$ ”. La negación de una proposición  $p$  se representa como  $\sim p$  y se lee como “no  $p$ ”.

Ejemplo:

$p$ : Hoy es lunes.  
 $q$ : 4 es divisor de 8.

| Negación de la proposición                 | Representación simbólica de la negación |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Hoy <b>no</b> es lunes.                    | $\sim p$                                |
| <b>No es cierto que</b> 4 es divisor de 8. | $\sim q$                                |

**E**

Complete la siguiente tabla.

| Proposiciones                      | Negación de la proposición | Representación simbólica de la negación |
|------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|
| $p$ : Ayer fue un día soleado.     |                            |                                         |
| $q$ : 5 es un número primo.        |                            |                                         |
| $r$ : Las arañas tienen 8 patas.   |                            |                                         |
| $s$ : 1 km es equivalente a 100 m. |                            |                                         |
| $t$ : 7 es divisor de 24.          |                            |                                         |

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

185

#### Solucionario de los ejercicios:

| Proposición                        | Negación de la proposición             | Representación simbólica de la negación |
|------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|
| $p$ : Ayer fue un día soleado.     | Ayer no fue un día soleado.            | $\sim p$                                |
| $q$ : 5 es un número primo.        | No es cierto que 5 es un número primo. | $\sim q$                                |
| $r$ : Las arañas tienen 8 patas.   | Las arañas no tienen 8 patas.          | $\sim r$                                |
| $s$ : 1 km es equivalente a 100 m. | 1 km no es equivalente a 100 m.        | $\sim s$                                |
| $t$ : 7 es divisor de 24.          | 7 no es divisor de 24                  | $\sim t$                                |

Fecha: dd – mm – aa

7-1-1 Negación

**P** Escriba la negación de las siguientes proposiciones.

- Hoy es miércoles.
- La raíz cuadrada de 16 es 4.

**S**

| Forma 1                                                 | Forma 2                                |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| a. <b>No es verdad que</b> hoy es miércoles.            | Hoy <b>no</b> es miércoles.            |
| b. <b>No es verdad que</b> la raíz cuadrada de 16 es 4. | La raíz cuadrada de 16 <b>no</b> es 4. |

**C**

Una proposición simple se representa simbólicamente con una letra. Generalmente son utilizadas las letras  $p, q, r$  o  $s$ .

A la transformación de una proposición en otra con valor de verdad contrario se le llama **negación**. El símbolo para representar la negación es “ $\sim$ ”. La negación de  $p$  se representa como  $\sim p$  y se lee como “no  $p$ ”.

Ejemplo:

$p$ : Hoy es lunes.  
 $q$ : 4 es divisor de 8.

| Negación de la proposición                 | Representación simbólica |
|--------------------------------------------|--------------------------|
| Hoy <b>no</b> es lunes.                    | $\sim p$                 |
| <b>No es cierto que</b> 4 es divisor de 8. | $\sim q$                 |

**E** Complete la tabla.

| Proposiciones                  | Negación de la proposición             | Representación simbólica |
|--------------------------------|----------------------------------------|--------------------------|
| $p$ : Ayer fue un día soleado. | Ayer no fue un día soleado.            | $\sim p$                 |
| $q$ : 5 es un número primo.    | No es cierto que 5 es un número primo. | $\sim q$                 |

## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 2 Valores de verdad de una negación

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor de verdad de la negación de una proposición simple.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 2 Valores de verdad de una negación



Dadas dos proposiciones simples:

$p$ : 15 es múltiplo de 3.

$q$ : 18 es múltiplo de 4.

- Niegue las proposiciones  $p$  y  $q$ .
- Determine si la negación de la proposición es verdadera o falsa.



- $\sim p$ : 15 no es múltiplo de 3.  
 $\sim q$ : 18 no es múltiplo de 4.
- La proposición "15 es múltiplo de 3" es verdadera, y su negación "15 no es múltiplo de 3" es falsa.  
La proposición "18 es múltiplo de 4" es falsa, y su negación "18 no es múltiplo de 4" es verdadera.



Si una proposición es verdadera, entonces su negación es falsa.  
Si una proposición es falsa, entonces su negación es verdadera.  
Los valores de verdad de una proposición y su negación se presentan en la tabla de la derecha.

| $p$ | $\sim p$ |
|-----|----------|
| V   | F        |
| F   | V        |



Escriba la negación de las siguientes proposiciones y determine si es verdadera o falsa.

- Las aves tienen cuatro patas.
- $5 \times 8 = 40$ .
- La medida del ángulo recto es  $90^\circ$ .
- No es verdad que la raíz cuadrada de 25 es 5.
- Una semana tiene 7 días.
- $6 \times 3 \neq 18$
- Una hora tiene sesenta minutos.

" $\neq$ " significa "no es igual".

A la negación de una negación se le llama doble negación, y la negación de  $\sim p$  se representa por  $\sim \sim p$ .  
 $\sim \sim p$  es equivalente a  $p$ .



Los valores de verdad de la doble negación  $\sim \sim p$  son equivalentes a los valores de verdad de la proposición  $p$ .

| $p$ | $\sim p$ | $\sim \sim p$ |
|-----|----------|---------------|
| V   | F        | V             |
| F   | V        | F             |



#### Solucionario de los ejercicios:

- Las aves no tienen cuatro patas. Verdadera
- $5 \times 8 \neq 40$  Falsa
- La medida del ángulo recto no es  $90^\circ$ . Falsa
- La raíz cuadrada de 25 es 5. Falsa
- Una semana no tiene 7 días. Falsa
- $6 \times 3 = 18$  Verdadera
- Una hora no tiene sesenta minutos. Falsa

Fecha: dd - mm - aa

7-1-2 Valores de verdad de una negación

(P) Dadas dos proposiciones simples:

$p$ : 15 es múltiplo de 3.

$q$ : 18 es múltiplo de 4.

- Niegue las proposiciones  $p$  y  $q$ .
- Determine si la negación de la proposición es verdadera o falsa.

(S)

| Proposición                | V/F | Negación                           | V/F |
|----------------------------|-----|------------------------------------|-----|
| $p$ : 15 es múltiplo de 3. | V   | $\sim p$ : 15 no es múltiplo de 3. | F   |
| $q$ : 18 es múltiplo de 4. | F   | $\sim q$ : 18 no es múltiplo de 4. | V   |

- (C) Si una proposición es verdadera, entonces su negación es falsa.  
Si una proposición es falsa, entonces su negación es verdadera.  
Los valores de verdad de una proposición y su negación son:

| $p$ | $\sim p$ |
|-----|----------|
| V   | F        |
| F   | V        |

- (E) Escriba la negación y determine si es verdadera o falsa.

| Proposición                      | Negación                         | V/F |
|----------------------------------|----------------------------------|-----|
| a. Las aves tienen cuatro patas. | Las aves no tienen cuatro patas. | V   |
| b. $5 \times 8 = 40$             | $5 \times 8 \neq 40$             | F   |

Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad  
Clase 3 Conjunción

Aprendizaje esperado:

Escribe la conjunción de proposiciones simples.  
Representa una conjunción de proposiciones usando el símbolo.

Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad  
Clase 3 Conjunción

Una las dos proposiciones de cada inciso con el conectivo “y”.

- a.  $p$ : 5 es un número par.  
 $q$ : El triángulo tiene tres lados.
- b.  $r$ : Sonia es el nombre de una mujer.  
 $s$ : Javier es el nombre de un hombre.

Dos proposiciones simples se pueden combinar por medio del conectivo “y” para formar una proposición compuesta.

- a. 5 es un número par y el triángulo tiene tres lados.
- b. Sonia es el nombre de una mujer y Javier es el nombre de un hombre.

Las anteriores proposiciones pueden ser escritas simbólicamente:

$p \wedge q$

$r \wedge s$

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “y” se le llama **conjunción**. El símbolo para representar una conjunción es “ $\wedge$ ”. La conjunción de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representa como  $p \wedge q$ , y se lee “ $p$  y  $q$ ”.

Ejemplo:

- $p$ : La Monja Blanca es la flor nacional.  
 $q$ : El Quetzal es el ave nacional.

| Conjunción                                                           | Representación simbólica |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| La Monja Blanca es la flor nacional y el Quetzal es el ave nacional. | $p \wedge q$             |

Complete la siguiente tabla.

| Proposiciones simples                                                   | Conjunción | Representación simbólica |
|-------------------------------------------------------------------------|------------|--------------------------|
| $m$ : El rectángulo tiene 4 lados.<br>$n$ : El triángulo tiene 3 lados. |            |                          |
| $o$ : El delfín es un pez.<br>$p$ : El conejo es un mamífero.           |            |                          |
| $q$ : $3 \times 2 = 6$<br>$r$ : $18 \div 2 = 9$                         |            |                          |

Solucionario de los ejercicios:

| Proposición                                                             | Conjunción                                                | Representación simbólica |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------|
| $m$ : El rectángulo tiene 4 lados.<br>$n$ : El triángulo tiene 3 lados. | El rectángulo tiene 4 lados y el triángulo tiene 3 lados. | $m \wedge n$             |
| $o$ : El delfín es un pez.<br>$p$ : El conejo es un mamífero.           | El delfín es un pez y el conejo es un mamífero.           | $o \wedge p$             |
| $q$ : $3 \times 2 = 6$<br>$r$ : $18 \div 2 = 9$                         | $3 \times 2 = 6$ y $18 \div 2 = 9$                        | $q \wedge r$             |

Fecha: dd – mm – aa

7-1-3 Conjunción

Una las dos proposiciones de cada inciso con el conectivo “y”.

| Proposiciones simples                                                                | Proposiciones compuestas                                            | Representación simbólica |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| a. $p$ : 5 es un número par.<br>$q$ : El triángulo tiene tres lados.                 | 5 es un número par y el triángulo tiene tres lados.                 | $p \wedge q$             |
| b. $r$ : Sonia es el nombre de una mujer.<br>$s$ : Javier es el nombre de un hombre. | Sonia es el nombre de una mujer y Javier es el nombre de un hombre. | $r \wedge s$             |

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “y” se le llama **conjunción**. El símbolo para representar la conjunción es “ $\wedge$ ”.

La conjunción de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representan como  $p \wedge q$ , y se lee “ $p$  y  $q$ ”.

Ejemplo:

- $p$ : La Monja Blanca es la flor nacional.  
 $q$ : El Quetzal es el ave nacional.

| Conjunción                                                           | Representación simbólica |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| La Monja Blanca es la flor nacional y el Quetzal es el ave nacional. | $p \wedge q$             |

Complete la tabla.

| Proposiciones Simples                                                   | Conjunción                                                | Representación simbólica |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------|
| $m$ : El rectángulo tiene 4 lados.<br>$n$ : El triángulo tiene 3 lados. | El rectángulo tiene 4 lados y el triángulo tiene 3 lados. | $m \wedge n$             |

## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 4 Valores de verdad de una conjunción

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor de verdad de una conjunción.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 4 Valores de verdad de una conjunción



Dadas las proposiciones simples:

$p$ : 5 es un número impar.

$q$ : 8 es un número par.

$r$ : 6 es un número impar.

$s$ : 3 es un número par.

Construya las siguientes proposiciones compuestas y determine si cada una de ellas es verdadera o falsa.

a.  $p \wedge q$

b.  $p \wedge r$

c.  $r \wedge q$

d.  $r \wedge s$



- 5 es un número impar y 8 es un número par.
- 5 es un número impar y 6 es un número impar.
- 6 es un número impar y 8 es un número par.
- 6 es un número impar y 3 es un número par.

Para determinar si una proposición compuesta es verdadera o falsa, es necesario encontrar el valor de verdad de cada proposición simple de la proposición compuesta formada.

- La proposición “5 es un número impar” es verdadera y “8 es un número par” es verdadera. Por tanto, la proposición compuesta “5 es un número impar y 8 es un número par” es verdadera.
- La proposición “5 es un número impar” es verdadera y “6 es un número impar” es falsa. Por tanto, la proposición compuesta “5 es un número impar y 6 es un número impar” es falsa.
- La proposición “6 es un número impar” es falsa y “8 es un número par” es verdadera. Por tanto, la proposición compuesta “6 es un número impar y 8 es un número par” es falsa.
- La proposición “6 es un número impar” es falsa y “3 es un número par” es falsa. Por tanto, la proposición compuesta “6 es un número impar y 3 es un número par” es falsa.



Los valores de verdad de una conjunción de dos proposiciones simples se muestran en la tabla de la derecha.

A la tabla que muestra el valor de verdad de una proposición compuesta, con base en cada combinación de valores de verdad de las proposiciones simples que la forman, se le llama **tabla de verdad**.

La conjunción es verdadera cuando las dos proposiciones son verdaderas y es falsa en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| V   | V   | V            |
| V   | F   | F            |
| F   | V   | F            |
| F   | F   | F            |

Ejemplo:

El lago de Atitlán está en Sololá y el volcán Tajumulco está en Quetzaltenango.

El valor de verdad de la proposición compuesta es falso, porque “El lago de Atitlán está en Sololá” es verdadero y “el volcán Tajumulco está en Quetzaltenango” es falso.



Determine el valor de verdad de cada proposición compuesta.

| Proposición compuesta                                    | Valor de verdad |
|----------------------------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 y 5 es número par.                      |                 |
| Una semana tiene 4 días y un año tiene 12 meses.         |                 |
| Una hora tiene 30 minutos y un minuto tiene 30 segundos. |                 |

#### Solucionario de los ejercicios:

| Proposición compuesta                  | Valor de verdad |
|----------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 y 5 es un número par. | Falsa           |

“5 es mayor que 3” es verdadera y “5 es un número par” es falsa.

| Proposición compuesta                            | Valor de verdad |
|--------------------------------------------------|-----------------|
| Una semana tiene 4 días y un año tiene 12 meses. | Falsa           |

“Una semana tiene 4 días” es falsa y “un año tiene 12 meses” es verdadera.

| Proposición compuesta                                    | Valor de verdad |
|----------------------------------------------------------|-----------------|
| Una hora tiene 30 minutos y un minuto tiene 30 segundos. | Falsa           |

“Una hora tiene 30 minutos” es falsa y “un minuto tiene 30 segundos” es falsa.

Fecha: dd – mm – aa

#### 7-1-4 Valores de verdad de una conjunción



Dadas las proposiciones simples:

$p$ : 5 es un número impar. **V**       $q$ : 8 es un número par. **V**

$r$ : 6 es un número impar. **F**       $s$ : 3 es un número par. **F**

Construya las proposiciones compuestas y determine si cada una es verdadera o falsa.



|    | Proposiciones compuestas                                  | V/F |
|----|-----------------------------------------------------------|-----|
| a. | $p \wedge q$ 5 es un número impar y 8 es un número par.   | V   |
| b. | $p \wedge r$ 5 es un número impar y 6 es un número impar. | F   |
| c. | $r \wedge q$ 6 es un número impar y 8 es un número par.   | F   |
| d. | $r \wedge s$ 6 es un número impar y 3 es un número par.   | F   |



La conjunción es verdadera cuando las dos proposiciones son verdaderas y es falsa en los otros casos. Los valores de verdad de una conjunción de dos proposiciones simples son:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| V   | V   | V            |
| V   | F   | F            |
| F   | V   | F            |
| F   | F   | F            |

Ejemplo:

El lago de Atitlán está en Sololá y el volcán Tajumulco está en Quetzaltenango.

El valor de verdad de la proposición compuesta es falso, porque la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa.



Determine el valor de verdad.

| Proposición compuesta                            | Valor de verdad |
|--------------------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 y 5 es número par.              | F               |
| Una semana tiene 4 días y un año tiene 12 meses. | F               |

Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad  
Clase 5 Disyunción

Aprendizaje esperado:

Escribe la disyunción de proposiciones simples.  
Representa una disyunción de proposiciones usando el símbolo.

Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad  
Clase 5 Disyunción

Una las dos proposiciones de cada inciso con el conectivo “o”.

- a.  $p$ : Juan practica atletismo.  
 $q$ : Juan practica karate.
- b.  $r$ : 6 es raíz cuadrada de 36.  
 $s$ : 4 es raíz cuadrada de 16.

Dos proposiciones simples se pueden combinar por medio del conectivo “o” para formar una proposición compuesta.

- a. Juan practica atletismo o karate.      b. 6 es raíz cuadrada de 36 o 4 es raíz cuadrada de 16.

Las anteriores proposiciones pueden ser escritas simbólicamente:

$p \vee q$

$r \vee s$

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “o” se le llama **disyunción**. El símbolo para representar una disyunción es “ $\vee$ ”. La disyunción de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representa como  $p \vee q$ , y se lee como “ $p$  o  $q$ ”.

Ejemplo:

- $p$ : Viajo en avión.  
 $q$ : Viajo en bus.

| Disyunción               | Representación simbólica |
|--------------------------|--------------------------|
| Viajo en avión o en bus. | $p \vee q$               |

Complete la siguiente tabla.

| Proposiciones simples                                    | Disyunción | Representación simbólica |
|----------------------------------------------------------|------------|--------------------------|
| a: Camino bajo la lluvia.<br>b: Tomo un taxi.            |            |                          |
| c: $5 - 5 = 0$<br>d: $5 + 5 = 10$ .                      |            |                          |
| e: La raíz cuadrada de 9 es 3.<br>f: 3 es un número par. |            |                          |

Solucionario de los ejercicios:

| Proposición                                              | Disyunción                                       | Representación simbólica |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------|
| a: Camino bajo la lluvia.<br>b: Tomo un taxi.            | Camino bajo la lluvia o tomo un taxi.            | $a \vee b$               |
| c: $5 - 5 = 0$<br>d: $5 + 5 = 10$                        | $5 - 5 = 0$<br>o $5 + 5 = 10$                    | $c \vee d$               |
| e: La raíz cuadrada de 9 es 3.<br>f: 3 es un número par. | La raíz cuadrada de 9 es 3 o 3 es un número par. | $e \vee f$               |

Fecha: dd – mm – aa  
7-1-5 Disyunción

Una las dos proposiciones con el conectivo “o”.

| Proposiciones simples                                                 | Proposiciones compuestas                             | Representación simbólica |
|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------|
| a. $p$ : Juan practica atletismo.<br>$q$ : Juan practica karate.      | Juan practica atletismo o karate.                    | $p \vee q$               |
| b. $r$ : 6 es raíz cuadrada de 36.<br>$s$ : 4 es raíz cuadrada de 16. | 6 es raíz cuadrada de 36 o 4 es raíz cuadrada de 16. | $r \vee s$               |

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “o” se le llama **disyunción**. El símbolo para representar la disyunción es “ $\vee$ ”. La disyunción de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representa como  $p \vee q$  y se lee como “ $p$  o  $q$ ”.

Ejemplo:

- $p$ : Viajo en avión.  
 $q$ : Viajo en bus.

| Disyunción               | Representación simbólica |
|--------------------------|--------------------------|
| Viajo en avión o en bus. | $p \vee q$               |

Complete la tabla.

| Proposiciones simples                         | Disyunción                            | Representación simbólica |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|
| a: Camino bajo la lluvia.<br>b: Tomo un taxi. | Camino bajo la lluvia o tomo un taxi. | $a \vee b$               |

## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 6 Valores de verdad de una disyunción

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor de verdad de una disyunción.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 6 Valores de verdad de una disyunción



Con base en las siguientes proposiciones simples:

$p$ : Guatemala es un país centroamericano.

$q$ : El volcán Pacaya está en Sololá.

$r$ : El fútbol es un deporte.

$s$ : Un año tiene 10 meses.

Construya las siguientes proposiciones compuestas y determine si cada una de ellas es verdadera o falsa.

- a.  $p \vee r$       b.  $p \vee q$       c.  $s \vee r$       d.  $q \vee s$



- a. Guatemala es un país centroamericano o el fútbol es un deporte.  
b. Guatemala es un país centroamericano o el volcán Pacaya está en Sololá.  
c. Un año tiene 10 meses o el fútbol es un deporte.  
d. El volcán Pacaya está en Sololá o un año tiene 10 meses.

Para determinar si una proposición compuesta es verdadera o falsa, es necesario encontrar el valor de verdad de cada proposición simple de la proposición compuesta formada.

- a. La proposición "Guatemala es un país centroamericano" es verdadera y "El fútbol es un deporte" es verdadera. Por tanto, la proposición compuesta "Guatemala es un país centroamericano o el fútbol es un deporte" es verdadera.  
b. La proposición "Guatemala es un país centroamericano" es verdadera y "El volcán Pacaya está en Sololá" es falsa. Por tanto, la proposición compuesta "Guatemala es un país centroamericano o el volcán Pacaya está en Sololá" es verdadera.  
c. La proposición "Un año tiene 10 meses" es falsa y "El fútbol es un deporte" es verdadera. Por tanto, la proposición compuesta "Un año tiene 10 meses o el fútbol es un deporte" es verdadera.  
d. La proposición "El volcán Pacaya está en Sololá" es falsa y "Un año tiene 10 meses" es falsa. Por tanto, la proposición compuesta "El volcán Pacaya está en Sololá o un año tiene 10 meses" es falsa.



Los valores de verdad de una disyunción de dos proposiciones simples se muestran en la tabla de la derecha.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V   | V   | V          |
| V   | F   | V          |
| F   | V   | V          |
| F   | F   | F          |

La disyunción es verdadera cuando por lo menos una de las dos proposiciones simples es verdadera y es falsa cuando las dos proposiciones son falsas.

Ejemplo:

El lago de Atitlán está en Sololá o el volcán Tajumulco está en Quetzaltenango.

El valor de verdad de la proposición compuesta es verdadero, porque "El lago de Atitlán está en Sololá" es verdadero y "El volcán Tajumulco está en Quetzaltenango" es falso.



Determine el valor de verdad de cada proposición compuesta.

| Proposición compuesta                                    | Valor de verdad |
|----------------------------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 o 10 es número par.                     |                 |
| Una semana tiene 4 días o un año tiene 12 meses.         |                 |
| Una hora tiene 30 minutos o un minuto tiene 30 segundos. |                 |

#### Solucionario de los ejercicios:

| Proposición compuesta                   | Valor de verdad |
|-----------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 o 10 es un número par. | Verdadera       |

"5 es mayor que 3" es verdadera y "10 es un número par" es verdadera.

|                                                  |           |
|--------------------------------------------------|-----------|
| Una semana tiene 4 días o un año tiene 12 meses. | Verdadera |
|--------------------------------------------------|-----------|

"Una semana tiene 4 días" es falsa y "un año tiene 12 meses" es verdadera.

|                                                          |       |
|----------------------------------------------------------|-------|
| Una hora tiene 30 minutos o un minuto tiene 30 segundos. | Falsa |
|----------------------------------------------------------|-------|

"Una hora tiene 30 minutos" es falsa y "un minuto tiene 30 segundos" es falsa.

Fecha: dd – mm – aa

#### 7-1-6 Valores de verdad de una disyunción



Con base en las proposiciones simples:

$p$ : Guatemala es un país centroamericano. **V**

$q$ : El volcán Pacaya está en Sololá. **F**

$r$ : El fútbol es un deporte. **V**

$s$ : Un año tiene 10 meses. **F**

Construya las proposiciones compuestas y determine si cada una es verdadera o falsa.



|    | Proposición compuesta                                                              | V/F |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| a. | $p \vee r$ Guatemala es un país centroamericano o el fútbol es un deporte.         | V   |
| b. | $p \vee q$ Guatemala es un país centroamericano o el volcán Pacaya está en Sololá. | V   |
| c. | $s \vee r$ Un año tiene 10 meses o el fútbol es un deporte.                        | V   |
| d. | $q \vee s$ El volcán de Pacaya está en Sololá o un año tiene 10 meses.             | F   |



La disyunción es verdadera cuando por lo menos una de las dos proposiciones simples es verdadera y es falsa cuando las dos proposiciones son falsas. Los valores de verdad de una disyunción de las proposiciones simples son:

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V   | V   | V          |
| V   | F   | V          |
| F   | V   | V          |
| F   | F   | F          |

Ejemplo:

El lago de Atitlán está en Sololá o el volcán Tajumulco está en Quetzaltenango.

El valor de verdad de la proposición compuesta es verdadero, porque la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa.



Determine el valor de verdad.

| Proposición compuesta                            | Valor de verdad |
|--------------------------------------------------|-----------------|
| 5 es mayor que 3 o 10 es un número par.          | V               |
| Una semana tiene 4 días o un año tiene 12 meses. | V               |

## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 7 Implicación

#### Aprendizaje esperado:

Escribe la implicación de proposiciones simples.

Representa una implicación de proposiciones usando el símbolo.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 7 Implicación

**P**

Una las dos proposiciones con el conectivo “si..., entonces...”.

- a.  $p$ : Tengo dinero.  
 $q$ : Voy a un restaurante.
- b.  $r$ : 27 es divisible entre 9.  
 $s$ : 27 es un múltiplo de 4.

El orden de dos proposiciones no afecta al significado en la conjunción y disyunción. Sin embargo, el orden afecta al significado en la implicación.



**S**

Dos proposiciones simples se pueden combinar por medio del conectivo “si..., entonces...” para formar una proposición compuesta.

- a. Si tengo dinero, **entonces** voy a un restaurante.  
Si voy a un restaurante, **entonces** tengo dinero.
- b. Si 27 es divisible entre 9, **entonces** es un múltiplo de 4.  
Si 27 es un múltiplo de 4, **entonces** es divisible entre 9.

**C**

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “si..., entonces...” se le llama **implicación o condicional**.

A la parte de la proposición que sigue de “Si” se le llama **antecedente o hipótesis**. A la parte que sigue de “entonces” se le llama **consecuente o conclusión**.

El símbolo para representar una implicación es “ $\Rightarrow$ ”. La implicación de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representa como  $p \Rightarrow q$ , y se lee como “si  $p$ , entonces  $q$ ”.

Ejemplo:

$p$ : La temperatura baja a  $0^\circ\text{C}$ .  
 $q$ : El agua se congela.

| Implicación                                                                      | Representación simbólica |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Si la temperatura baja a $0^\circ\text{C}$ , <b>entonces</b> el agua se congela. | $p \Rightarrow q$        |
| Si el agua se congela, <b>entonces</b> la temperatura baja a $0^\circ\text{C}$ . | $q \Rightarrow p$        |

**E**

Complete la siguiente tabla.

| Proposiciones simples                                                                       | Implicación | Representación simbólica |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------------|
| $p$ : El ángulo recto mide $90^\circ$ .<br>$q$ : La circunferencia mide dos ángulos rectos. |             |                          |
| $r$ : Hoy es un día soleado.<br>$s$ : Vamos a la piscina.                                   |             |                          |
| $t$ : 15 es múltiplo de 3.<br>$u$ : 15 es divisible entre 3.                                |             |                          |

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

191



#### Solucionario de los ejercicios:

| Proposición                                                                                 | Implicación                                                                              | Representación simbólica |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| $p$ : El ángulo recto mide $90^\circ$ .<br>$q$ : La circunferencia mide dos ángulos rectos. | Si el ángulo recto mide $90^\circ$ , entonces la circunferencia mide dos ángulos rectos. | $p \Rightarrow q$        |
| (Solución alternativa)                                                                      | Si la circunferencia mide dos ángulos rectos, entonces el ángulo recto mide $90^\circ$ . | $q \Rightarrow p$        |
| $r$ : Hoy es un día soleado.<br>$s$ : Vamos a la piscina.                                   | Si hoy es un día soleado, entonces vamos a la piscina.                                   | $r \Rightarrow s$        |
| (Solución alternativa)                                                                      | Si vamos a la piscina, entonces hoy es un día soleado.                                   | $s \Rightarrow r$        |
| $t$ : 15 es múltiplo de 3.<br>$u$ : 15 es divisible entre 3.                                | Si 15 es múltiplo de 3, entonces 15 es divisible entre 3.                                | $t \Rightarrow u$        |
| (Solución alternativa)                                                                      | Si 15 es divisible entre 3, entonces 15 es múltiplo de 3.                                | $u \Rightarrow t$        |

Fecha: dd – mm – aa

7-1-7 Implicación

**P** Una las dos proposiciones con el conectivo “si..., entonces...”.

**S**

| Proposiciones simples                                              | Proposiciones compuestas                                         | Representación simbólica |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| a. $p$ : Tengo dinero.<br>$q$ : Voy a un restaurante.              | Si tengo dinero, <b>entonces</b> voy a un restaurante.           | $p \Rightarrow q$        |
| b. $r$ : 27 es divisible entre 9.<br>$s$ : 27 es un múltiplo de 4. | Si 27 es divisible entre 9, <b>entonces</b> es un múltiplo de 4. | $r \Rightarrow s$        |

**C**

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo “si..., entonces” se le llama **implicación o condicional**.

A la parte de la proposición que sigue de “Si” se le llama **antecedente o hipótesis** y a la que sigue de “entonces” se le llama **consecuente o conclusión**.

El símbolo para representar una implicación es “ $\Rightarrow$ ”.

La implicación de las proposiciones  $p$  y  $q$  se representa como  $p \Rightarrow q$ , y se lee como “si  $p$ , entonces  $q$ ”.

Ejemplo:

$p$ : La temperatura baja a  $0^\circ\text{C}$ .

$q$ : El agua se congela.

| Implicación                                                                        | Representación simbólica |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Si la temperatura baja a $0^\circ\text{C}$ , <b>entonces</b> el agua se congela.   | $p \Rightarrow q$        |
| Si el agua se congela, <b>entonces</b> , la temperatura baja a $0^\circ\text{C}$ . | $q \Rightarrow p$        |

**E**

Complete la tabla.

| Proposiciones simples                                                                       | Implicación                                                                              | Representación simbólica |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| $p$ : El ángulo recto mide $90^\circ$ .<br>$q$ : La circunferencia mide dos ángulos rectos. | Si el ángulo recto mide $90^\circ$ , entonces la circunferencia mide dos ángulos rectos. | $p \Rightarrow q$        |



## Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

### Clase 8 Valores de verdad de una implicación

#### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor de verdad de una implicación.

#### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

##### Clase 8 Valores de verdad de una implicación



Dadas las siguientes proposiciones simples:

$p$ : Hay buen clima.  
 $q$ : Vamos al zoológico.

Construya la proposición compuesta  $p \Rightarrow q$  y encuentre su valor de verdad.



La proposición compuesta es: “Si hay buen clima, entonces vamos al zoológico”.

Para determinar los valores de verdad de una proposición compuesta, es necesario considerar todos los posibles casos de los valores de verdad de cada proposición simple de la proposición compuesta formada.

Hay cuatro combinaciones de los valores de verdad de dos proposiciones simples.

- En el caso de que  $p$  y  $q$  sean verdaderas.  
Hay buen clima y vamos al zoológico. Como el antecedente es verdadero y el consecuente se cumple, por tanto la proposición compuesta es verdadera.
- En el caso de que  $p$  sea verdadera y  $q$  sea falsa.  
Hay buen clima y no vamos al zoológico. Como el antecedente es verdadero y el consecuente no se cumple, por tanto, la proposición compuesta es falsa.
- En el caso de que  $p$  sea falsa y  $q$  sea verdadera.  
No hay buen clima y vamos al zoológico. En esta situación, se puede concluir que la proposición compuesta es verdadera.
- En el caso de que  $p$  y  $q$  sean falsas.  
No hay buen clima y no vamos al zoológico. En esta situación, se puede concluir que la proposición compuesta es verdadera.

Los casos de los incisos c y d podrían dar confusión. Sin embargo, el concepto en lógica de la proposición compuesta “Si hay buen clima, entonces vamos al zoológico” es considerado solo cuando hay buen clima. Así que, si no hay buen clima, la conclusión no importa; está bien que vayamos o no vayamos al zoológico. Es decir, la implicación de proposiciones es considerada verdadera cuando el antecedente es falso.



Los valores de verdad de una implicación de dos proposiciones simples se muestran en la tabla de la derecha.

La implicación es falsa, cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, y es verdadera en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

Ejemplo:

Si  $5 \times 6 = 30$ , entonces  $30 \div 5 \neq 6$ .

El valor de verdad de la proposición compuesta es falso, porque la primera proposición es verdadera y la segunda proposición es falsa.



Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas.

- Si un minuto es equivalente a 60 segundos, entonces una hora tiene 600 segundos.
- Si un triángulo tiene tres lados, entonces el triángulo tiene tres ángulos internos.
- Si 7 es un número impar, entonces el cuadrado de 7 es un número par.

#### Solucionario de los ejercicios:

|    | Proposición compuesta                                                                | Valor de verdad |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| a. | Si un minuto es equivalente a 60 segundos, entonces una hora tiene 600 segundos.     | Falsa           |
| b. | Si un triángulo tiene tres lados, entonces el triángulo tiene tres ángulos internos. | Verdadera       |
| c. | Si 7 es un número impar, entonces el cuadrado de 7 es un número par.                 | Falsa           |

“Un minuto es equivalente a 60 segundos” es verdadera y “una hora tiene 600 segundos” es falsa.

“Un triángulo tiene tres lados” es verdadera y “un triángulo tiene tres ángulos internos” es verdadera.

“7 es un número impar” es verdadera y “el cuadrado de 7 es un número par” es falsa.

Fecha: dd – mm – aa

#### 7-1-8 Valores de verdad de una implicación

- (P) Construya la proposición compuesta  $p \Rightarrow q$  y encuentre su valor de verdad.

$p$ : Hay buen clima.  
 $q$ : Vamos al zoológico.



|    | $p$ | $q$ | Proposición compuesta                      | $p \Rightarrow q$ |
|----|-----|-----|--------------------------------------------|-------------------|
| a. | V   | V   | Hay buen clima y vamos al zoológico.       | V                 |
| b. | V   | F   | Hay buen clima y no vamos al zoológico.    | F                 |
| c. | F   | V   | No hay buen clima y vamos al zoológico.    | V                 |
| d. | F   | F   | No hay buen clima y no vamos al zoológico. | V                 |

- (C) La implicación es falsa, cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, y es verdadera en los otros casos. Los valores de verdad de una implicación de dos proposiciones simples son:

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

Ejemplo:

Si  $5 \times 6 = 30$ , entonces  $30 \div 5 \neq 6$ .

El valor de verdad de la proposición compuesta es falso, porque la primera proposición es verdadera y la segunda proposición es falsa.

- (E) Determine el valor de verdad.

|    | Proposición compuesta                                                                | Valor de verdad |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| a. | Si un minuto es equivalente a 60 segundos, entonces una hora tiene 600 segundos.     | F               |
| b. | Si un triángulo tiene tres lados, entonces el triángulo tiene tres ángulos internos. | V               |



Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad
Clase 9 Doble implicación

Aprendizaje esperado:
Escribe la doble implicación de proposiciones simples.
Representa una doble implicación de proposiciones usando el símbolo.

Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad
Clase 9 Doble implicación

- Una las dos proposiciones con el conectivo "si y solo si".
a. p: Un estudiante puede ser promovido al siguiente grado.
q: El puntaje de la prueba es mayor que 60.
b. r: El cuadrado de un entero es impar.
s: El entero es impar.
Dos proposiciones se pueden combinar por medio del conectivo "si y solo si" para formar una proposición compuesta.
a. Un estudiante puede ser promovido al siguiente grado si y solo si el puntaje de la prueba es mayor que 60.
b. El cuadrado de un entero es impar si y solo si el entero es impar.
Las anteriores proposiciones pueden ser escritas simbólicamente:
p ↔ q
r ↔ s

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo "si y solo si" se le llama doble implicación o bicondicional.
El símbolo para representar una doble implicación es "↔". La doble implicación de las proposiciones p y q se representa como p ↔ q, y se lee como "p si y solo si q".
Una doble implicación p ↔ q es una combinación de dos enunciados condicionales: p → q y q → p.
Ejemplo:
p: Este mes es octubre.
q: El mes anterior fue septiembre.

Table with 2 columns: Doble implicación, Representación simbólica. Row 1: Este mes es octubre si y solo si el mes anterior fue septiembre. p ↔ q

Complete la siguiente tabla.
Table with 3 columns: Proposiciones simples, Doble implicación, Representación simbólica. Rows include mathematical and logical statements.

Solucionario de los ejercicios:

Table with 3 columns: Proposición, Doble implicación, Representación simbólica. Rows show solutions for various logical exercises.

Fecha: dd – mm – aa

7-1-9 Doble implicación

Una las dos proposiciones con el conectivo "si y solo si".

Table with 3 columns: Proposiciones simples, Proposiciones compuestas, Representación simbólica. Rows show logical combinations and their symbolic representations.

A la unión de dos proposiciones simples con el conectivo "si y solo si" se le llama doble implicación o bicondicional.
El símbolo para representar una doble implicación es "↔". La doble implicación de las proposiciones p y q se representa como p ↔ q, y se lee como "p si y solo si q".

Una doble implicación p ↔ q es una combinación de dos enunciados condicionales: p → q y q → p.

Ejemplo:
p: Este mes es octubre.
q: El mes anterior fue septiembre.

Table with 2 columns: Doble implicación, Representación simbólica. Row 1: Este mes es octubre si y solo si el mes anterior fue septiembre. p ↔ q

Complete la tabla.

Table with 3 columns: Proposiciones simples, Doble implicación, Representación simbólica. Row 1: Mathematical statements and their logical representations.

# Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

## Clase 10 Valores de verdad de una doble implicación

### Aprendizaje esperado:

Encuentra el valor de verdad de una doble implicación.

### Sección 1 Conectivos lógicos y valores de verdad

#### Clase 10 Valores de verdad de una doble implicación



Dadas las proposiciones simples:  
 $p$ : Un polígono es un triángulo.  
 $q$ : Un polígono tiene exactamente tres lados.

Construya la proposición compuesta  $p \Leftrightarrow q$ , y luego determine los valores de verdad de la proposición compuesta  $p \Leftrightarrow q$ .



La proposición compuesta es: “Un polígono es un triángulo si y solo si tiene exactamente tres lados”.

Para determinar los valores de verdad de una proposición compuesta, es necesario considerar todas las posibles combinaciones de los valores de verdad de cada proposición simple de la proposición compuesta formada.

Piense en la doble implicación como una implicación en ambas direcciones.



- En el caso de que  $p$  y  $q$  sean verdaderas.  
 En la dirección de  $p$  a  $q$ , “Si un polígono es un triángulo, entonces tiene exactamente tres lados” es verdadera, y en la dirección de  $q$  a  $p$ , “Si un polígono tiene exactamente tres lados, entonces es un triángulo” es verdadera. Por tanto, la doble implicación  $p \Leftrightarrow q$  es verdadera.
- En el caso de que  $p$  sea verdadera y  $q$  sea falsa.  
 En la dirección de  $p$  a  $q$ , “Si un polígono es un triángulo, entonces no tiene exactamente tres lados” es falsa. Por tanto, la doble implicación  $p \Leftrightarrow q$  es falsa.
- En el caso de que  $p$  sea falsa y  $q$  sea verdadera.  
 En la dirección de  $q$  a  $p$ , “Si un polígono tiene exactamente tres lados, entonces no es un triángulo” es falsa. Por tanto, la doble implicación  $p \Leftrightarrow q$  es falsa.
- En el caso de que  $p$  y  $q$  sean falsas.  
 Cuando el antecedente es falso, la implicación es verdadera. Como en ambas direcciones son verdaderas, se puede concluir que la doble implicación  $p \Leftrightarrow q$  es verdadera.



Los valores de verdad de una doble implicación de dos proposiciones simples se presentan a la derecha.

La doble implicación de dos proposiciones es verdadera cuando ambas proposiciones son verdaderas o cuando ambas son falsas, y es falsa en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \Leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| V   | V   | V                     |
| V   | F   | F                     |
| F   | V   | F                     |
| F   | F   | V                     |

Ejemplo:

La raíz cuadrada de 25 es 5 si y solo si  $5^2 = 25$ .

El valor de verdad de la proposición compuesta es falso, porque la primera proposición es falsa y la segunda proposición es verdadera. En la doble implicación es falsa si una de las proposiciones es falsa.



Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas.

- 8 es divisor de 24 si y solo si 24 es divisible entre 8.
- 13 es un número compuesto si y solo si 13 tiene solo dos divisores.
- El producto  $3 \times 3$  es un número par si y solo si 3 es un número impar.

### Solucionario de los ejercicios:

| Proposición compuesta                                                           | Valor de verdad |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| a. 8 es divisor de 24 si y solo si 24 es divisible entre 8.                     | Verdadera       |
| b. 13 es un número compuesto si y solo si 13 tiene solo dos divisores.          | Falsa           |
| c. El producto $3 \times 3$ es un número par si y solo si 3 es un número impar. | Falsa           |

“8 es divisor de 24” es verdadera y “24 es divisible entre 8” es verdadera.

“13 es un número compuesto” es falsa y “13 tiene solo dos divisores” es verdadera.

“El producto  $3 \times 3$  es un número par” es falsa y “3 es un número impar” es verdadera.

Fecha: dd – mm – aa

7-1-10 Valores de verdad de una doble implicación

① Construya la proposición compuesta  $p \Leftrightarrow q$ , y luego determine los valores de verdad de la proposición compuesta.

$p$ : Un polígono es un triángulo.

$q$ : Un polígono tiene exactamente tres lados.

| ②  | $p$ | $q$ | Proposición compuesta                                                                       | V/F | $p \Leftrightarrow q$ |
|----|-----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------|
| a. | V   | V   | $p \Rightarrow q$ Si un polígono es un triángulo, entonces tiene exactamente tres lados.    | V   | V                     |
|    |     |     | $q \Rightarrow p$ Si un polígono tiene exactamente tres lados, entonces es un triángulo.    | V   |                       |
| b. | V   | F   | $p \Rightarrow q$ Si un polígono es un triángulo, entonces no tiene exactamente tres lados. | F   | F                     |
|    |     |     | $q \Rightarrow p$ Si un polígono no tiene exactamente tres lados, entonces es un triángulo. | V   |                       |
| c. | F   | V   | $p \Rightarrow q$ Si un polígono no es un triángulo, entonces tiene exactamente tres lados. | V   | F                     |
|    |     |     | $q \Rightarrow p$ Si un polígono tiene exactamente tres lados, entonces no es un triángulo. | F   |                       |

|    |                   |                                                                              |   |   |
|----|-------------------|------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| d. | $p \Rightarrow q$ | Si un polígono no es un triángulo, entonces no tiene exactamente tres lados. | V | V |
|    | $q \Rightarrow p$ | Si un polígono no tiene exactamente tres lados, entonces no es un triángulo. | V |   |

③ La doble implicación de dos proposiciones es verdadera cuando ambas proposiciones son verdaderas o cuando ambas son falsas, y es falsa en los otros casos. Los valores de verdad de una doble implicación de dos proposiciones simples son:

| $p$ | $q$ | $p \Leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| V   | V   | V                     |
| V   | F   | F                     |
| F   | V   | F                     |
| F   | F   | V                     |

④ Determine el valor de verdad.

| Proposición compuesta                                                  | Valor de verdad |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| a. 8 es divisor de 24 si y solo si 24 es divisible entre 8.            | V               |
| b. 13 es un número compuesto si y solo si 13 tiene solo dos divisores. | F               |

## Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

### Clase 1 Tabla de verdad de proposición compuesta

#### Aprendizaje esperado:

Construye una tabla de verdad para proposiciones compuestas.

#### Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

##### Clase 1 Tabla de verdad de proposición compuesta

**P**

Construya la tabla de verdad de  $\sim(p \wedge q)$ .

**S**

1. La proposición  $\sim(p \wedge q)$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
2. Hay dos operaciones lógicas: la primera es la conjunción de  $p$  y  $q$ , y la segunda es la negación del resultado de la conjunción.
3. Construya la tabla de verdad con cuatro columnas para las siguientes proposiciones:  
 $p, q, p \wedge q$  y  $\sim(p \wedge q)$ .
4. Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad de  $p$  y  $q$ .  
En este caso hay cuatro combinaciones, como se muestra en la tabla de abajo a la izquierda.
5. Escriba los valores de verdad de  $p \wedge q$  aplicando el concepto de la conjunción, como se muestra en la tabla de abajo al centro.
6. Escriba los valores de verdad para  $\sim(p \wedge q)$  aplicando el concepto de la negación, como se muestra en la tabla de abajo a la derecha.

La conjunción es verdadera cuando ambas proposiciones,  $p$  y  $q$ , son verdaderas, y es falsa en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ |
|-----|-----|--------------|--------------------|
| V   | V   |              |                    |
| V   | F   |              |                    |
| F   | V   |              |                    |
| F   | F   |              |                    |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ |
|-----|-----|--------------|--------------------|
| V   | V   | V            | F                  |
| V   | F   | F            | V                  |
| F   | V   | F            | V                  |
| F   | F   | F            | V                  |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ |
|-----|-----|--------------|--------------------|
| V   | V   | V            | F                  |
| V   | F   | F            | V                  |
| F   | V   | F            | V                  |
| F   | F   | F            | V                  |

**C**

Para construir la tabla de verdad de una proposición compuesta:

Paso 1. Se determina el número de proposiciones simples.

Paso 2. Se determina el orden de las operaciones lógicas presentadas.

Paso 3. Se construye la tabla de verdad.

Paso 4. Se escriben todas las combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones simples.

Paso 5. Se completa la tabla de izquierda a derecha.

Ejemplo:

Tabla de verdad de  $\sim p \vee q$ .

1. La proposición  $\sim p \vee q$  tiene dos proposiciones simples  $p$  y  $q$ .
2. Hay dos operaciones lógicas: la primera es la negación de  $p$  y la segunda es la disyunción de  $\sim p$  y  $q$ .
3. Construya la tabla de verdad con 4 columnas para las siguientes proposiciones:  $p, q, \sim p$  y  $\sim p \vee q$ .
4. Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad de  $p$  y  $q$ .
5. Escriba los valores de verdad de  $\sim p$  que son opuestos a los valores de verdad de  $p$ .
6. Escriba los valores de verdad de  $\sim p \vee q$ .  
Es verdadera cuando al menos uno de los valores de  $\sim p$  o  $q$  es verdadero.

La disyunción es verdadera cuando por lo menos una de las dos proposiciones simples es verdadera.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ |
|-----|-----|----------|-----------------|
| V   | V   |          |                 |
| V   | F   |          |                 |
| F   | V   |          |                 |
| F   | F   |          |                 |

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ |
|-----|-----|----------|-----------------|
| V   | V   | F        | V               |
| V   | F   | F        | F               |
| F   | V   | V        | V               |
| F   | F   | V        | V               |

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ |
|-----|-----|----------|-----------------|
| V   | V   | F        | V               |
| V   | F   | F        | F               |
| F   | V   | V        | V               |
| F   | F   | V        | V               |

**E**

Construya la tabla de verdad de cada inciso.

- a.  $\sim p \vee \sim q$
- b.  $p \Rightarrow \sim q$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

195

≡

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ |
|-----|-----|----------|----------|----------------------|
| V   | V   | F        | F        | F                    |
| V   | F   | F        | V        | V                    |
| F   | V   | V        | F        | V                    |
| F   | F   | V        | V        | V                    |

b.

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \Rightarrow \sim q$ |
|-----|-----|----------|------------------------|
| V   | V   | F        | F                      |
| V   | F   | V        | V                      |
| F   | V   | F        | V                      |
| F   | F   | V        | V                      |

Fecha: dd – mm – aa

7-2-1 Tabla de verdad de proposición compuesta

**P** Construya la tabla de verdad de  $\sim(p \wedge q)$ .

- S** 1. La proposición  $\sim(p \wedge q)$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
2. Hay dos operaciones lógicas: la conjunción de  $p$  y  $q$ , y la negación del resultado de la conjunción.
3. Construya la tabla de verdad con cuatro columnas para las siguientes proposiciones:  $p, q, p \wedge q$  y  $\sim(p \wedge q)$ .
4. Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad, aplicando conceptos.
5. y 6.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ |
|-----|-----|--------------|--------------------|
| V   | V   | V            | F                  |
| V   | F   | F            | V                  |
| F   | V   | F            | V                  |
| F   | F   | F            | V                  |

Ejemplo:

Tabla de verdad de  $\sim p \vee q$ .

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ |
|-----|-----|----------|-----------------|
| V   | V   | F        | V               |
| V   | F   | F        | F               |
| F   | V   | V        | V               |
| F   | F   | V        | V               |

**E** Construya la tabla de verdad.

a.  $\sim p \vee \sim q$

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ |
|-----|-----|----------|----------|----------------------|
| V   | V   | F        | F        | F                    |
| V   | F   | F        | V        | V                    |
| F   | V   | V        | F        | V                    |
| F   | F   | V        | V        | V                    |

## Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

### Clase 2 Tautología

#### Aprendizaje esperado:

Determina si una proposición es tautología.

#### Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

##### Clase 2 Tautología



Construya la tabla de verdad de  $(p \wedge q) \Rightarrow p$ .



- La proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay dos operaciones lógicas que son: conjunción de  $p$  y  $q$  y la implicación de  $p \wedge q$  a  $p$ .
- Construya la tabla de verdad con cuatro columnas para las proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$  y  $(p \wedge q) \Rightarrow p$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad de  $p$  y  $q$ . En este caso hay cuatro combinaciones (primera tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $p \wedge q$  aplicando el concepto de la conjunción (segunda tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  aplicando el concepto de la implicación (tercera tabla de la derecha).

El valor de verdad de  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  es siempre verdadero, independientemente del valor de verdad de  $p$  y  $q$ . Entonces, se dice que la proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  es una tautología (cuarta tabla de la derecha).

La conjunción es verdadera cuando ambas proposiciones,  $p$  y  $q$ , son verdaderas, y es falsa en los otros casos.  
La implicación es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, y es verdadera en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   |              |                              |
| V   | F   |              |                              |
| F   | V   |              |                              |
| F   | F   |              |                              |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V            |                              |
| V   | F   | F            |                              |
| F   | V   | F            |                              |
| F   | F   | F            |                              |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V            | V                            |
| V   | F   | F            | V                            |
| F   | V   | F            | V                            |
| F   | F   | F            | V                            |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V            | V                            |
| V   | F   | F            | V                            |
| F   | V   | F            | V                            |
| F   | F   | F            | V                            |



Se dice que una proposición compuesta es tautología, si esta es siempre verdadera, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.



Determine si la proposición es tautología.

- $p \wedge (p \vee q)$
- $(p \wedge q) \Rightarrow p$
- $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
- $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $p \wedge (p \vee q)$ |
|-----|-----|------------|-----------------------|
| V   | V   | V          | V                     |
| V   | F   | V          | V                     |
| F   | V   | V          | F                     |
| F   | F   | F          | F                     |

R: No es tautología.

b.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V            | V                            |
| V   | F   | F            | V                            |
| F   | V   | F            | V                            |
| F   | F   | F            | V                            |

R: Es tautología.

c.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $p \Rightarrow q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ |
|-----|-----|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V   | V   | V            | V                 | V                                            |
| V   | F   | F            | F                 | V                                            |
| F   | V   | F            | V                 | V                                            |
| F   | F   | F            | V                 | V                                            |

R: Es tautología.

d.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ |
|-----|-----|------------|--------------|---------------------------------------|
| V   | V   | V          | V            | V                                     |
| V   | F   | V          | F            | F                                     |
| F   | V   | V          | F            | F                                     |
| F   | F   | F          | F            | V                                     |

R: No es tautología.

Fecha: dd - mm - aa

7-2-2 Tautología

(P) Construya la tabla de verdad de  $(p \wedge q) \Rightarrow p$ .

- La proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay dos operaciones lógicas: conjunción de  $p$  y  $q$ , y la implicación de  $p \wedge q$  a  $p$ .
- Construya la tabla de verdad con cuatro columnas para las siguientes proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$  y  $(p \wedge q) \Rightarrow p$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad, aplicando conceptos.

5. y 6.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V            | V                            |
| V   | F   | F            | V                            |
| F   | V   | F            | V                            |
| F   | F   | F            | V                            |

(C) Se dice que una proposición compuesta es tautología, si esta es siempre verdadera, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

(E) Determine si la proposición es tautología.

a.  $p \wedge (p \vee q)$

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $p \wedge (p \vee q)$ |
|-----|-----|------------|-----------------------|
| V   | V   | V          | V                     |
| V   | F   | V          | V                     |
| F   | V   | V          | F                     |
| F   | F   | F          | F                     |

R: No es tautología.

## Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

### Clase 3 Contradicción

#### Aprendizaje esperado:

Determina si una proposición es contradicción.

#### Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

#### Clase 3 Contradicción

**P**

Construya la tabla de verdad de  $(p \wedge q) \wedge \sim q$ .

**S**

- La proposición  $(p \wedge q) \wedge \sim q$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay tres operaciones lógicas que son: conjunción de  $p$  y  $q$ , negación de  $q$  y conjunción de  $(p \wedge q)$  y  $\sim q$ .
- Construya la tabla de verdad con cinco columnas para las proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$ ,  $\sim q$  y  $(p \wedge q) \wedge \sim q$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad  $p$  y  $q$ . En este caso hay cuatro combinaciones (primera tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $p \wedge q$  aplicando el concepto de la conjunción (segunda tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $\sim q$  aplicando el concepto de negación (tercera tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $(p \wedge q) \wedge \sim q$ , aplicando el concepto de conjunción (cuarta tabla de la derecha).

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   |              |          |                              |
| V   | F   |              |          |                              |
| F   | V   |              |          |                              |
| F   | F   |              |          |                              |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                            |
| V   | F   | F            | V        | F                            |
| F   | V   | F            | F        | F                            |
| F   | F   | F            | V        | F                            |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                            |
| V   | F   | F            | V        | F                            |
| F   | V   | F            | F        | F                            |
| F   | F   | F            | V        | F                            |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                            |
| V   | F   | F            | V        | F                            |
| F   | V   | F            | F        | F                            |
| F   | F   | F            | V        | F                            |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                            |
| V   | F   | F            | V        | F                            |
| F   | V   | F            | F        | F                            |
| F   | F   | F            | V        | F                            |

La conjunción es verdadera cuando ambas proposiciones  $p$  y  $q$  son verdaderas, y es falsa en los otros casos.

**C**

Se dice que una proposición compuesta es una contradicción, si siempre es falsa, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

**E**

Determine si la proposición es contradicción.

- $q \wedge \sim(p \vee q)$
- $(p \vee q) \Rightarrow q$
- $q \vee (p \Rightarrow q)$
- $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim q \vee p)$

Segundo básico / GUATEMÁTICA/Ciclo Básico

197

---

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $q \wedge \sim(p \vee q)$ |
|-----|-----|------------|------------------|---------------------------|
| V   | V   | V          | F                | F                         |
| V   | F   | V          | F                | F                         |
| F   | V   | V          | F                | F                         |
| F   | F   | F          | V                | F                         |

R: Es contradicción.

b.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \Rightarrow q$ |
|-----|-----|------------|----------------------------|
| V   | V   | V          | V                          |
| V   | F   | V          | F                          |
| F   | V   | V          | V                          |
| F   | F   | F          | V                          |

R: No es contradicción.

c.

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $q \vee (p \Rightarrow q)$ |
|-----|-----|-------------------|----------------------------|
| V   | V   | V                 | V                          |
| V   | F   | F                 | F                          |
| F   | V   | V                 | V                          |
| F   | F   | V                 | V                          |

R: No es contradicción

d.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $\sim p \wedge q$ | $\sim q \vee p$ | $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim q \vee p)$ |
|-----|-----|----------|----------|-------------------|-----------------|--------------------------------------------|
| V   | V   | F        | F        | F                 | V               | F                                          |
| V   | F   | F        | V        | F                 | V               | F                                          |
| F   | V   | V        | F        | V                 | F               | F                                          |
| F   | F   | V        | V        | F                 | V               | F                                          |

R: Es contradicción.

Fecha: dd - mm - aa

7-2-3 Contradicción

**P** Construya la tabla de verdad de  $(p \wedge q) \wedge \sim q$ .

- La proposición  $(p \wedge q) \wedge \sim q$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay tres operaciones lógicas: conjunción de  $p$  y  $q$ , negación de  $q$  y conjunción de  $(p \wedge q)$  y  $\sim q$ .
- Construya la tabla de verdad con cinco columnas para las siguientes proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$ ,  $\sim q$  y  $(p \wedge q) \wedge \sim q$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad, aplicando conceptos.
6. y 7.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|-----|-----|--------------|----------|------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                            |
| V   | F   | F            | V        | F                            |
| F   | V   | F            | F        | F                            |
| F   | F   | F            | V        | F                            |

**C** Se dice que una proposición compuesta es una contradicción, si siempre es falsa, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

**E** Determine si la proposición es contradicción.

a.  $q \wedge \sim(p \vee q)$

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $q \wedge \sim(p \vee q)$ |
|-----|-----|------------|------------------|---------------------------|
| V   | V   | V          | F                | F                         |
| V   | F   | V          | F                | F                         |
| F   | V   | V          | F                | F                         |
| F   | F   | F          | V                | F                         |

R: Es contradicción.

## Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

### Clase 4 Contingencia

#### Aprendizaje esperado:

Determina si una proposición es contingencia.

#### Sección 2 Interpretación de resultados de la tabla de verdad

#### Clase 4 Contingencia



Construya la tabla de verdad para la proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ .



- La proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay tres operaciones lógicas que son: conjunción de  $p$  y  $q$ , negación de  $p$  y la implicación de  $(p \wedge q)$  a  $\sim p$ .
- Construya la tabla de verdad con cinco columnas para las proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$ ,  $\sim p$  y  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad de  $p$  y  $q$ . En este caso hay cuatro combinaciones (primera tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $p \wedge q$  aplicando el concepto de la conjunción (segunda tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $\sim p$  aplicando el concepto de negación (tercera tabla de la derecha).
- Escriba los valores de verdad para  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ , aplicando el concepto de la implicación (cuarta tabla de la derecha).

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   |              |          |                                   |
| V   | F   |              |          |                                   |
| F   | V   |              |          |                                   |
| F   | F   |              |          |                                   |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   | V            | F        |                                   |
| V   | F   | F            | F        |                                   |
| F   | V   | F            | V        |                                   |
| F   | F   | F            | V        |                                   |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                                 |
| V   | F   | F            | F        | V                                 |
| F   | V   | F            | V        | V                                 |
| F   | F   | F            | V        | V                                 |

Los valores de verdad de  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$  son verdaderos y falsos, dependiendo de la combinación de los valores de verdad  $p$  y  $q$ .

Entonces, se dice que la proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$  es una contingencia (quinta tabla de la derecha).

La conjunción es verdadera cuando ambas proposiciones,  $p$  y  $q$ , son verdaderas, y es falsa en los otros casos.  
La implicación es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, y es verdadera en los otros casos.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                                 |
| V   | F   | F            | F        | V                                 |
| F   | V   | F            | V        | V                                 |
| F   | F   | F            | V        | V                                 |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                                 |
| V   | F   | F            | F        | V                                 |
| F   | V   | F            | V        | V                                 |
| F   | F   | F            | V        | V                                 |



Se dice que una proposición compuesta es una contingencia si no es tautología ni contradicción.



Determine si las siguientes proposiciones compuestas son tautología, contradicción o contingencia.

- $\sim(p \vee q) \wedge p$
- $\sim q \vee (p \wedge q)$
- $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$
- $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p)$

#### Solucionario de los ejercicios:

a.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $\sim(p \vee q) \wedge p$ |
|-----|-----|------------|------------------|---------------------------|
| V   | V   | V          | F                | F                         |
| V   | F   | V          | F                | F                         |
| F   | V   | V          | F                | F                         |
| F   | F   | F          | V                | F                         |

R: Es contradicción.

b.

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \wedge q$ | $\sim q \vee (p \wedge q)$ |
|-----|-----|----------|--------------|----------------------------|
| V   | V   | F        | V            | V                          |
| V   | F   | V        | F            | V                          |
| F   | V   | F        | F            | F                          |
| F   | F   | V        | F            | V                          |

R: Es contingencia.

c.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $p \Leftrightarrow q$ | $\sim p \vee q$ | $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$ |
|-----|-----|----------|-----------------------|-----------------|-----------------------------------------------------|
| V   | V   | F        | V                     | V               | V                                                   |
| V   | F   | F        | F                     | F               | V                                                   |
| F   | V   | V        | F                     | V               | V                                                   |
| F   | F   | V        | V                     | V               | V                                                   |

R: Es tautología.

d.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p)$ |
|-----|-----|----------|-------------------|-------------------------------------|
| V   | V   | F        | V                 | F                                   |
| V   | F   | F        | F                 | F                                   |
| F   | V   | V        | V                 | V                                   |
| F   | F   | V        | V                 | V                                   |

R: Es contingencia.

Fecha: dd - mm - aa

7-2-4 Contingencia

(P) Construya la tabla de verdad de  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ .

- La proposición  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$  tiene dos proposiciones simples:  $p$  y  $q$ .
- Hay tres operaciones lógicas: conjunción de  $p$  y  $q$ , negación de  $p$  y la implicación de  $(p \wedge q)$  a  $\sim p$ .
- Construya la tabla de verdad con cinco columnas para las proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $p \wedge q$ ,  $\sim p$  y  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ .
- Escriba todas las combinaciones de los valores de verdad, aplicando conceptos.
6. y 7.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\sim p$ | $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ |
|-----|-----|--------------|----------|-----------------------------------|
| V   | V   | V            | F        | F                                 |
| V   | F   | F            | F        | V                                 |
| F   | V   | F            | V        | V                                 |
| F   | F   | F            | V        | V                                 |

(C) Se dice que una proposición compuesta es una contingencia si no es tautología ni contradicción.

(E) Determine si las siguientes proposiciones compuestas son tautología, contradicción o contingencia.

b.  $\sim q \vee (p \wedge q)$

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \wedge q$ | $\sim q \vee (p \wedge q)$ |
|-----|-----|----------|--------------|----------------------------|
| V   | V   | F        | V            | V                          |
| V   | F   | V        | F            | V                          |
| F   | V   | F        | F            | F                          |
| F   | F   | V        | F            | V                          |

R: Es contingencia.

## Ejercitación A

- Escriba la negación de las siguientes proposiciones y represéntelas simbólicamente.
  - $p$ : Una semana tiene diez días.
  - $q$ : El triángulo isósceles tiene los tres lados iguales.
  - $r$ :  $6 \times 5 \neq 25$
  - $s$ : El triángulo no tiene tres lados.
- Escriba la negación de las siguientes proposiciones y determine si es verdadera o falsa.
  - Los tres poderes del Estado guatemalteco son: Ejecutivo, Legislativo y Judicial.
  - La fórmula del cálculo de área de un triángulo es base por altura dividido entre dos.
  - La raíz cuadrada de 49 es 5.
  - Un kilómetro tiene 100 metros.
- Forme una conjunción a partir de las proposiciones simples dadas y represéntela simbólicamente.
  - $p$ : 24 es un número compuesto.  
 $q$ : 5 es menor que 9.
  - $r$ :  $12 \div 4 = 5$   
 $s$ :  $5 \times 4 = 20$
- Determine el valor de verdad de cada proposición compuesta.
  - $8 < 10$  y  $4 < 6$
  - La luna es un satélite natural de la Tierra y un año tiene 360 días.
  - El trapecio es un paralelogramo y el triángulo tiene cuatro ángulos.
- Forme una disyunción a partir de las proposiciones simples dadas y represéntela simbólicamente.
  - $p$ : El lunes hace frío.  
 $q$ : El lunes hace calor.
  - $r$ :  $6 \times 3 = 18$   
 $s$ :  $6 \times 3 = 12$
  - $t$ : El lago de Atitlán se ubica en el departamento de Sololá.  
 $u$ : El lago de Atitlán se ubica en el departamento de Guatemala.
- Determine el valor de verdad de cada proposición compuesta.
  - $5 \times 3 = 15$  o  $15 \div 3 = 5$ .
  - Los números pares son divisibles entre dos o 17 es divisible entre dos.
  - Enero es el segundo mes del año o enero tiene 28 días.
- Forme una implicación a partir de las proposiciones simples dadas y represéntela simbólicamente.
  - $p$ : Marzo tiene 31 días.  
 $q$ : Marzo es el tercer mes del año.
  - $r$ : 10 es divisible entre 5.  
 $s$ : 10 es un número compuesto.
  - $t$ : Mazatenango es la cabecera departamental de Suchitepéquez.  
 $u$ : Mazatenango es un municipio de Sololá.
- Determine el valor de verdad de cada proposición compuesta.
  - Si la Tierra gira alrededor del sol, entonces el sol es el centro del sistema solar.
  - Si  $5 + 3 = 8$ , entonces  $8 - 3 = 10$ .
  - Si  $9 \times 3 = 27$ , entonces  $27 \div 3 = 9$ .

## Solucionario de ejercitación A:

- Una semana no tiene diez días.  $\sim p$
  - El triángulo isósceles no tiene los tres lados iguales.  $\sim q$
  - $6 \times 5 = 25$   $\sim r$
  - El triángulo tiene tres lados.  $\sim s$
- No es verdad que los tres poderes del Estado guatemalteco son: Ejecutivo, Legislativo y Judicial. Falsa
  - La fórmula del cálculo de área de un triángulo no es base por altura dividido entre dos. Falsa
  - La raíz cuadrada de 49 no es 5. Verdadera
  - Un kilómetro no tiene 100 metros. Verdadera
- 24 es un número compuesto y 5 es menor que 9.  $p \wedge q$
  - $12 \div 4 = 5$  y  $5 \times 4 = 20$   $r \wedge s$
- Verdadera  
(Explicación)  
"8 < 10" es verdadera y "4 < 6" es verdadera.
  - Falsa  
(Explicación)  
"La luna es un satélite natural de la Tierra" es verdadera y "un año tiene 360 días" es falsa.
  - Falsa  
(Explicación)  
"El trapecio es un paralelogramo" es falsa y "el triángulo tiene cuatro ángulos" es falsa.
- El lunes hace frío o hace calor.  $p \vee q$
  - $6 \times 3 = 18$  o  $6 \times 3 = 12$   $r \vee s$
  - El lago de Atitlán se ubica en el departamento de Sololá o en el departamento de Guatemala.  $t \vee u$
- Verdadera  
(Explicación)  
"5 × 3 = 15" es verdadera y "15 ÷ 3 = 5" es verdadera.
  - Verdadera  
(Explicación)  
"Los números pares son divisibles por dos" es verdadera y "17 es divisible por dos" es falsa.
  - Falsa  
(Explicación)  
"Enero es el segundo mes del año" es falsa y "enero tiene 28 días" es falsa.
- Si marzo tiene 31 días, entonces marzo es el tercer mes del año.  $p \Rightarrow q$   
(Solución alternativa)  
Si marzo es el tercer mes del año, entonces marzo tiene 31 días.  $q \Rightarrow p$
  - Si 10 es divisible entre 5, entonces 10 es un número compuesto.  $r \Rightarrow s$   
(Solución alternativa)  
Si 10 es un número compuesto, entonces 10 es divisible entre 5.  $s \Rightarrow r$

9. Forme una doble implicación a partir de las proposiciones simples dadas y represéntela simbólicamente.
- $p$ : 9 es un múltiplo de 3.  
 $q$ :  $3 \times 3 = 9$
  - $r$ : 11 es un número primo.  
 $s$ : 11 tiene únicamente dos divisores.
  - $t$ : Flores es la cabecera departamental de Petén.  
 $u$ : Flores es un municipio de Petén.
10. Construya la tabla de verdad de cada inciso.
- $p \wedge \sim q$
  - $\sim p \Rightarrow q$
11. Determine si las siguientes proposiciones son tautología, contradicción o contingencia.
- $(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q)$
  - $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
  - $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

## Ejercitación B

1. Complete la tabla.

| Proposición                                    | Negación | Valor de verdad de la negación |
|------------------------------------------------|----------|--------------------------------|
| a. $10 - 9 + 2 = 3$                            |          |                                |
| b. Guatemala no se encuentra en Centroamérica. |          |                                |
| c. 10 es menor que 18.                         |          |                                |
| d. 50 es un número primo.                      |          |                                |

2. A partir de las siguientes proposiciones simples, forme proposiciones compuestas con el conectivo indicado.
- $p$ : Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud.  
 $q$ : En todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.
- Conjunción
  - Implicación
  - Disyunción
  - Doble implicación.
3. Determine el valor de verdad de las proposiciones compuestas formadas en el inciso 2.
4. Construya la tabla de verdad de las siguientes proposiciones e indique si son tautología, contradicción o contingencia.
- $(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim q$
  - $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$
  - $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
  - $\sim p \Rightarrow (q \vee p)$

- Si Mazatenango es la cabecera departamental de Suchitepéquez, entonces es municipio de Sololá.  
(Solución alternativa)  
Si es un municipio de Sololá, entonces Mazatenango es la cabecera departamental de Suchitepéquez.

8. a. Verdadera  
(Explicación)  
“La Tierra gira alrededor del sol” es verdadera y “el sol es el centro del sistema solar” es verdadera.
- b. Falsa  
(Explicación)  
“ $5 + 3 = 8$ ” es verdadera y “ $8 - 3 = 10$ ” es falsa.
- c. Verdadera  
(Explicación)  
“ $9 \times 3 = 27$ ” es verdadera y “ $27 \div 3 = 9$ ” es verdadera.
9. a. 9 es múltiplo de 3 si y solo si  $3 \times 3 = 9$ .  $p \Leftrightarrow q$
- b. 11 es un número primo si y solo si 11 tiene únicamente dos divisores.  $r \Leftrightarrow s$
- c. Flores es la cabecera departamental de Petén si y solo si es un municipio de Petén.  $t \Leftrightarrow u$

10. a.

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \wedge \sim q$ |
|-----|-----|----------|-------------------|
| V   | V   | F        | F                 |
| V   | F   | V        | V                 |
| F   | V   | F        | F                 |
| F   | F   | V        | F                 |

b.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \Rightarrow q$ |
|-----|-----|----------|------------------------|
| V   | V   | F        | V                      |
| V   | F   | F        | V                      |
| F   | V   | V        | V                      |
| F   | F   | V        | F                      |

11. a.

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \Rightarrow q$ | $p \wedge \sim q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q)$ |
|-----|-----|----------|-------------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V   | V   | F        | V                 | F                 | F                                            |
| V   | F   | V        | F                 | V                 | F                                            |
| F   | V   | F        | V                 | F                 | F                                            |
| F   | F   | V        | V                 | F                 | F                                            |

R: Es contradicción.

b.

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ |
|-----|-----|-------------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V   | V   | V                 | V                 | V                                            |
| V   | F   | F                 | V                 | F                                            |
| F   | V   | V                 | F                 | F                                            |
| F   | F   | V                 | V                 | V                                            |

R: Es contingencia.

c.

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $(\sim p \wedge \sim q)$ | $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------|
| V   | V   | F        | F        | V          | F                | F                        | V                                                       |
| V   | F   | F        | V        | V          | F                | F                        | V                                                       |
| F   | V   | V        | F        | V          | F                | F                        | V                                                       |
| F   | F   | V        | V        | F          | V                | V                        | V                                                       |

R: Es tautología.





## Solucionario de ejercitación B:

| 1. | Proposición                                 | Negación                                 | Valor de verdad de la negación |
|----|---------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------|
| a. | $10 - 9 + 2 = 3$                            | $10 - 9 + 2 \neq 3$                      | Falsa                          |
| b. | Guatemala no se encuentra en Centroamérica. | Guatemala se encuentra en Centroamérica. | Verdadera                      |
| c. | 10 es menor que 18.                         | 10 no es menor que 18.                   | Falsa                          |
| d. | 50 es un número primo.                      | 50 no es un número primo.                | Verdadera                      |

2. a. Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud y en todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.
- b. Si un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud entonces en todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.

(Solución alternativa)

Si en todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales entonces un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud.

- c. Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud o en todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.
- d. Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud si y solo si en todos los triángulos isósceles la medida de los ángulos de la base son iguales.

3. a. Verdadera  
b. Verdadera  
c. Verdadera  
d. Verdadera

(Explicación)

“Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud” es verdadera y “En todos los triángulos isósceles, las medidas de los ángulos de la base son iguales” es verdadera.

| 4. a. | $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \Leftrightarrow q$ | $(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim q$ |
|-------|-----|-----|----------|-----------------------|---------------------------------------|
|       | V   | V   | F        | V                     | F                                     |
|       | V   | F   | V        | F                     | F                                     |
|       | F   | V   | F        | F                     | F                                     |
|       | F   | F   | V        | V                     | V                                     |

R: Es contingencia.

| b. | $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \vee \sim q$ | $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$ |
|----|-----|-----|----------|-----------------|---------------------------------|
|    | V   | V   | F        | V               | V                               |
|    | V   | F   | V        | V               | V                               |
|    | F   | V   | F        | F               | V                               |
|    | F   | F   | V        | V               | V                               |

R: Es tautología.

| c. | $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ |
|----|-----|-----|-------------------|-------------------|----------------------------------------------|
|    | V   | V   | V                 | V                 | V                                            |
|    | V   | F   | F                 | V                 | F                                            |
|    | F   | V   | V                 | F                 | F                                            |
|    | F   | F   | V                 | V                 | V                                            |

R: Es contingencia.

| d. | $p$ | $q$ | $\sim p$ | $q \vee p$ | $\sim p \Rightarrow (q \vee p)$ |
|----|-----|-----|----------|------------|---------------------------------|
|    | V   | V   | F        | V          | V                               |
|    | V   | F   | F        | V          | V                               |
|    | F   | V   | V        | V          | V                               |
|    | F   | F   | V        | F          | F                               |

R: Es contingencia.