GOBIERNO de GUATEMALA
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

DIGECADE
Dirección General de Gestión de Calidad Educativa

Guía para el docente
Matemática
Primer Grado
Nivel de Educación Media, Ciclo Básico

¡Aquí se encuentran los materiales digitales e información general!

www.mineduc.gob.gt/DIGECADE/Guatematica.asp

JICA
Agencia de Cooperación Internacional del Japón

GUATEMÁTICA
Ciclo Básico

Guía para el docente Matemática / Primer Grado / Nivel de Educación Media, Ciclo Básico

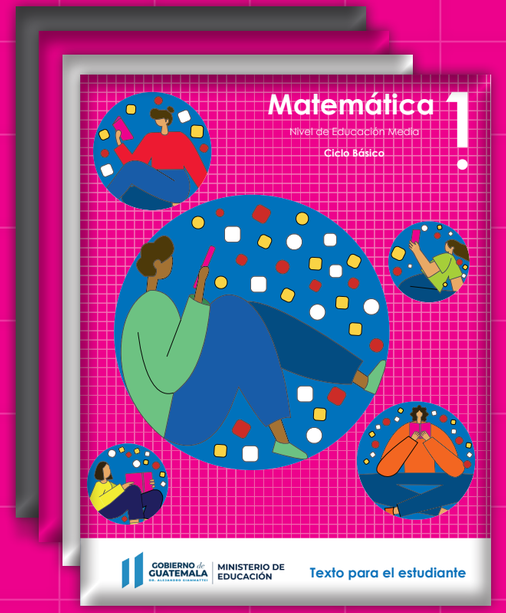
Guía para el docente

Matemática

1 Grado

Nivel de Educación Media

Ciclo Básico



GOBIERNO de GUATEMALA
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

GOBIERNO de GUATEMALA
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Matemática 1

Nivel de Educación Media

Ciclo Básico

Guía para el docente

GOBIERNO de GUATEMALA
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Claudia Patricia Ruíz Casasola de Estrada
Ministra de Educación

Lilian Dinora Pérez López
Viceministra Técnica de Educación

María del Rosario Balcarcel Minchez
Viceministra Administrativa de Educación

Carmelina Espantzay Serech de Rodríguez
Viceministra de Educación Bilingüe e Intercultural

Edna Portales de Núñez
Viceministra de Educación Extraescolar y Alternativa

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA)

La Guía para el docente se puede reproducir total o parcialmente, siempre y cuando se cite al Ministerio de Educación como fuente de origen y que no sea para usos comerciales.

Ministerio de Educación de Guatemala (Mineduc)
6a calle 1-87, zona 10,01010
Teléfono: (502) 2411-9595
www.mineduc.gob.gt / www.mineduc.edu.gt

Segunda edición, 2023

GOBIERNO de GUATEMALA
DR. ALEJANDRO GIAMMATTEI
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Estimado docente:

Esta Guía para Docentes es una herramienta pedagógica que contribuirá al fortalecimiento de su trabajo en el aula para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, a través de pensar e intentar resolver problemas por sí mismos. Es producto del esfuerzo del Ministerio de Educación y la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad de San Carlos de Guatemala con el apoyo técnico de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón, en el marco del Proyecto de Mejoramiento de la Calidad de Educación Matemática del Ciclo Básico.

El material ofrece orientaciones para la realización de actividades de aprendizaje que permitan el desarrollo del pensamiento lógico y capacidades para la toma de decisiones en los estudiantes. Se espera que, las sugerencias que brinda esta guía sean aplicadas en el aula, y a partir de ellas se logren mejores niveles de aprendizaje.

La mejora de los aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del Ciclo de Educación Básica, permitirá formar ciudadanos críticos, creativos, comunicativos y con altas capacidades de razonamiento lógico; pero, sobre todo, que utilicen esas destrezas y habilidades para resolver problemas de su entorno.

Su mejor esfuerzo es la clave para que, juntos avancemos hacia el mejoramiento de los aprendizajes de la matemática y nos permita tener ciudadanos con mayores competencias para insertarse en el mundo de la ciencia, tecnología, las artes y la ingeniería.

Ministerio de Educación

Índice

Presentación

Introducción ..... 5 - 6
Lineamientos de edición y estructura de la Guía para el docente ..... 6 - 7
Lineamientos de edición y estructura del Texto para el estudiante 8
Plan de estudio anual 9

Orientaciones metodológicas

Orientaciones metodológicas para el mejoramiento de los aprendizajes del área de Matemática ... 10 - 12
Estrategias básicas para el desarrollo de una clase, según los momentos P, S, C y E ..... 12 - 14

Secuencia de las clases por unidades ..... 15 - 19

Unidad 1 - Aritmética -

Plan de estudio de la unidad ..... 21 - 23
Clases ..... 24 - 68
Complemento de solucionario de los ejercicios 69
Solucionario de ejercitación ..... 70 - 74

Unidad 2 - Álgebra -

Plan de estudio de la unidad ..... 76 - 78
Clases ..... 79 - 125
Solucionario de ejercitación ..... 126 - 130

Unidad 3 - Función -

Plan de estudio de la unidad ..... 132 - 133
Clases ..... 134 - 151
Complemento de solucionario de los ejercicios 152
Solucionario de ejercitación ..... 153 - 156

Unidad 4 - Etnomatemática -

Plan de estudio de la unidad 158
Clases ..... 159 - 172
Complemento de solucionario de los ejercicios 173

Unidad 5 - Geometría -

Plan de estudio de la unidad ..... 175 - 176
Clases ..... 177 - 212
Solucionario de ejercitación ..... 213 - 216

Unidad 6 - Estadística -

Plan de estudio de la unidad 218
Clases ..... 219 - 232
Solucionario de ejercitación ..... 233 - 234

Unidad 7 - Lógica -

Plan de estudio de la unidad 236
Clases ..... 237 - 240
Complemento de solucionario de los ejercicios 241
Solucionario de ejercitación 242

Presentación

Introducción

La Guía para el docente es una herramienta pedagógica que contribuirá al fortalecimiento de la labor docente en el aula, para el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Fue elaborada en el marco del Proyecto de Mejoramiento de la Calidad de Educación Matemática del Ciclo Básico, ejecutado por el Ministerio de Educación, la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (Efpem) de la Universidad de San Carlos de Guatemala y el apoyo técnico de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Los propósitos de esta guía son:

- Ofrecer orientaciones acerca del aprendizaje esperado y la resolución de los ejercicios de cada clase.
- Brindar sugerencias para el uso estructurado del pizarrón que permitan alcanzar los aprendizajes esperados.
- Desarrollar clases utilizando el Texto para el estudiante que minimicen los errores conceptuales en la enseñanza de la Matemática.

La Guía para el docente se diseñó con base en los resultados del análisis de observaciones de clases que se realizaron en algunos Institutos Nacionales de Educación Básica. Para lograr aprendizajes significativos es necesario considerar los siguientes elementos:

- Comprensión del aprendizaje esperado en cada clase
- Uso efectivo del pizarrón como un recurso de interacción entre estudiantes y docente
- Verificación del logro del aprendizaje esperado
- Secuencia del aprendizaje, con base en los contenidos y su gradación

El Ministerio de Educación pone a disposición de los docentes este recurso que permitirá fortalecer la práctica en el aula para el logro de aprendizajes significativos de los estudiantes. Para su utilización, es necesario considerar algunos aspectos esenciales que constituyen los principales puntos de partida del proceso, como se presentan a continuación.

1. Importancia del aprendizaje de la Matemática: el aprendizaje del área de Matemática es imprescindible durante el proceso de formación de los estudiantes en los diferentes niveles de educación del sistema educativo nacional. El aprendizaje del área está vinculado con el desarrollo del razonamiento matemático y propicia a los estudiantes las competencias para resolver problemas cotidianos, analizar situaciones de su entorno, así como busca que los estudiantes sean creativos, críticos y comunicativos. La Matemática se constituye en el lenguaje para la interpretación y cuantificación de los fenómenos del entorno y para lograr la modelación que permita simplificar la solución de problemas.

2. Rol del docente y del estudiante en el proceso de aprendizaje: en el marco del nuevo paradigma educativo que impulsa el Currículum Nacional Base (CNB) del ciclo de Educación Básica, los actores que interactúan en el proceso educativo asumen roles diferenciados para el logro de aprendizajes significativos. El estudiante constituye el centro del proceso, sujeto y agente activo de su propia formación. El rol del docente está encaminado a desarrollar los procesos más elevados del razonamiento y a orientar la interiorización de valores que permitan una convivencia armoniosa en una sociedad pluricultural. El protagonismo del estudiante se evidencia en el proceso activo para el logro de los aprendizajes esperados de cada clase y que estos se movilicen para la apropiación de nuevos conocimientos y su posible uso en la resolución de problemas de su entorno.

3. Secuencia y estructura de clase con enfoque de resolución de problema: para lograr que los estudiantes se conviertan en agentes activos de su propia formación, se requiere que las clases se realicen con una secuencia adecuada establecida en cuatro momentos:

   Problema de la clase: este momento permite que los estudiantes piensen e intenten resolver el problema por sí mismos, tomando en cuenta lo aprendido en clases anteriores.

   Solución: presenta paso a paso el proceso de solución del problema de la clase.

   Conclusión: presenta la idea principal de la clase a través de una definición o un procedimiento.

   Ejercicios: para reforzar lo aprendido, entre ellos se plantea el ítem de evaluación que servirá para verificar si se ha logrado el aprendizaje esperado. El ítem de evaluación se señala en la página reducida del Texto para el estudiante en la Guía para el docente.

4. Gestión escolar: para el uso efectivo del material se requiere generar un ambiente propicio para el desarrollo de los aprendizajes y que esté profundamente relacionado con la gestión escolar en la institución educativa. Uno de los elementos primordiales es la cantidad de periodos de clases efectivas a desarrollar durante el ciclo escolar. Los materiales están diseñados para cubrir los contenidos prescritos en el CNB. La tarea de los involucrados es garantizar el desarrollo de la cantidad de clases establecidas, como condición para que los estudiantes adquieran las competencias del área de Matemática.

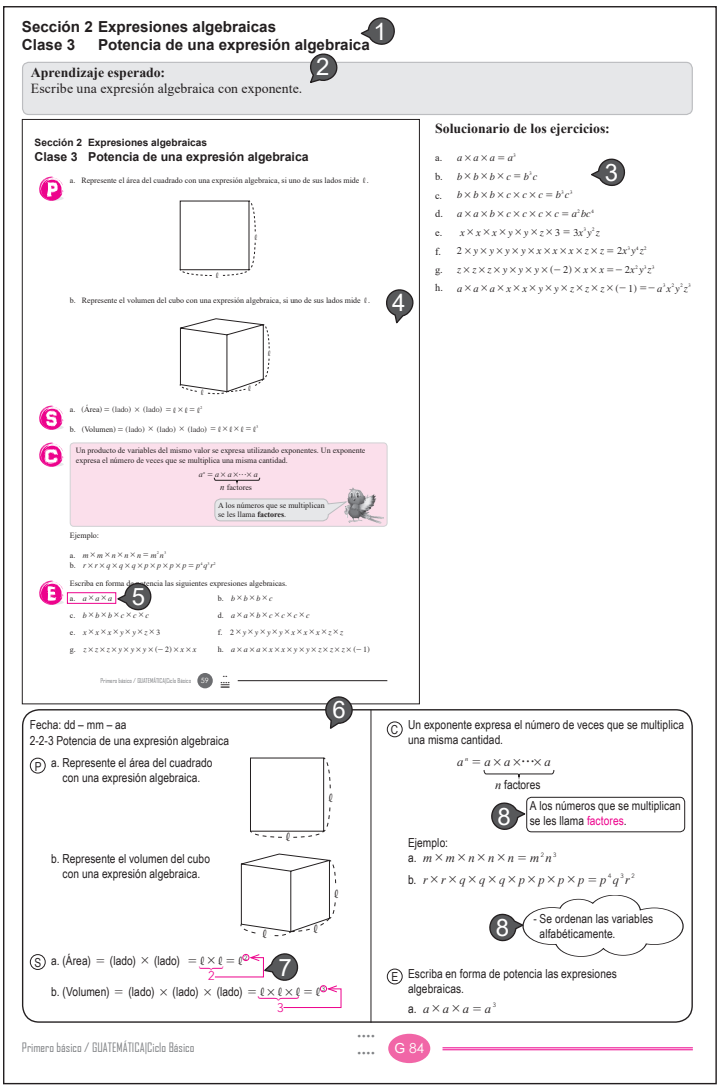
5. Fortalecimiento de los aprendizajes en el hogar: la consolidación de los aprendizajes no se circunscribe únicamente en el periodo de clase, sino que se complementa con el tiempo de estudio que los estudiantes realizan en sus hogares. Por lo que es necesario asignar como tarea en casa los ejercicios que no son resueltos en cada sesión de aprendizaje.

Lineamientos de edición y estructura de la Guía para el docente

- ✓ Lineamientos de edición: los docentes pueden desarrollar clases utilizando el Texto para el estudiante sin errores conceptuales matemáticos, que sea fácil de entender y práctico para brindar la orientación en el aula.

- ✓ Estructura global: la Guía para el docente contiene páginas iniciales que explican lo relacionado a los lineamientos de elaboración de los materiales y programación del desarrollo de los contenidos de aprendizaje. La Guía para el docente se divide en unidades acordes a las unidades establecidas en el Texto para el estudiante; al inicio de cada unidad se presenta la planificación de la unidad correspondiente.

- ✓ Estructura de página de clase: cada sesión de clase que se desarrolla en la Guía para el docente presenta los siguientes elementos:



1 Identificación de la clase:
Se escribe el número y título de sección y de clase.

2 Aprendizaje esperado:
Indica el alcance que se espera que tengan los estudiantes al finalizar el periodo de clase.

3 Solucionario de los ejercicios:
Tiene como propósito apoyar al docente en la verificación de la solución de los ejercicios E.

4 Página de texto:
Tiene como propósito ubicar y relacionar el contenido de aprendizaje de la clase.

5 Identificación del ítem de evaluación:
Se resalta el ítem de evaluación que se encuentra en los ejercicios de la clase. Su función es verificar si se ha logrado el aprendizaje esperado.

6 Ejemplo de uso del pizarrón:
Es una propuesta que puede ser contextualizada dependiendo de las características de los estudiantes y experiencia del docente, mientras que se mantenga la secuencia del aprendizaje y el uso correcto del espacio del pizarrón. Se presenta de manera ordenada los cuatro momentos de la clase: problema, solución, conclusión y ejercicios (ítem de evaluación).

Existen algunas clases en las que el plan de pizarrón no contiene dichos cuatro momentos; sin embargo, la clase deberá desarrollarse con base en el Texto para el estudiante. No se incluyen todos los momentos ya que se seleccionó lo más relevante y así facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

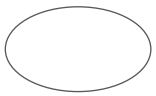
7 Uso del color magenta en el pizarrón:

- Escritura importante del Texto para el estudiante
- Respuesta o escritura adicional en los diagramas
- Información complementaria para la explicación de los contenidos

8 Uso de las figuras que simplifican los íconos en el plan de pizarrón:

La nube representa la mano que se encuentra en el Texto para el estudiante, es decir, un recordatorio de los conceptos aprendidos previamente.

El rectángulo con esquinas redondeadas representa el Quetzal que se encuentra en el Texto para el estudiante, es decir, los conceptos nuevos e importantes para comprender el tema de la clase.



El óvalo representa las partes del texto que se deben resaltar, pero que en el Texto para el estudiante no corresponden ni a la mano ni al Quetzal.

Lineamientos de edición y estructura del Texto para el estudiante

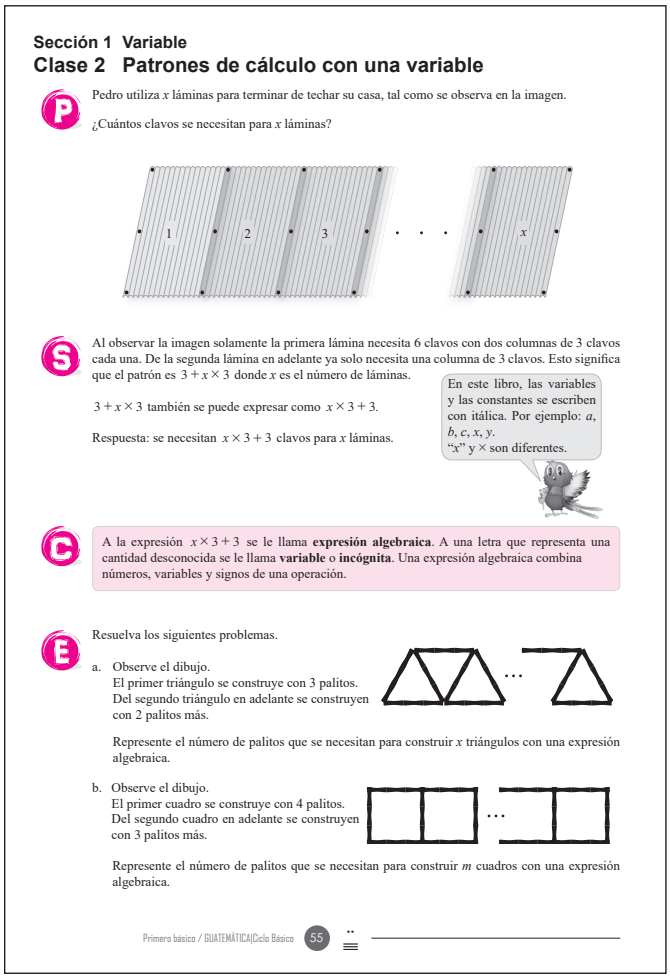
✓ Lineamientos de edición: para el diseño y elaboración del Texto para el estudiante se consideraron los siguientes aspectos: organización de los contenidos de acuerdo al CNB, priorización del desarrollo de las capacidades de los estudiantes, énfasis en la secuencia de los aprendizajes para que sean significativos, resolución de problemas por los mismos estudiantes, referencia según perspectiva académica internacional en educación matemática, fortalecimiento de la práctica de la interculturalidad.

✓ Estructura del Texto para el estudiante: se presenta por unidades, secciones y clases.

Las unidades didácticas que se desarrollan en el Texto para el estudiante constituyen la organización de los contenidos de aprendizajes basados en la secuencialidad y metodología a utilizar, así como la evaluación, entre otras. Las unidades del Texto para el estudiante responden al contenido de las mallas curriculares y ordenadas en: Aritmética, Álgebra, Función, Etnomatemática, Geometría, Estadística y Lógica.

Una clase se entiende como el proceso de interacción entre estudiantes y docente para llevar a cabo el aprendizaje de Matemática. Generalmente, la interacción se lleva a cabo en un periodo de tiempo que oscila entre treinta o treinta y cinco minutos. El aprendizaje esperado de una clase se constituye en el elemento orientador de ese proceso y se encuentra indicado en la Guía para el docente.

El desarrollo de una clase se realiza en cuatro momentos: problema de la clase, solución, conclusión y ejercicios. En algunas clases se han agregado ejemplos después de la conclusión. Estos tienen como propósito consolidar el aprendizaje o profundizar el contenido de la clase.



Sección 1 Variable

Clase 2 Patrones de cálculo con una variable

P Pedro utiliza x láminas para terminar de techar su casa, tal como se observa en la imagen.

¿Cuántos clavos se necesitan para x láminas?

S Al observar la imagen solamente la primera lámina necesita 6 clavos con dos columnas de 3 clavos cada una. De la segunda lámina en adelante ya solo necesita una columna de 3 clavos. Esto significa que el patrón es $3 + x \times 3$ donde x es el número de láminas.

$3 + x \times 3$ también se puede expresar como $x \times 3 + 3$.

Respuesta: se necesitan $x \times 3 + 3$ clavos para x láminas.

En este libro, las variables y las constantes se escriben con itálica. Por ejemplo: *a*, *b*, *c*, *x*, *y*.
"*x*" y × son diferentes.

C A la expresión $x \times 3 + 3$ se le llama **expresión algebraica**. A una letra que representa una cantidad desconocida se le llama **variable** o **incógnita**. Una expresión algebraica combina números, variables y signos de una operación.

E Resuelva los siguientes problemas.

a. Observe el dibujo.
El primer triángulo se construye con 3 palitos.
Del segundo triángulo en adelante se construyen con 2 palitos más.

Represente el número de palitos que se necesitan para construir x triángulos con una expresión algebraica.

b. Observe el dibujo.
El primer cuadro se construye con 4 palitos.
Del segundo cuadro en adelante se construyen con 3 palitos más.

Represente el número de palitos que se necesitan para construir m cuadros con una expresión algebraica.

Primero básico / GUATEMÁTICA|Ciclo Básico 55

Problema de la clase

Solución

Conclusión

Ejercicios

Plan de estudio anual

Es la organización secuencial de las unidades didácticas que se desarrollarán durante un ciclo escolar. Se indica el tiempo aproximado para el desarrollo, el cual debe cumplirse para lograr las competencias matemáticas del estudiante.

Mes	Unidad (número de clases)	Contenidos (número de clases)	Página del texto
Enero	Aritmética (44)	Números naturales (4)	6-9
		Operaciones con fracciones y decimales (4)	10-13
		Números positivos y negativos (11)	14-24
Febrero		Suma y resta de números positivos y negativos (12)	25-37
		Multiplicación de números positivos y negativos (4)	38-41
		División de números positivos y negativos (5)	42-46
Marzo		Operaciones combinadas de números positivos y negativos (4)	47-51
	Álgebra (45)	Variable (3)	54-56
		Expresiones algebraicas (16)	57-72
Abril		Ecuaciones de primer grado (12)	73-84
Mayo		Razones y proporciones (7)	85-91
		Sistemas de medición (2)	92-95
Junio		Porcentajes (5)	96-100
	Función (18)	Conjuntos (3)	104-106
		Relaciones y funciones (2)	107-108
Julio		Proporcionalidad directa (8)	109-116
		Proporcionalidad inversa (5)	117-121
	Etnomatemática (14)	Tiempo y espacio en el pensamiento Maya (3)	125-127
		El universo y sus cuadrantes (2)	128-129
		Patrones y su significación en el pensamiento Maya (3)	130-132
		Sistemas numéricos (6)	133-138
Agosto	Geometría (31)	Elementos básicos de línea y ángulo (3)	140-142
		Ángulos y bisectriz (2)	143-145
		Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz (4)	146-149
		Ángulos y líneas paralelas (4)	150-154
		Polígonos (3)	155-158
		Cuadriláteros (6)	159-166
Septiembre		Triángulos (5)	167-171
		Propiedades y construcción de polígonos (2)	172-173
		Simetría (2)	174-175
	Estadística (13)	Organización de datos (3)	180-182
		Presentación de datos(3)	183-186
		Medidas de tendencia central (3)	187-189
Octubre		Organización de datos agrupados (4)	190-193
	Lógica (4)	Lógica (4)	196-199

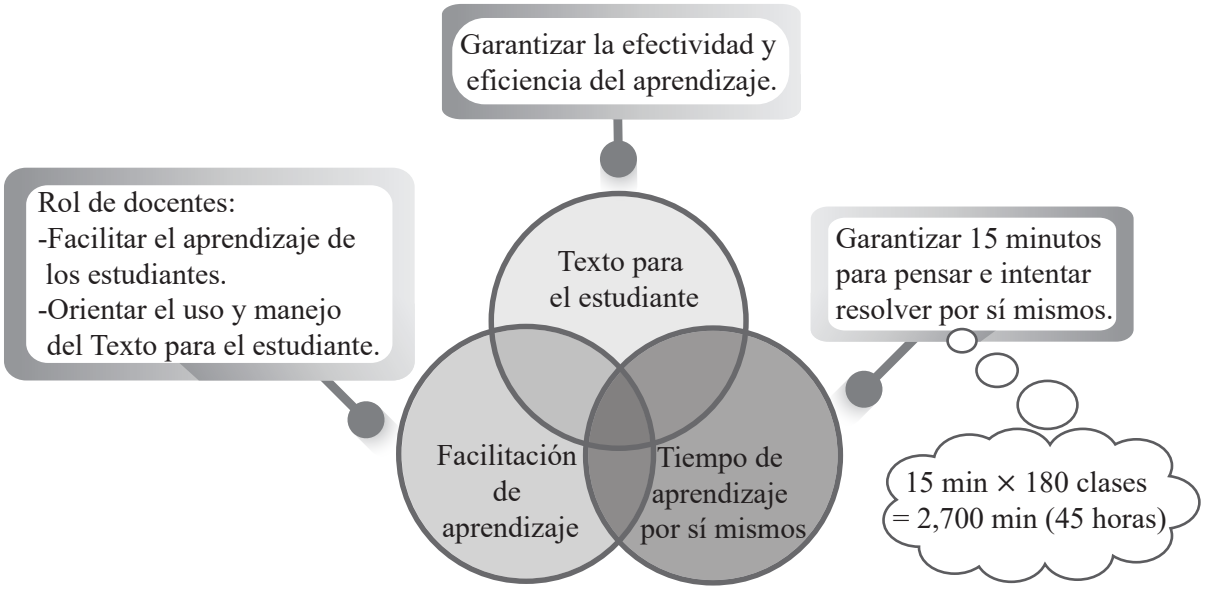
Orientaciones metodológicas

Orientaciones metodológicas para el mejoramiento de los aprendizajes del área de Matemática

Las orientaciones metodológicas son sugerencias que se proporcionan al docente para el logro efectivo del aprendizaje esperado de la clase y que contribuyen a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en el área.

Para mejorar los aprendizajes del área de Matemática hay tres factores esenciales que pueden ser tomados en cuenta desde la práctica docente en el aula: el tiempo de aprendizaje por sí mismos, la facilitación del docente y los recursos educativos. Estos factores interrelacionados constituyen la base para la formulación de una estrategia didáctica que permitan consolidar los aprendizajes de los estudiantes.

Estrategia de mejora de los aprendizajes en Matemática



El tiempo de aprendizaje por sí mismos

El tiempo de aprendizaje por sí mismos es un momento donde los estudiantes piensan e intentan resolver problemas por sí mismos para apropiar nuevos conocimientos. El estudiante que solo escucha las explicaciones del docente durante casi todo el periodo de clase, aprende menos porque su actitud es pasiva.

El tiempo mínimo que se recomienda para implementar el aprendizaje por sí mismos en el aula es de 15 minutos. A continuación se presentan algunas estrategias para llevarlo a cabo.

✓ Aprendizaje individual: esta estrategia de aprendizaje se presenta cuando se asigna tiempo para que el estudiante lea, piense en la solución de un problema o ejercicio, escriba su respuesta en el cuaderno, verifique la respuesta, entre otros. Garantizar el tiempo para estas actividades logrará aprendizajes significativos. Las ventajas de esta estrategia de aprendizaje son:

- Fomenta el aprendizaje autónomo.
- Garantiza el aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos de cada estudiante.
- Promueve el desarrollo de habilidades matemáticas, tales como: análisis, comprensión, síntesis, creatividad, comunicación de ideas, razonamiento lógico, entre otros.

✓ Aprendizaje colaborativo o interactivo: En esta estrategia se asigna tiempo para que los estudiantes conformados en equipos puedan aprender conjuntamente a través del intercambio de ideas sobre la solución de un problema o ejercicio. Generalmente esta estrategia se puede implementar después del aprendizaje individual y se hace para que los estudiantes puedan intercambiar fácilmente sus ideas y puedan apoyarse mutuamente. Las ventajas de esta estrategia de aprendizaje son:

- Fomenta el apoyo mutuo, ya que un estudiante que no comprende un concepto o procedimiento puede formar pareja con otro estudiante para intercambiar ideas matemáticas. El estudiante que explica a su compañero tiende a profundizar su comprensión del tema a través de la explicación verbal.
- Propicia un ambiente de convivencia en el aula.

Facilitación del docente

El rol del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje es: facilitador, mediador, líder, guía e investigador. Su esfuerzo se orienta a desarrollar procesos de razonamientos y la interiorización de valores que permitan una convivencia armoniosa en la sociedad pluricultural. Las actividades del docente durante el desarrollo de una clase deben contribuir al logro de aprendizajes del área y propiciar la práctica de los valores humanos.

Facilitar el aprendizaje implica desarrollar sistemáticamente la clase, siguiendo los momentos del enfoque de resolución de problema:

Problema de la clase o situación de aprendizaje

Solución del problema presentando paso a paso el proceso

Conclusión presentando la síntesis de la clase

Ejercicios incluyendo el ítem de evaluación

Estos momentos permiten que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados y desarrollen sus habilidades matemáticas, donde se constituyen como protagonistas principales del proceso.

Recursos educativos

✓ El Texto para el estudiante: es una herramienta de enseñanza y aprendizaje, el cual presenta una secuencia didáctica apropiada y un nivel de complejidad gradual para que sea accesible a los estudiantes.

La secuencia didáctica se refiere al orden de los contenidos de una clase, una unidad o de un grado. Cuando existe una secuencia gradual, los estudiantes aprovechan los conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes.

En cuanto al nivel de complejidad gradual se pretende que el material a utilizar responda al nivel de desarrollo y necesidades cognitivas de los estudiantes.

✓ El pizarrón: es un recurso imprescindible para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula. En él se plasman los momentos del desarrollo de una clase, por tal razón se le puede denominar cuaderno común para el aula.

Aspectos básicos para el uso del pizarrón:

- El desarrollo de la clase se visualiza en el pizarrón desde el inicio hasta el final.
- El uso recomendable del pizarrón consiste en considerar espacio para: el problema inicial, el proceso de la solución, la conclusión, el ítem de evaluación y otros ejercicios si fuese necesario.
- Lo que se escribe en el pizarrón permanece hasta el final de la clase. De ahí la importancia de organizar bien el espacio.
- Permitirá a los estudiantes tomar apuntes en sus cuadernos para estudiarlos posteriormente.
- El buen uso del pizarrón permite la comprensión del tema de la clase y facilita la retroalimentación del proceso y la toma de apuntes por parte de los estudiantes.
- Es un medio de interacción entre los estudiantes y el docente.

Estrategias básicas para el desarrollo de una clase, según los momentos P, S, C y E

Para lograr los aprendizajes esperados de una clase es fundamental considerar la utilización de estrategias didácticas que propicien el involucramiento de los estudiantes en su aprendizaje. A continuación se presentan algunas estrategias que pueden ser utilizadas en cada momento de la clase.

Momentos de la clase	Proceso de aprendizaje del estudiante	Facilitación del docente	Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase
Problema de la clase	Solución individual del problema inicial	Orientar que lean el problema.	Indicar que lean el problema inicial en el Texto para el estudiante. Mientras los estudiantes leen, el docente escribe el problema en el pizarrón. Indicar que copien el problema en el cuaderno.
		Confirmar el nivel de comprensión.	Preguntar a los estudiantes si han comprendido el problema inicial. Explicar el problema de manera clara y concisa, si es necesario.
		Orientar que resuelvan el problema individualmente.	Indicar que escriban la solución en el cuaderno. Monitorear el avance de la solución individual, recorriendo el salón de clase. Identificar varias maneras de solución, errores comunes, entre otros. Brindar tiempo prudencial para el trabajo individual.
Solución	Verificación del proceso de solución	Orientar para que comparen la solución individual con la solución en el Texto para el estudiante.	Comparar la solución individual y el Texto para el estudiante. Anotar en el cuaderno las diferencias encontradas, si existen. Socializar el resultado con algún compañero.

Momentos de la clase	Proceso de aprendizaje del estudiante	Facilitación del docente	Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase
		Explicar la solución del Texto para el estudiante y escribir paso a paso en el pizarrón.	Iniciar la explicación cuando los estudiantes estén en silencio. Llamar la atención a los estudiantes que no estén atentos. Escribir la solución utilizando el espacio que indica el plan de pizarrón. Explicar paso a paso la solución del problema, observando el rostro de los estudiantes para captar si van comprendiendo la explicación. Repetir y poner énfasis en los contenidos importantes. No interceptar la vista de los estudiantes hacia el pizarrón. Brindar oportunidad para que un estudiante comparta su solución.
		Orientar para que copien la solución en el cuaderno.	Dar tiempo prudencial para copiar la solución en el cuaderno.
 Conclusión	Comprensión de la conclusión de la clase	Orientar lectura de la conclusión.	Leer la conclusión o solicitar a un estudiante que la lea en voz alta.
		Orientar comprensión de la conclusión.	Explicar la conclusión de forma clara y sencilla auxiliándose en el proceso de solución del problema de la clase. Brindar tiempo prudencial (1 a 2 minutos aproximadamente) para que los estudiantes copien la conclusión en el cuaderno.
		Orientar los ejemplos después de la conclusión, si hubieran.	Explicar el ejemplo de forma clara y concisa. Llamar la atención a los estudiantes antes de la explicación. Enfatizar la aplicación de la conclusión en el ejemplo. Brindar tiempo para que copien los ejemplos en el cuaderno.
 Ejercicios	Comprobación del logro del aprendizaje esperado	Indicar que resuelvan el ítem de evaluación.	Asignar tiempo prudencial (3 a 5 minutos aproximadamente) para resolver el ítem de evaluación en forma individual. Monitorear la solución del ítem de evaluación recorriendo el aula para verificar el logro del aprendizaje esperado. Para verificar solución se puede pedir que levanten la mano cuántos llegaron a la respuesta correcta, calificar en parejas intercambiando cuadernos, realizando autoevaluación, entre otros. Realizar la corrección en el cuaderno si fuera necesario. Si el 50% de los estudiantes no respondió correctamente, explicar nuevamente la solución del problema de la clase. Brindar oportunidad para que algunos estudiantes expliquen la solución, si el tiempo lo permite.
		Orientar la solución de otros ejercicios.	Indicar que resuelvan otros ejercicios, si el tiempo lo permite. Indicar que resuelvan individualmente y después en parejas. Verificar proceso de solución recorriendo el salón de clase.

Momentos de la clase	Proceso de aprendizaje del estudiante	Facilitación del docente	Estrategias básicas que se pueden utilizar en el desarrollo de la clase
Asignar la tarea para el siguiente día	Reforzamiento de lo aprendido	Revisar la respuesta en la siguiente clase.	Escribir la respuesta correcta en la parte superior derecha del pizarrón para que cada estudiante se autoevalúe. Dictar la respuesta correcta para heteroevaluación (estudiantes intercambian cuadernos para calificar respuesta). Indicar a los estudiantes que verifiquen la respuesta de manera individual utilizando el solucionario de los ejercicios.

Secuencia de las clases por unidades

Unidad 1 - Aritmética -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Números naturales (4)	1.1 Números primos y compuestos
	1.2 Descomposición en factores primos
	1.3 Mínimo común múltiplo (MCM)
	1.4 Máximo común divisor (MCD)
2. Operaciones con fracciones y decimales (4)	2.1 Suma y resta de números decimales
	2.2 Multiplicación y división de números decimales
	2.3 Suma y resta de fracciones
	2.4 Multiplicación y división de fracciones
3. Números positivos y negativos (11)	3.1 Significado de números positivos y negativos
	3.2 Números enteros en una recta numérica
	3.3 Fracciones en una recta numérica
	3.4 Números decimales en una recta numérica
	3.5 Números enteros en la vida cotidiana (1)
	3.6 Números enteros en la vida cotidiana (2)
	3.7 Valor absoluto de un número entero
	3.8 Comparación de números enteros
	3.9 Comparación de fracciones
	3.10 Comparación de números decimales
	3.11 Desplazamiento en una recta numérica
4. Suma y resta de números positivos y negativos (12)	4.1 Suma de números con signos iguales
	4.2 Suma de números con signos diferentes
	4.3 Suma de números decimales
	4.4 Suma de fracciones
	4.5 Resta de números enteros (1)
	4.6 Resta de números enteros (2)
	4.7 Resta de números decimales
	4.8 Resta de fracciones
	4.9 Resta con cero en el minuendo o sustraendo
	4.10 Suma y resta combinadas sin paréntesis (1)
	4.11 Suma y resta combinadas sin paréntesis (2)
	4.12 Suma y resta combinadas sin paréntesis (3)
5. Multiplicación de números positivos y negativos (4)	5.1 Multiplicación de un número positivo y un número positivo o negativo
	5.2 Multiplicación de un número negativo y un número positivo
	5.3 Multiplicación de dos números negativos
	5.4 Cálculo mental de estimación de multiplicación
6. División de números positivos y negativos (5)	6.1 División de números positivos y negativos
	6.2 División de números decimales
	6.3 Recíproco de un número
	6.4 División de fracciones
	6.5 Cálculo mental de estimación de división

7. Operaciones combinadas de números positivos y negativos (4)	7.1 Multiplicación y división de números positivos y negativos combinadas
	7.2 Potencia con números negativos
	7.3 Orden de operaciones (1)
	7.4 Orden de operaciones (2)

Unidad 2 - Álgebra -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Variable (3)	1.1 Patrones de cálculo
	1.2 Patrones de cálculo con una variable
	1.3 Patrones de cálculo con dos variables
2. Expresiones algebraicas (16)	2.1 Regla de multiplicación de variables y un número en una expresión algebraica
	2.2 Regla de multiplicación de una variable y 1 o -1 en una expresión algebraica
	2.3 Potencia de una expresión algebraica
	2.4 División de una expresión algebraica entre un número entero
	2.5 Expresiones algebraicas con multiplicación y división
	2.6 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (1)
	2.7 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (2)
	2.8 Valor de una expresión (1)
	2.9 Valor de una expresión (2)
	2.10 Términos y coeficientes
	2.11 Reducción de términos en una expresión algebraica
	2.12 Reducción de términos semejantes
	2.13 Multiplicación de una expresión algebraica de un término y un número
	2.14 División de una expresión algebraica de un término entre un número
	2.15 Multiplicación de un número y una expresión algebraica de dos términos
	2.16 División de una expresión algebraica de dos términos entre un número
3. Ecuaciones de primer grado (12)	3.1 Igualdad de dos expresiones numéricas
	3.2 Igualdad de dos expresiones algebraicas
	3.3 Solución de ecuaciones
	3.4 Propiedades de igualdad
	3.5 Solución de ecuaciones de la forma $x - a = b$
	3.6 Solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$
	3.7 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$
	3.8 Solución de ecuaciones de la forma $ax = b$
	3.9 Solución de ecuaciones de la forma $ax + b = c$ o $ax - b = c$
	3.10 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{x}{a} + b = c$ o $\frac{x}{a} - b = c$
	3.11 Solución de ecuaciones de la forma $ax = bx + c$
	3.12 Aplicación de ecuaciones
4. Razones y proporciones (7)	4.1 Razones
	4.2 Valor de razón
	4.3 Razones equivalentes
	4.4 Relación entre razones equivalentes
	4.5 Simplificación de razón
	4.6 Proporciones (1)

	4.7 Proporciones (2)
5. Sistemas de medición (2)	5.1 Longitud
	5.2 Conversiones bidimensionales
6. Porcentajes (5)	6.1 Porcentajes
	6.2 Una cantidad es porcentaje de otra cantidad
	6.3 Porcentaje de cantidades
	6.4 Descuentos
	6.5 Intereses

Unidad 3 - Función -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Conjuntos (3)	1.1 Notación de conjuntos
	1.2 Producto cartesiano
	1.3 Gráfica del producto cartesiano
2. Relaciones y funciones (2)	2.1 Concepto de relación
	2.2 Concepto de función
3. Proporcionalidad directa (8)	3.1 Concepto de proporcionalidad directa
	3.2 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables ($a > 0$)
	3.3 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables ($a < 0$)
	3.4 Ecuación de una proporcionalidad directa
	3.5 Gráfica de una proporcionalidad directa ($a > 0$)
	3.6 Gráfica de una proporcionalidad directa ($a < 0$)
	3.7 Ecuación de una proporcionalidad directa a partir de una gráfica
	3.8 Relación entre tabla, gráfica y ecuación de una proporcionalidad directa
4. Proporcionalidad inversa (5)	4.1 Concepto de una proporcionalidad inversa
	4.2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables
	4.3 Ecuación de una proporcionalidad inversa
	4.4 Gráfica de una proporcionalidad inversa ($a > 0$)
	4.5 Gráfica de una proporcionalidad inversa ($a < 0$)

Unidad 4 - Etnomatemática -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Tiempo y espacio en el pensamiento Maya (3)	1.1 Ciclos: 1 día (Q'ij), 20 días (Winaq), 260 días (Cholq'ij) y 365 días (Ab')
	1.2 Secuencia del 13 y 20 días
	1.3 Días del Calendario Maya y su significado
2. El universo y sus cuadrantes (2)	2.1 Centro cósmico y sus energías
	2.2 Movimiento del Sol: equinoccios y solsticios
3. Patrones y su significación en el pensamiento Maya (3)	3.1 3, 4 y 7 como patrones en el pensamiento Maya
	3.2 Patrones en el tejido Maya
	3.3 Trece articulaciones del cuerpo humano y trece energías
4. Sistemas numéricos (6)	4.1 Matemática Maya y sus características: referencial y cíclico
	4.2 Sistema de numeración vigesimal
	4.3 Representación de cantidades en el Ábaco Maya
	4.4 Suma utilizando el Ábaco Maya

	4.5 Resta utilizando el Ábaco Maya
	4.6 (cero) y su significado

Unidad 5 - Geometría -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Elementos básicos de línea y ángulo (3)	1.1 Punto, recta, segmento, rayo y plano
	1.2 Medida de ángulos
	1.3 Ángulos y su clasificación
2. Ángulos y bisectriz (2)	2.1 Ángulos complementarios y suplementarios
	2.2 Bisectriz de un ángulo
3. Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz (4)	3.1 Líneas paralelas y perpendiculares
	3.2 Construcción de líneas paralelas
	3.3 Mediatriz de un segmento
	3.4 Construcción de mediatriz de un segmento
4. Ángulos y líneas paralelas (4)	4.1 Ángulos opuestos por el vértice
	4.2 Ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos
	4.3 Ángulos correspondientes y líneas paralelas
	4.4 Ángulos alternos y líneas paralelas
5. Polígonos (3)	5.1 Figuras abiertas y cerradas
	5.2 Figuras convexas y cóncavas
	5.3 Polígonos
6. Cuadriláteros (6)	6.1 Clasificación de cuadriláteros
	6.2 Perímetro de cuadriláteros
	6.3 Área de rectángulos y cuadrados
	6.4 Área de paralelogramos
	6.5 Área de rombos
	6.6 Área de trapecios
7. Triángulos (5)	7.1 Clasificación de triángulos por sus lados
	7.2 Clasificación de triángulos por sus ángulos
	7.3 Relación entre los ángulos internos y externos de un triángulo
	7.4 Perímetro de triángulos
	7.5 Área de triángulos
8. Propiedades y construcción de polígonos (2)	8.1 Construcción de triángulos equiláteros
	8.2 Construcción de cuadrados
9. Simetría (2)	9.1 Simetría axial
	9.2 Simetría radial

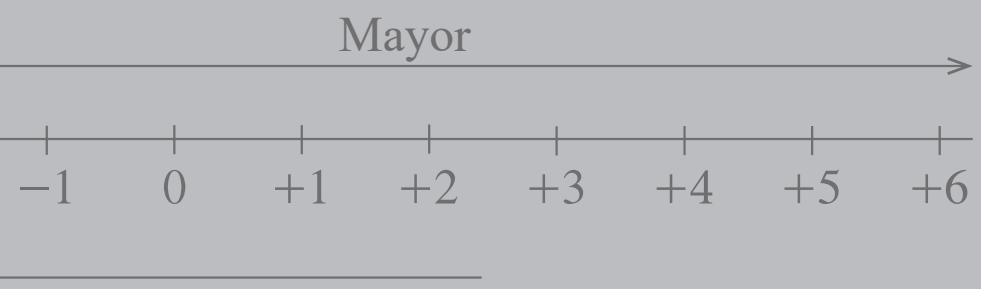
Unidad 6 - Estadística -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Organización de datos (3)	1.1 Población y muestra
	1.2 Elaboración de tablas de frecuencias para datos no agrupados
	1.3 Lectura de datos en tablas
2. Presentación de datos (3)	2.1 Organización de datos en un pictograma
	2.2 Gráfica de barras

	2.3 Diagrama de sectores
3. Medidas de tendencia central (3)	3.1 Media aritmética
	3.2 Mediana
	3.3 Moda
4. Organización de datos agrupados (4)	4.1 Datos agrupados
	4.2 Tabla de frecuencia para datos agrupados
	4.3 Lectura y construcción de histogramas
	4.4 Lectura y construcción de polígonos de frecuencia

Unidad 7 - Lógica -

Sección (periodos de clase)	Clase
1. Lógica (4)	1.1 Proposiciones y valores de verdad
	1.2 Proposiciones abiertas
	1.3 Proposiciones compuestas
	1.4 Cuantificadores



$$-4^2 = -(4 \times 4)$$
$$= -16$$
$$(-4)^2 = (-4) \times$$

$$|+3| = 3$$
$$|-3| = 3$$

Unidad 1 •

Aritmética

Plan de estudio - Unidad 1 Aritmética -

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
3. Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.	3.1 Opera dentro de los conjuntos numéricos naturales y enteros, mediante procedimientos correspondientes.	1. Números naturales	1.1 Números primos y compuestos	Identifica números primos y números compuestos.
			1.2 Descomposición en factores primos	Descompone un número compuesto en factores primos.
			1.3 Mínimo común múltiplo (MCM)	Encuentra el mínimo común múltiplo (MCM).
			1.4 Máximo común divisor (MCD)	Encuentra el máximo común divisor (MCD).
		2. Operaciones con fracciones y decimales	2.1 Suma y resta de números decimales	Suma números decimales no negativos. Resta números decimales no negativos donde la diferencia no es negativa.
			2.2 Multiplicación y división de números decimales	Multiplica números decimales no negativos. Divide números decimales no negativos.
			2.3 Suma y resta de fracciones	Suma fracciones no negativas. Resta fracciones no negativas donde la diferencia no es negativa.
			2.4 Multiplicación y división de fracciones	Multiplica fracciones no negativas. Divide fracciones no negativas.
		3. Números positivos y negativos	3.1 Significado de números positivos y negativos	Representa una cantidad usando números positivos o negativos.
			3.2 Números enteros en una recta numérica	Ubica un número entero en la recta numérica. Escribe un número entero que está ubicado en la recta numérica usando signo positivo o negativo.
			3.3 Fracciones en una recta numérica	Ubica una fracción en la recta numérica. Escribe una fracción que está ubicada en la recta numérica usando signo positivo o negativo.
			3.4 Números decimales en una recta numérica	Ubica un número decimal en la recta numérica. Escribe un número decimal que está ubicado en la recta numérica usando signo positivo o negativo.
			3.5 Números enteros en la vida cotidiana (1)	Expresa un número usando signo positivo o negativo basándose en el valor de referencia dado.
			3.6 Números enteros en la vida cotidiana (2)	Expresa un número usando signo positivo o negativo basándose en el valor de referencia dado.
			3.7 Valor absoluto de un número entero	Encuentra el valor absoluto de un número.
			3.8 Comparación de números enteros	Compara números enteros.
			3.9 Comparación de fracciones	Compara fracciones.
			3.10 Comparación de números decimales	Compara números decimales.

			3.11 Desplazamiento en una recta numérica	Encuentra un número mayor o menor que el número dado utilizando desplazamientos en la recta numérica.
		4. Suma y resta de números positivos y negativos	4.1 Suma de números con signos iguales	Suma números enteros con signos iguales.
			4.2 Suma de números con signos diferentes	Suma números enteros con signos diferentes.
			4.3 Suma de números decimales	Suma números decimales con signos diferentes.
			4.4 Suma de fracciones	Suma fracciones con signos diferentes.
			4.5 Resta de números enteros (1)	Resta un número entero positivo.
			4.6 Resta de números enteros (2)	Resta un número entero negativo.
			4.7 Resta de números decimales	Resta números decimales.
			4.8 Resta de fracciones	Resta fracciones.
			4.9 Resta con cero en el minuendo o sustraendo	Resta el cero de un número. Resta un número del cero.
			4.10 Suma y resta combinadas sin paréntesis (1)	Representa una expresión suprimiendo los paréntesis.
			4.11 Suma y resta combinadas sin paréntesis (2)	Calcula una expresión con suma y resta combinadas aplicando las propiedades conmutativa y asociativa de la suma.
			4.12 Suma y resta combinadas sin paréntesis (3)	Calcula una expresión con suma y resta combinadas suprimiendo los paréntesis.
		5. Multiplicación de números positivos y negativos	5.1 Multiplicación de un número positivo y un número positivo o negativo	Multiplica un número positivo por un número positivo o negativo.
			5.2 Multiplicación de un número negativo y un número positivo	Multiplica un número negativo por un número positivo.
			5.3 Multiplicación de dos números negativos	Multiplica dos números negativos.
			5.4 Cálculo mental de estimación de multiplicación	Encuentra la estimación de un producto de números decimales.
		6. División de números positivos y negativos	6.1 División de números positivos y negativos	Divide números enteros negativos y positivos.
			6.2 División de números decimales	Divide números decimales positivos y negativos.
			6.3 Recíproco de un número	Encuentra el recíproco de un número.
			6.4 División de fracciones	Divide fracciones.
			6.5 Cálculo mental de estimación de división	Encuentra la estimación del cociente de números decimales.
		7. Operaciones combinadas de números positivos y negativos	7.1 Multiplicación y división de números positivos y negativos combinadas	Calcula una expresión con multiplicación y división combinadas.
			7.2 Potencia con números negativos	Encuentra la potencia con números negativos.

			7.3 Orden de operaciones (1)	Calcula una expresión con suma, resta, multiplicación, división y potencia combinadas.
			7.4 Orden de operaciones (2)	Calcula una expresión con paréntesis y corchetes.

Sección 1 Números naturales
Clase 1 Números primos y compuestos

Aprendizaje esperado:
Identifica números primos y números compuestos.

Sección 1 Números naturales
Clase 1 Números primos y compuestos

P Encuentre el número de divisores de los siguientes números.

3, 4, 11, 22, 23 y 32

Un número es divisor de otro cuando el residuo es igual a cero.

S Para identificar el número de divisores de cada número, se construye la siguiente tabla.

Número	Divisores	Número de divisores
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
11	1, 11	2
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
32	1, 2, 4, 8, 16, 32	6

En la tabla se observa que hay números que tienen únicamente dos divisores y otros que tienen más de dos divisores.
3, 11 y 23 tienen únicamente dos divisores y son considerados números primos por esa característica.
4, 22 y 32 tienen más de dos divisores y son considerados números compuestos por esa característica.

C A un número que es divisible entre 1 y entre sí mismo se le llama **número primo**, y a un número que es divisible entre más de dos divisores se le llama **número compuesto**.
El 1 no es número primo ni número compuesto.

E

1. Identifique cuáles de los siguientes números son primos.
   a. 13 b. 21 c. 37 d. 77
2. Identifique cuáles de los siguientes números son compuestos.
   a. 17 b. 42 c. 69 d. 91
3. Identifique cuáles de los siguientes números son primos o compuestos.
   14, 55, 44, 29, 67, 80, 73, 95 y 100

Solucionario de los ejercicios:

1.

Número	Divisores	Número de divisores
13	1, 13	2
21	1, 3, 7, 21	4
37	1, 37	2
77	1, 7, 11, 77	4

R: 13 y 37

2.

Número	Divisores	Número de divisores
17	1, 17	2
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	8
69	1, 3, 23, 69	4
91	1, 7, 13, 91	4

R: 42, 69 y 91

3.

Número	Divisores	Número de divisores
14	1, 2, 7, 14	4
55	1, 5, 11, 55	4
44	1, 2, 4, 11, 22, 44	6
29	1, 29	2
67	1, 67	2
80	1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80	10
73	1, 73	2
95	1, 5, 19, 95	4
100	1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100	9

R: Números primos: 29, 67, 73
Números compuestos: 14, 55, 44, 80, 95, 100

Fecha: dd – mm – aa
1-1-1 Números primos y compuestos

(P) Encuentre el número de divisores de los números.
3, 4, 11, 22, 23 y 32

(S) Divisores de 32: 32 ÷ 1 = 32, 32 ÷ 2 = 16, 32 ÷ 4 = 8

Número	Divisores	Número de divisores
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
11	1, 11	2
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
32	1, 2, 4, 8, 16, 32	6

3, 11 y 23 tienen únicamente dos divisores.
4, 22 y 32 tienen más de dos divisores.

(C) A un número divisible entre 1 y entre sí mismo se le llama número primo, y a un número divisible entre más de dos divisores se le llama número compuesto. 1 no es número primo ni número compuesto.

(E) 1. Identifique cuáles son números primos.
a. 13 b. 21 c. 37 d. 77

Número	Divisores	Número de divisores
13	1, 13	2
21	1, 3, 7, 21	4
37	1, 37	2
77	1, 7, 11, 77	4

R: Números primos: 13 y 37

2. Identifique cuáles son números compuestos.
a. 17 b. 42 c. 69 d. 91

Número	Divisores	Número de divisores
17	1, 17	2
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	8
69	1, 3, 23, 69	4
91	1, 7, 13, 91	4

R: Números compuestos: 42, 69 y 91

Sección 1 Números naturales
Clase 2 Descomposición en factores primos

Aprendizaje esperado:
Descompone un número compuesto en factores primos.

Sección 1 Números naturales
Clase 2 Descomposición en factores primos

P1 Descomponga 24 en factores primos.

Un factor primo es un factor que es un número primo. Los factores primos son los números primos que son divisores de un número entero.

S1 Para descomponer 24 en factores primos:

Escriba el número y divida entre 2. — 24 → 2 — 2 es el menor factor primo de 24.
Escriba el cociente y divida entre 2. — 12 → 2 — 2 es el menor factor primo de 12.
Continúe dividiendo entre números primos hasta obtener 1. — 6 → 2 — 2 es el menor factor primo de 6.
3 → 3 — 3 es el menor factor primo de 3.
1

El número original puede ser expresado como un producto de números primos.

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

Respuesta: la descomposición de 24 en factores primos es $2 \times 2 \times 2 \times 3$.

P2 Descomponga 45 en factores primos.

S2 Para descomponer 45 en factores primos:

Escriba el número y divida entre 3. — 45 → 3 — 3 es el menor factor primo de 45.
Escriba el cociente y divida entre 3. — 15 → 3 — 3 es el menor factor de 15.
Continúe dividiendo entre números primos hasta obtener 1. — 5 → 5 — 5 es el menor factor primo de 5.
1

El número original puede ser expresado como un producto de números primos.

$45 = 3 \times 3 \times 5$

Respuesta: la descomposición de 45 en factores primos es $3 \times 3 \times 5$.

C A expresar un número como un producto de sus factores primos se le llama **descomposición en factores primos**.

E Descomponga en factores primos los siguientes números.

a. 12 b. 16 c. 36 d. 72 e. 81 f. 105

Solucionario de los ejercicios:

a. 12 | 2 — 6 | 2 — 3 | 3 — 1 |
R: $12 = 2 \times 2 \times 3$

b. 16 | 2 — 8 | 2 — 4 | 2 — 2 | 2 — 1 |
R: $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c. 36 | 2 — 18 | 2 — 9 | 3 — 3 | 3 — 1 |
R: $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

d. 72 | 2 — 36 | 2 — 18 | 2 — 9 | 3 — 3 | 3 — 1 |
R: $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

e. 81 | 3 — 27 | 3 — 9 | 3 — 3 | 3 — 1 |
R: $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

f. 105 | 3 — 35 | 5 — 7 | 7 — 1 |
R: $105 = 3 \times 5 \times 7$

Fecha: dd – mm – aa

1-1-2 Descomposición en factores primos

P1 Descomponga 24 en factores primos.

S1

24 → 2
12 → 2
6 → 2
3 → 3
1

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

P2 Descomponga 45 en factores primos.

S2

45 → 3
15 → 3
5 → 5
1

$45 = 3 \times 3 \times 5$

C A expresar un número como un producto de sus factores primos se le llama descomposición en factores primos.

E Descomponga en factores primos.

a. 12 → 2, 6 → 2, 3 → 3, 1
R: $12 = 2 \times 2 \times 3$

e. 81 → 3, 27 → 3, 9 → 3, 3 → 3, 1
R: $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

Sección 1 Números naturales
Clase 3 Mínimo común múltiplo (MCM)

Aprendizaje esperado:
Encuentra el mínimo común múltiplo (MCM).

Sección 1 Números naturales
Clase 3 Mínimo común múltiplo (MCM)

P Encuentre el mínimo común múltiplo de 6 y 8.

S Para encontrar el mínimo común múltiplo de 6 y 8, se puede aplicar una de las siguientes formas:

Forma 1. Por enumeración de múltiplos.

Múltiplos de 6: 6 12 18 24 30 36 42 48 54
Múltiplos de 8: 8 16 24 32 40 48 56

Los múltiplos de un número son los resultados de multiplicar ese número por todos los números naturales (excepto 0).

El mínimo común múltiplo de 6 y 8 es el menor de los múltiplos comúnes, es decir, 24. Se expresa: MCM (6,8) = 24

Forma 2. Por descomposición en factores primos.

6	2
3	3
1	

$6 = 2 \times 3$

8	2
4	2
2	2
1	

$8 = 2 \times 2 \times 2$

Después de la descomposición en factores primos, se multiplican los factores comunes y no comunes de ambos números. El producto es el mínimo común múltiplo.

6 =	2				×	3			
8 =	2	×	2	×	2				
MCM (6,8) =	2	×	2	×	2	×	3	=	24

C Al menor de los múltiplos comunes de dos o más números se le llama **mínimo común múltiplo (MCM)**. Se puede encontrar el MCM por enumeración de múltiplos o por descomposición en factores primos.

Para encontrar el MCM por descomposición en factores primos: se descomponen los números en sus factores primos, se identifican los factores comunes y no comunes, y se multiplican estos factores.

E Encuentre el MCM de los siguientes incisos.

a. 6 y 9 b. 15 y 20 c. 8 y 12 d. 7 y 14 e. 12 y 18 f. 15 y 30

Solucionario de los ejercicios:

a.

6 =	2×3
9 =	3×3
MCM (6, 9) =	$2 \times 3 \times 3 = 18$

b.

15 =	3×5
20 =	$2 \times 2 \times 5$
MCM (15, 20) =	$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

c.

8 =	$2 \times 2 \times 2$
12 =	$2 \times 2 \times 3$
MCM (8, 12) =	$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

d.

7 =	7
14 =	2×7
MCM (7, 14) =	$2 \times 7 = 14$

e.

12 =	$2 \times 2 \times 3$
18 =	$2 \times 3 \times 3$
MCM (12, 18) =	$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

f.

15 =	3×5
30 =	$2 \times 3 \times 5$
MCM (15, 30) =	$2 \times 3 \times 5 = 30$

Fecha: dd – mm – aa
1-1-3 Mínimo común múltiplo (MCM)

(P) Encuentre el mínimo común múltiplo (MCM) de 6 y 8.

(S) Forma 1.

Múltiplos de 6: 6 12 18 24 30 36 42 48 54
Múltiplos de 8: 8 16 24 32 40 48 56

R: MCM (6, 8) = 24

Forma 2.

6	2
3	3
1	

$6 = 2 \times 3$

8	2
4	2
2	2
1	

$8 = 2 \times 2 \times 2$

6 =	2				×	3			
8 =	2	×	2	×	2				
MCM (6, 8) =	2	×	2	×	2	×	3	=	24

(C) Al menor de los múltiplos comunes de dos o más números se le llama mínimo común múltiplo (MCM).

(E) Encuentre el MCM utilizando la forma 2.
a. 6 y 9

6	2
3	3
1	

$6 = 2 \times 3$

9	3
3	3
1	

$9 = 3 \times 3$

6 =	2	×	3						
9 =			3	×	3				
MCM (6, 9) =	2	×	3	×	3	=	18		

Sección 1 Números naturales
Clase 4 Máximo común divisor (MCD)

Aprendizaje esperado:
Encuentra el máximo común divisor (MCD).

Sección 1 Números naturales
Clase 4 Máximo común divisor (MCD)

P Encuentre el máximo común divisor de 8 y 12.

S Para encontrar el máximo común divisor de 8 y 12, se puede aplicar una de las siguientes formas:

Forma 1. Por enumeración de divisores.

Divisores de 8: 1 2 4 8
Divisores de 12: 1 2 3 4 6 12

El máximo común divisor de 8 y 12 es el mayor de los divisores comunes, es decir, 4. Se expresa: MCD (8, 12) = 4

Un divisor es un número que divide a otro número exactamente.
Ejemplo:
9 ÷ 1 = 9
9 ÷ 3 = 3
9 ÷ 9 = 1

Los divisores de 9 son: 1, 3 y 9.

Forma 2. Por descomposición en factores primos.

8	2
4	2
2	2
1	

8 = 2 × 2 × 2

12	2
6	2
3	3
1	

12 = 2 × 2 × 3

Después de la descomposición en factores primos, se multiplican los factores comunes. El producto es el máximo común divisor.

8 =	2	×	2	×	2	
12 =	2	×	2	×	3	
MCD (8, 12) =	2	×	2	=	4	

C Al mayor de los divisores comunes de dos o más números se le llama **máximo común divisor (MCD)**. Se puede encontrar el MCD por enumeración de divisores o por descomposición en factores primos.

Para encontrar el MCD por descomposición en factores primos: se descomponen los números en sus factores primos, se identifican los factores comunes, y se multiplican estos factores.

E Encuentre el MCD de los siguientes incisos.
a. 6 y 9 b. 12 y 18 c. 12 y 24 d. 18 y 27 e. 24 y 36 f. 25 y 30

Solucionario de los ejercicios:

a.

6 =	2 × 3
9 =	3 × 3
MCD (6, 9) =	3 = 3

b.

12 =	2 × 2 × 3
18 =	2 × 3 × 3
MCD (12, 18) =	2 × 3 = 6

c.

12 =	2 × 2 × 3
24 =	2 × 2 × 2 × 3
MCD (12, 24) =	2 × 2 × 3 = 12

d.

18 =	2 × 3 × 3
27 =	3 × 3 × 3
MCD (18, 27) =	3 × 3 = 9

e.

24 =	2 × 2 × 2 × 3
36 =	2 × 2 × 3 × 3
MCD (24, 36) =	2 × 2 × 3 = 12

f.

25 =	5 × 5
30 =	2 × 3 × 5
MCD (25, 30) =	5 = 5

Fecha: dd – mm – aa
1-1-4 Máximo común divisor (MCD)

(P) Encuentre el máximo común divisor (MCD) de 8 y 12.

(S) Forma 1.

Divisores de 8: 1 2 4 8
Divisores de 12: 1 2 3 4 6 12

R: MCD (8, 12) = 4

Forma 2.

8	2
4	2
2	2
1	

8 = 2 × 2 × 2

12	2
6	2
3	3
1	

12 = 2 × 2 × 3

8 =	2	×	2	×	2	
12 =	2	×	2	×	3	
MCD (8, 12) =	2	×	2	=	4	

(C) Al mayor de los divisores comunes de dos o más números se le llama máximo común divisor (MCD).

(E) Encuentre el MCD utilizando la forma 2.
a. 6 y 9

6	2
3	3
1	

6 = 2 × 3

9	3
3	3
1	

9 = 3 × 3

6 =	2	×	3			
9 =			3	×	3	
MCD (6, 9) =			3	=	3	

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 1 Suma y resta de números decimales

Aprendizaje esperado:
Suma números decimales no negativos.
Resta números decimales no negativos donde la diferencia no es negativa.

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 1 Suma y resta de números decimales

P Calcule las siguientes expresiones.
a. 14.6 + 2.35
b. 36.4 − 2.18

S a.

$$\begin{array}{r} 1\,4.6 \\ +\ 2.3\,5 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 1\,4.6\,0 \\ +\ 2.3\,5 \\ \hline 1\,6.9\,5 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 3\,6.4 \\ -\ 2.1\,8 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 3\,6.4\,0 \\ -\ 2.1\,8 \\ \hline 3\,4.2\,2 \end{array}$$

Para sumar o restar decimales verticalmente:

Paso 1. Anote el primer sumando (o minuendo, en caso de la resta).
Paso 2. Anote el segundo sumando (o sustraendo) debajo del primer número, alineando verticalmente el punto decimal.
Paso 3. Sume o reste los números como en los números naturales. Si es necesario, se puede agregar 0, como se muestra a la izquierda.
Paso 4. En el resultado, mantenga alineado verticalmente el punto decimal.

C Para sumar y restar números decimales, se utiliza el mismo procedimiento que en los números naturales. Al efectuar la operación verticalmente, el punto decimal se mantiene en la misma posición.

E Calcule las siguientes expresiones.

a. 3.6 + 5.1
b. 9.7 − 4.2
c. 4.6 + 3.8
d. 6.3 − 2.2
e. 8.6 + 4.29
f. 8.4 − 3.16
g. 5.26 + 21.1
h. 73.48 − 3.28
i. 12.5 + 3.31
j. 18.7 − 5.62
k. 21.3 + 10.7
l. 24.2 − 13.1
m. 7.9 + 2.06
n. 33.7 − 31.53
o. 30.72 + 10.27
p. 27.77 − 7.77

Solucionario de los ejercicios:

a. $\begin{array}{r} 3.6 \\ +\ 5.1 \\ \hline 8.7 \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 9.7 \\ -\ 4.2 \\ \hline 5.5 \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 4.6 \\ +\ 3.8 \\ \hline 8.4 \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 6.3 \\ -\ 2.2 \\ \hline 4.1 \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 8.60 \\ +\ 4.29 \\ \hline 12.89 \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 8.40 \\ -\ 3.16 \\ \hline 5.24 \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 5.26 \\ +\ 21.10 \\ \hline 26.36 \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 73.48 \\ -\ 3.28 \\ \hline 70.2\not{0} \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 12.50 \\ +\ 3.31 \\ \hline 15.81 \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 18.70 \\ -\ 5.62 \\ \hline 13.08 \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 21.3 \\ +\ 10.7 \\ \hline 32.\not{0} \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 24.2 \\ -\ 13.1 \\ \hline 11.1 \end{array}$
m. $\begin{array}{r} 7.90 \\ +\ 2.06 \\ \hline 9.96 \end{array}$
n. $\begin{array}{r} 33.70 \\ -\ 31.53 \\ \hline 2.17 \end{array}$
o. $\begin{array}{r} 30.72 \\ +\ 10.27 \\ \hline 40.99 \end{array}$
p. $\begin{array}{r} 27.77 \\ -\ 7.77 \\ \hline 20.\not{0}\not{0} \end{array}$

Fecha: dd – mm – aa
1-2-1 Suma y resta de números decimales

Ⓟ Calcule.
a. 14.6 + 2.35
b. 36.4 − 2.18

Ⓢ a. Alinear verticalmente el punto decimal.

$$\begin{array}{r} 1\,4.6\,0 \\ +\ 2.3\,5 \\ \hline 1\,6.9\,5 \end{array}$$

b. Alinear verticalmente el punto decimal.

$$\begin{array}{r} 3\,6.4\,0 \\ -\ 2.1\,8 \\ \hline 3\,4.2\,2 \end{array}$$

Ⓔ Calcule.

e. 8.6 + 4.29

$$\begin{array}{r} 8.60 \\ +\ 4.29 \\ \hline 12.89 \end{array}$$

f. 8.4 − 3.16

$$\begin{array}{r} 8.40 \\ -\ 3.16 \\ \hline 5.24 \end{array}$$

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 2 Multiplicación y división de números decimales

Aprendizaje esperado:
Multiplica números decimales no negativos.
Divide números decimales no negativos.

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 2 Multiplicación y división de números decimales

P Calcule las siguientes expresiones.

a. 2.16×3.4
b. $8.84 \div 2.6$

S

a.

$$\begin{array}{r} 2.16 \\ \times\ \ 3.4 \\ \hline 864 \\ 648 \\ \hline 7.344 \end{array}$$

dos cifras decimales + una cifra decimal = tres cifras decimales

Paso 1. Escriba los números uno debajo del otro, alineados a la derecha.

Paso 2. Multiplique 2.16×3.4 como en los números naturales (sin tomar en cuenta los puntos decimales).

Paso 3. Encuentre el total de cifras decimales de ambos factores.

Paso 4. Coloque el punto decimal de acuerdo a las cifras decimales de ambos factores, contando de derecha a izquierda; en este caso, el punto está en la tercera posición.

b.

$$2,6\overline{)8,8\,4}$$

Paso 1. Prepare el cálculo de forma vertical.

Paso 2. Mueva el punto decimal en el divisor hacia la derecha para que el divisor sea un número entero.

$$2,6\overline{)8,8\,4} \quad \times 10$$

Paso 3. Mueva el punto decimal en el dividendo el mismo número de lugares que en el divisor.

$$2,6\overline{)8,8\,4} \quad \times 10 \times 10$$

Paso 4. Divida como en los números naturales.

$$\begin{array}{r} 3.4 \\ 26\overline{)88.4} \\ 78 \\ \hline 104 \\ 104 \\ \hline 000 \end{array}$$

Paso 5. Coloque el punto decimal directamente arriba del punto decimal en el dividendo.

C Para multiplicar números decimales, se utiliza el mismo procedimiento que en los números naturales y se coloca el punto decimal en la posición que el total de cifras decimales indica, contando de derecha a izquierda.
Para dividir un número decimal entre otro decimal, se convierte el divisor en un número natural, moviendo el punto decimal hacia la derecha hasta convertirlo en natural. Luego, se divide utilizando el mismo procedimiento que los números naturales.

E Calcule las siguientes expresiones.

a. 8.3×4.1 b. $7.2 \div 1.2$ c. 7.8×3.2 d. $3.22 \div 1.4$
e. 1.36×2.4 f. $9.75 \div 3.25$ g. 3.4×4.67 h. $29.61 \div 4.7$

Solucionario de los ejercicios:

a.
$$\begin{array}{r} 8.3 \\ \times\ \ 4.1 \\ \hline 83 \\ 332 \\ \hline 34.03 \end{array}$$

b.
$$1.2\overline{)7.2} \quad 6,\ 72,\ 00$$

c.
$$\begin{array}{r} 7.8 \\ \times\ \ 3.2 \\ \hline 156 \\ 234 \\ \hline 24.96 \end{array}$$

d.
$$1.4\overline{)3.22} \quad 2.3,\ 28,\ 42,\ 42,\ 00$$

e.
$$\begin{array}{r} 1.36 \\ \times\ \ 2.4 \\ \hline 544 \\ 272 \\ \hline 3.264 \end{array}$$

f.
$$3.25\overline{)9.75} \quad 3,\ 975,\ 000$$

g.
$$\begin{array}{r} 3.4 \\ \times\ \ 4.67 \\ \hline 238 \\ 204 \\ 136 \\ \hline 15.878 \end{array}$$

h.
$$4.7\overline{)29.61} \quad 6.3,\ 282,\ 141,\ 141,\ 000$$

Fecha: dd – mm – aa
1-2-2 Multiplicación y división de números decimales

(P) Calcule.
a. 2.16×3.4
b. $8.84 \div 2.6$

(S) a.

$$\begin{array}{r} 2.16 \\ \times\ \ 3.4 \\ \hline 864 \\ 648 \\ \hline 7.344 \end{array}$$

dos cifras decimales + una cifra decimal = tres cifras decimales

b.

$$\begin{array}{r} 3.4 \\ 2.6\overline{)8.84} \\ \times 10\ \ 78 \times 10 \\ \hline 104 \\ 104 \\ \hline 000 \end{array}$$

Coloque el punto decimal en la misma posición del punto del dividendo.

(E) Calcule.

a. 8.3×4.1

$$\begin{array}{r} 8.3 \\ \times\ \ 4.1 \\ \hline 83 \\ 332 \\ \hline 34.03 \end{array}$$

b. $7.2 \div 1.2$

$$1.2\overline{)7.2} \quad 6,\ \times 10\ 72 \times 10,\ 00$$

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 3 Suma y resta de fracciones

Aprendizaje esperado:
Suma fracciones no negativas.
Resta fracciones no negativas donde la diferencia no es negativa.

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 3 Suma y resta de fracciones

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$

b. $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$

Para sumar o restar fracciones de igual denominador, se suman o se restan los numeradores y se copia el denominador común.

Suma: $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ Resta: $\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$

S

a. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3\times 3}{3\times 4}+\frac{2\times 1}{2\times 6}$ (3× y 2× sobre cada término)

Se buscan fracciones equivalentes de acuerdo con el MCM de los denominadores, que den como resultado el mismo denominador para ambos sumandos. En este caso, el MCM de 4 y 6 es 12.

$=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}$

$=\frac{9+2}{12}$

$=\frac{11}{12}$

Se suman los numeradores y se copia el denominador común.

b. $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4\times 2}{4\times 3}-\frac{3\times 1}{3\times 4}$ (4× y 3× sobre cada término)

Se buscan fracciones equivalentes de acuerdo con el MCM de los denominadores, que den como resultado el mismo denominador para el minuendo y sustraendo. En este caso, el MCM de 3 y 4 es 12.

$=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}$

$=\frac{8-3}{12}$

$=\frac{5}{12}$

Se restan los numeradores y se copia el denominador común.

C Para sumar y restar fracciones con distinto denominador, se buscan fracciones equivalentes con igual denominador utilizando el MCM. Luego, se suman o restan los numeradores y se copia el denominador.

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ b. $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}$ d. $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}$

e. $\frac{2}{3}+\frac{4}{9}$ f. $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$ g. $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}$ h. $\frac{8}{9}-\frac{1}{6}$

Solucionario de los ejercicios:

a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2\times 2}{2\times 3}+\frac{3\times 1}{3\times 2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4+3}{6}=\frac{7}{6}$

b. $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{1\times 5}{1\times 6}-\frac{2\times 2}{2\times 3}=\frac{5}{6}-\frac{4}{6}=\frac{5-4}{6}=\frac{1}{6}$

c. $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}=\frac{7\times 1}{7\times 2}+\frac{2\times 5}{2\times 7}=\frac{7}{14}+\frac{10}{14}=\frac{7+10}{14}=\frac{17}{14}$

d. $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{3\times 2}{3\times 5}-\frac{5\times 1}{5\times 3}=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}=\frac{6-5}{15}=\frac{1}{15}$

e. $\frac{2}{3}+\frac{4}{9}=\frac{3\times 2}{3\times 3}+\frac{1\times 4}{1\times 9}=\frac{6}{9}+\frac{4}{9}=\frac{6+4}{9}=\frac{10}{9}$

f. $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{5\times 3}{5\times 4}-\frac{4\times 2}{4\times 5}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}=\frac{15-8}{20}=\frac{7}{20}$

g. $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}=\frac{4\times 5}{4\times 6}+\frac{3\times 1}{3\times 8}=\frac{20}{24}+\frac{3}{24}=\frac{20+3}{24}=\frac{23}{24}$

h. $\frac{8}{9}-\frac{1}{6}=\frac{2\times 8}{2\times 9}-\frac{3\times 1}{3\times 6}=\frac{16}{18}-\frac{3}{18}=\frac{16-3}{18}=\frac{13}{18}$

Fecha: dd – mm – aa

1-2-3 Suma y resta de fracciones

(P) Calcule.

a. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$

b. $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$

(S) a. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3\times 3}{3\times 4}+\frac{2\times 1}{2\times 6}$ (3× y 2× sobre cada término)

4: 2 × 2

6: 2 × 3

MCM = 2 × 2 × 3 = 12

$=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}$

$=\frac{9+2}{12}$

$=\frac{11}{12}$

b. $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4\times 2}{4\times 3}-\frac{3\times 1}{3\times 4}$ (4× y 3× sobre cada término)

$=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}$

$=\frac{8-3}{12}$

$=\frac{5}{12}$

(E) Calcule.

a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2\times 2}{2\times 3}+\frac{3\times 1}{3\times 2}$

$=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}$

$=\frac{4+3}{6}$

$=\frac{7}{6}$

b. $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{1\times 5}{1\times 6}-\frac{2\times 2}{2\times 3}$

$=\frac{5}{6}-\frac{4}{6}$

$=\frac{5-4}{6}$

$=\frac{1}{6}$

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 4 Multiplicación y división de fracciones

Aprendizaje esperado:
Multiplica fracciones no negativas.
Divide fracciones no negativas.

Sección 2 Operaciones con fracciones y decimales
Clase 4 Multiplicación y división de fracciones

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}$

S

a. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2\times1}{3\times2}$ Se multiplican los numeradores. Se multiplican los denominadores.

$=\frac{2}{6}$

$=\frac{1}{3}$ Se simplifica el resultado.

b. $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$ Se cambia la división a multiplicación invirtiendo el divisor.

$=\frac{3\times5}{7\times2}$ Se multiplican los numeradores. Se multiplican los denominadores.

$=\frac{15}{14}$

C Para encontrar el producto entre dos fracciones, se multiplica numerador por numerador, denominador por denominador y se simplifica el resultado.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Para dividir dos fracciones, se cambia la división por una multiplicación invirtiendo la segunda fracción (divisor), se resuelve la multiplicación y se simplifica el resultado.

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$
$$=\frac{a\times d}{b\times c}$$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}$ b. $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$ c. $\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}$ d. $\frac{7}{9}\div\frac{5}{6}$

e. $6\times\frac{2}{9}$ f. $5\div\frac{2}{3}$ g. $\frac{3}{5}\times4$ h. $\frac{6}{7}\div3$

Solucionario de los ejercicios:

a. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3\times3}{4\times5}=\frac{9}{20}$

b. $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{2\times4}{5\times3}=\frac{8}{15}$

c. $\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{5\times2}{6\times3}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$

d. $\frac{7}{9}\div\frac{5}{6}=\frac{7}{9}\times\frac{6}{5}=\frac{7\times6}{9\times5}=\frac{42}{45}=\frac{14}{15}$

e. $6\times\frac{2}{9}=\frac{6}{1}\times\frac{2}{9}=\frac{6\times2}{1\times9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

f. $5\div\frac{2}{3}=\frac{5}{1}\times\frac{3}{2}=\frac{5\times3}{1\times2}=\frac{15}{2}$

g. $\frac{3}{5}\times4=\frac{3}{5}\times\frac{4}{1}=\frac{3\times4}{5\times1}=\frac{12}{5}$

h. $\frac{6}{7}\div3=\frac{6}{7}\div\frac{3}{1}=\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{6\times1}{7\times3}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

Fecha: dd – mm – aa

1-2-4 Multiplicación y división de fracciones

Ⓟ Calcule.

a. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}$

Ⓢ a. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2\times1}{3\times2}$ Se multiplican los numeradores. Se multiplican los denominadores.

$=\frac{2}{6}$

$=\frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$ Se cambia la división a multiplicación invirtiendo el divisor.

$=\frac{3\times5}{7\times2}$

$=\frac{15}{14}$

Ⓒ Para encontrar el producto entre dos fracciones:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Para dividir dos fracciones:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$
$$=\frac{a\times d}{b\times c}$$

Ⓔ Calcule.

a. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3\times3}{4\times5}$

$=\frac{9}{20}$

b. $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$

$=\frac{2\times4}{5\times3}$

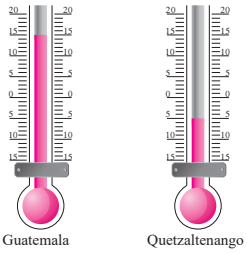
$=\frac{8}{15}$

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 1 Significado de números positivos y negativos

Aprendizaje esperado:
Representa una cantidad usando números positivos o negativos.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 1 Significado de números positivos y negativos

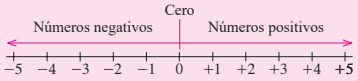
P En el mapa que está abajo se muestra la temperatura registrada en los departamentos de Guatemala y Quetzaltenango el 24 de enero de 2017. ¿Cuál fue la temperatura registrada en cada departamento?



S La temperatura registrada en el departamento de Guatemala fue de +15°C y se lee más 15 grados centígrados. La de Quetzaltenango fue de −5°C y se lee menos 5 grados centígrados.

C Las temperaturas sobre 0°C se representan con el signo + antes del número y las temperaturas debajo de 0°C se representan con el signo − antes del número.

A un número al que le antecede un signo + se le llama **número positivo** y a un número al que le antecede un signo − se le llama **número negativo**. Un número positivo se puede escribir con o sin un signo positivo (+).



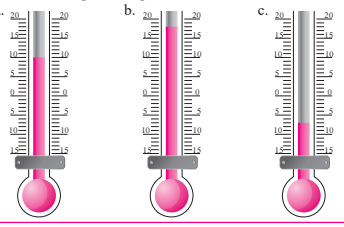
Cero no es un número positivo ni negativo.

E

1. Exprese las medidas de temperatura utilizando números positivos y negativos.
   a. 11°C arriba de los 0°C b. 3°C debajo de 0°C c. 8°C debajo de 0°C

2. Escriba la temperatura que marca cada termómetro.

a. b. c.



3. Clasifique los siguientes números en la tabla.

$+2, -7, +\frac{1}{3}, -2.5$

Negativos (−)		Positivos (+)
	0	

Solucionario de los ejercicios:

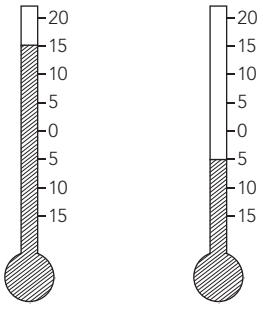
1. a. +11°C b. −3°C c. −8°C
2. a. +10°C b. +18°C c. −7°C
3.

Negativos (−)		Positivos (+)
$-7, -2.5$	0	$+2, +\frac{1}{3}$

Fecha: dd – mm – aa

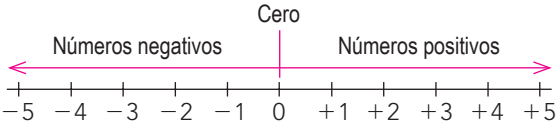
1-3-1 Significado de números positivos y negativos

(P) ¿Cuál fue la temperatura registrada en cada departamento?



(S) La temperatura registrada en Guatemala fue de +15°C (más 15 grados centígrados). La de Quetzaltenango fue de −5°C (menos 5 grados centígrados).

(C) A un número al que le antecede + se le llama número positivo y al que le antecede − se le llama número negativo.



Cero no es un número positivo ni negativo.

(E) 3. Clasifique los siguientes números en la tabla.

$+2, -7, +\frac{1}{3}, -2.5$

Negativos (−)		Positivos (+)
$-7, -2.5$	0	$+2, +\frac{1}{3}$

Cero no es un número positivo ni negativo.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 2 Números enteros en una recta numérica

Aprendizaje esperado:
Ubica un número entero en la recta numérica.
Escribe un número entero que está ubicado en la recta numérica usando signo positivo o negativo.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 2 Números enteros en una recta numérica

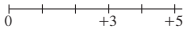
P

a. Ubique el número $+3$ en la recta numérica.

b. ¿Dónde se ubica el número -3?

S

a. Los números positivos se ubican a la derecha del punto 0. $+3$ se ubica 3 unidades a la derecha del 0.



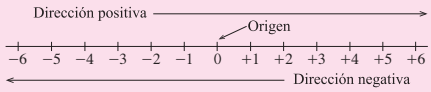
b. El número -3 se ubica 3 unidades a la izquierda de 0 sobre la recta numérica por ser un número negativo.

Los números negativos están a la izquierda de 0.

C

A los números $+1, +2, +3, \ldots$ se les llama números enteros positivos.
A los números $-1, -2, -3, \ldots$ se les llama números enteros negativos.
A los números enteros positivos, negativos y 0 se les llama enteros.

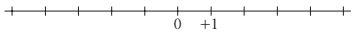
Los número enteros se pueden representar en la recta numérica de la siguiente forma:



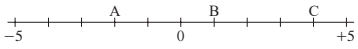
Al punto 0 en la recta numérica se le llama origen.
La dirección a la derecha en la recta numérica se dice que es la dirección positiva, y la dirección a la izquierda se dice que es la dirección negativa.

E

a. Ubique los siguientes números en la recta numérica: $+3, -5, -1, +5$.

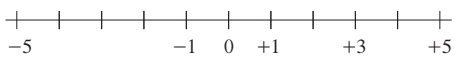


b. Escriba el número que corresponde a cada letra en la recta numérica.

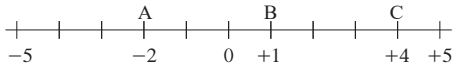


Solucionario de los ejercicios:

a.



b.



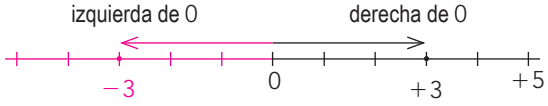
Fecha: dd – mm – aa

1-3-2 Números enteros en una recta numérica

Ⓟ a. Ubique el número $+3$ en la recta numérica.
b. ¿Dónde se ubica el número -3?

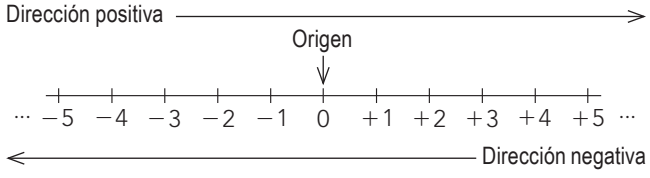
Ⓢ b. 3 unidades a la izquierda de 0

a. 3 unidades a la derecha de 0

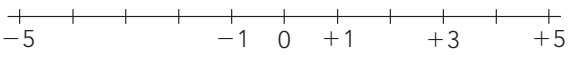


Los números negativos están a la izquierda de 0.

Ⓒ A los números $+1, +2, +3, \ldots$ se les llama números enteros positivos.
A los números $-1, -2, -3, \ldots$ se les llama números enteros negativos.
A los números enteros positivos, negativos y 0 se les llama enteros.



Ⓔ a. Ubique en la recta numérica: $+3, -5, -1, +5$.



Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 3 Fracciones en una recta numérica

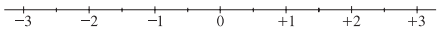
Aprendizaje esperado:
Ubica una fracción en la recta numérica.
Escribe una fracción que está ubicada en la recta numérica usando signo positivo o negativo.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 3 Fracciones en una recta numérica

P

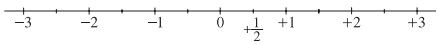
a. Ubique el número $+\frac{1}{2}$ en la recta numérica.

b. Ubique el número $-\frac{1}{2}$ en la recta numérica.

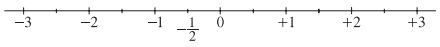


S

a. Los números positivos se ubican a la derecha del punto 0. Entonces, $+\frac{1}{2}$ se ubica $\frac{1}{2}$ unidades a la derecha del 0.



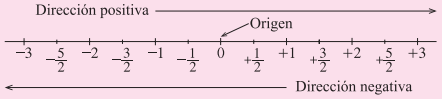
b. Los números negativos se ubican a la izquierda del punto 0. Entonces, $-\frac{1}{2}$ se ubica $\frac{1}{2}$ unidades a la izquierda de 0.



Los números negativos están a la izquierda de 0.

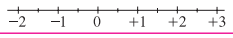
C

Las fracciones se pueden representar en la recta numérica de la siguiente forma:

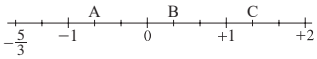


E

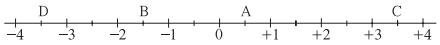
1. Ubique los siguientes números en la recta numérica: $+\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{5}{2}$.



2. Escriba la fracción que corresponde a cada letra en la recta numérica.

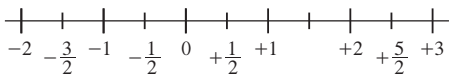


3. Escriba la fracción que corresponde a cada letra en la recta numérica.

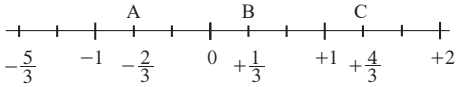


Solucionario de los ejercicios:

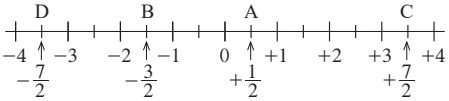
1.



2.



3.



Fecha: dd – mm – aa

1-3-3 Fracciones en una recta numérica

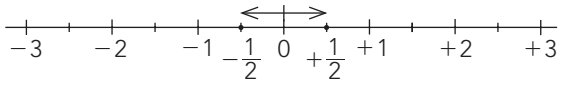
Ⓟ a. Ubique el número $+\frac{1}{2}$ en la recta numérica.

b. Ubique el número $-\frac{1}{2}$ en la recta numérica.

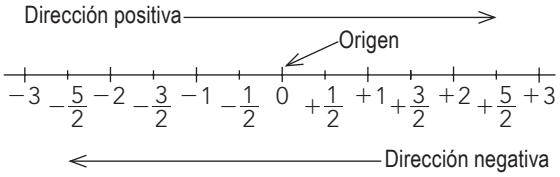
Ⓢ

b. $\frac{1}{2}$ unidades a la izquierda de 0

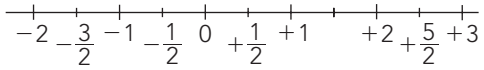
a. $\frac{1}{2}$ unidades a la derecha de 0



Ⓒ



Ⓔ 1. Ubique en la recta numérica: $+\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{5}{2}$.



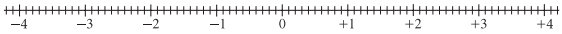
Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 4 Números decimales en una recta numérica

Aprendizaje esperado:
Ubica un número decimal en la recta numérica.
Escribe un número decimal que está ubicado en la recta numérica usando signo positivo o negativo.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 4 Números decimales en una recta numérica

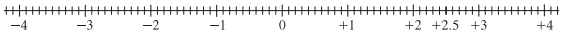
P

a. Ubique el número +2.5 en la recta numérica.
b. Ubique el número −2.5 en la recta numérica.

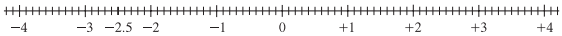


S

a. Los números positivos se ubican a la derecha del punto 0. Entonces, +2.5 está 2.5 unidades a la derecha del 0.



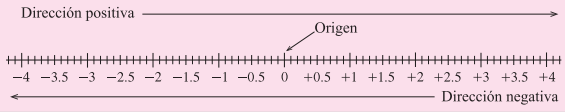
b. Los números negativos se ubican a la izquierda del punto 0. Entonces, −2.5 está 2.5 unidades a la izquierda del 0.



Los números negativos están a la izquierda de 0.

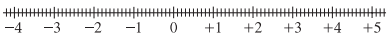
C

Los números decimales se pueden representar en la recta numerica de la siguiente forma:

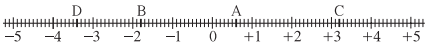


E

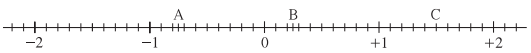
1. Ubique los siguientes números en la recta numérica: +1.2, − 3.5, − 2.1, + 4.2.



2. Escriba el número decimal que corresponde a cada letra en la recta numérica.

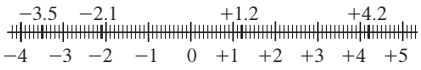


3. Escriba el número decimal que corresponde a cada letra en la recta numérica.

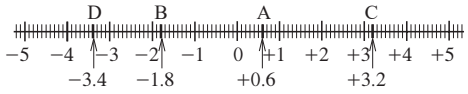


Solucionario de los ejercicios:

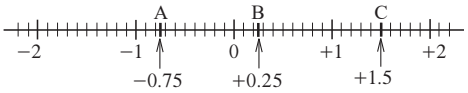
1.



2.



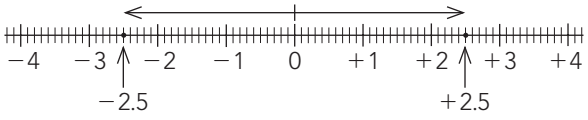
3.



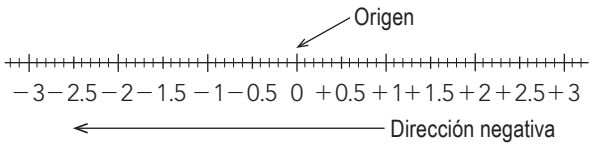
Fecha: dd – mm – aa
1-3-4 Números decimales en una recta numérica

Ⓟ a. Ubique el número +2.5 en la recta numérica.
b. Ubique el número −2.5 en la recta numérica.

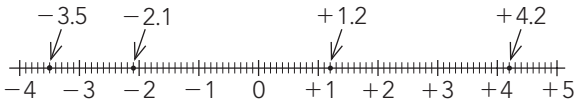
Ⓢ b. a.
2.5 unidades a la izquierda de 0 2.5 unidades a la derecha de 0



Ⓒ Dirección positiva



Ⓔ 1. Ubique en la recta numérica: +1.2, − 3.5, − 2.1, + 4.2.



Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 5 Números enteros en la vida cotidiana (1)

Aprendizaje esperado:
Expresa un número usando signo positivo o negativo basándose en el valor de referencia dado.

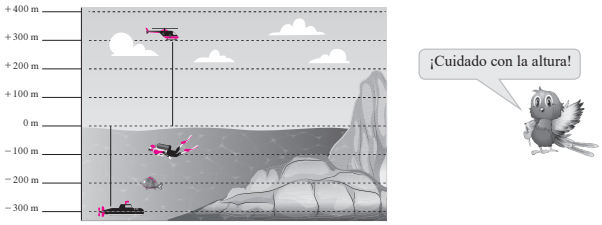
Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 5 Números enteros en la vida cotidiana (1)

P Observe la imagen. En ella se muestra la altura de distintos objetos con respecto al nivel del mar. Por ejemplo, la altura del helicóptero es de 300 m sobre el nivel del mar y se escribe como +300 m. El submarino está a 300 m debajo del nivel del mar y se escribe como −300 m.

a. Escriba la altura del punto más alto de la montaña con respecto al nivel del mar.

b. Escriba la altura del buzo con respecto al nivel del mar.

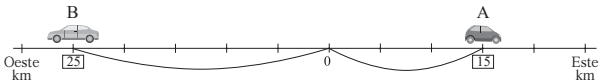
c. Escriba la altura del pez con respecto al nivel del mar.



S
a. El punto más alto de la montaña es de +200 m del nivel del mar.
b. El buzo está a −100 m del nivel del mar.
c. El pez está a −200 m del nivel del mar.

C Cuando se establece un punto de referencia, hay cantidades que tienen sentido contrario entre sí. Por tanto, se puede asignar a esas cantidades un valor positivo (+) o un valor negativo (−).

E
1. Se expresa como +15 km la posición del carro A que se ubica a 15 km hacia el Este del punto 0. ¿Cómo se expresa la posición del carro B que está a 25 km hacia el Oeste del punto 0?



Posición del carro B:_____ Posición del carro A: +15 km

2. Si en una carretera se establece que el punto de referencia es 0, la dirección hacia el Norte se expresa como positiva y la dirección al Sur se expresa como negativa, responda.
   a. ¿Cómo expresar la posición del punto A que está a 6 km al Norte de 0?
   b. ¿Cómo expresar la posición del punto B que está a 13 km al Sur de 0?
   c. Si un punto C está a −12 km, ¿en qué dirección está C del punto 0? y ¿a qué distancia?

3. Cuando 3 minutos después se expresa como +3 minutos, ¿cómo se expresan los siguientes momentos?
   a. 5 minutos después
   b. 7 minutos antes

Solucionario de los ejercicios:

1. −25 km
2. a. +6 km b. −13 km
   c. Dirección: Sur
   Distancia: 12 km
3. a. +5 minutos b. −7 minutos

Fecha: dd – mm – aa

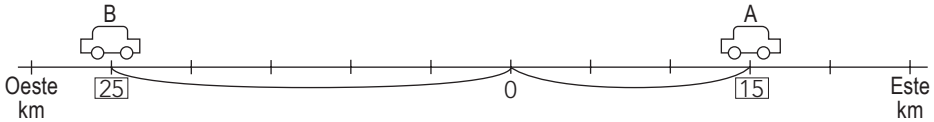
1-3-5 Números enteros en la vida cotidiana (1)

(P) ¿Cómo se representa respecto al nivel del mar?

(S) a. La altura del punto más alto de la montaña: +200 m
b. La altura del buzo: −100 m
c. La altura del pez: −200 m

(C) Cuando se establece un punto de referencia, hay cantidades que tienen sentido contrario entre sí. Por tanto, se puede asignar a esas cantidades un valor positivo (+) o un valor negativo (−).

(E) 1. Se expresa como +15 km la posición del carro A que se ubica a 15 km hacia el Este del punto 0. ¿Cómo se expresa la posición del carro B que está a 25 km hacia el Oeste del punto 0?



Posición del carro B: −25 km Posición del carro A: +15 km

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 6 Números enteros en la vida cotidiana (2)

Aprendizaje esperado:
Expresa un número usando signo positivo o negativo basándose en el valor de referencia dado.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 6 Números enteros en la vida cotidiana (2)

P1 El administrador de la ciudad maya Iximché tiene como meta recibir 200 visitantes por día. La tabla muestra el número de visitantes de la semana pasada.

Complete la tabla con la diferencia entre el número de visitantes y la meta.

Si el número de visitantes es mayor que la meta, indique la diferencia como un número positivo.
Si el número de visitantes es menor que la meta, indique la diferencia como un número negativo.

Días	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Visitantes	150	75	250	192	200	240
Diferencia con la meta						

10 más que la meta se expresa como +10.
4 menos que la meta se expresa como −4.

S1

Días	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Visitantes	150	75	250	192	200	240
Diferencia con la meta	−50	−125	+50	−8	0	+40

P2 Exprese con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia.

a. 6 lb menos del "peso ideal"
b. 15 personas más de "las esperadas"
c. 3 minutos antes del "tiempo actual"
d. 5 quetzales menos de la "cantidad que se tenía"

S2 Utilice números negativos para expresar cantidades con propiedades opuestas.

a. −6 lb b. +15 personas c. −3 minutos d. −5 quetzales

En la vida cotidiana se utilizan números positivos o negativos para representar cantidades opuestas.

C Cuando se utilizan cantidades mayores o menores a una cantidad de referencia, se pueden utilizar números positivos o negativos. Si las cantidades son mayores a la cantidad de referencia, se utilizan números positivos, y si son menores, se utilizan números negativos.

E

1. Un fabricante de vestuario tiene como meta producir 250 pantalones por día. Complete la siguiente tabla, tomando como positiva la cantidad que sobrepasa la meta.

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Pantalones	275	234	215	300	255
Diferencia con la meta					

2. Exprese con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia.
   a. 5 horas después del "tiempo actual"
   b. 10 personas menos de "las esperadas"
   c. 2 lb más del "peso ideal"

Solucionario de los ejercicios:

1.

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Pantalones	275	234	215	300	255
Diferencia con la meta	+25	−16	−35	+50	+5

2. a. +5 horas b. −10 personas c. +2 lb

Fecha: dd – mm – aa

1-3-6 Números enteros en la vida cotidiana (2)

P1 El administrador de la ciudad maya Iximché tiene como meta recibir 200 visitantes por día. Complete la tabla con la diferencia entre el número de visitantes y la meta.
Mayor que la meta: indique la diferencia como número positivo.
Menor que la meta: indique la diferencia como número negativo.

S1

Días	M	M	J	V	S	D
Visitantes	150	75	250	192	200	240
Diferencia con la meta	−50	−125	+50	−8	0	+40

P2 Exprese con un número positivo o negativo.

S2 a. 6 lb menos del "peso ideal": −6 lb
b. 15 personas más de "las esperadas": +15 personas
c. 3 minutos antes del "tiempo actual": −3 minutos
d. 5 quetzales menos de la "cantidad que se tenía": −5 quetzales

C Si las cantidades son mayores a la cantidad de referencia, se utilizan números positivos, y si son menores, se utilizan números negativos.

E 1. Tomando como meta producir 250 pantalones por día, complete la tabla.

Días	L	M	M	J	V
Pantalones	275	234	215	300	255
Diferencia con la meta	+25	−16	−35	+50	+5

2. Exprese la diferencia respecto a la cantidad de referencia.
a. 5 horas después del "tiempo actual".
R: +5 horas
b. 10 personas menos de "las esperadas".
R: −10 personas
c. 2 lb más del "peso ideal".
R: +2 lb

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 7 Valor absoluto de un número entero

Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor absoluto de un número.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 7 Valor absoluto de un número entero

P

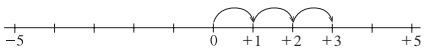
Con base en una recta numérica, responda.

a. ¿Cuál es la distancia entre 0 y + 3?

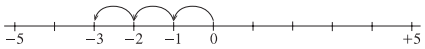
b. ¿Cuál es la distancia entre 0 y − 3?

S

a. Hay 3 unidades entre 0 y + 3.



b. Hay 3 unidades entre 0 y − 3.



C

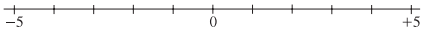
A la distancia que hay entre 0 y un número se le llama **valor absoluto**. Se expresa por medio del símbolo "| |".

|+ 3 | significa que la distancia entre 0 y + 3 es 3 unidades. Entonces, |+ 3 |= 3
|− 3 | significa que la distancia entre 0 y − 3 es 3 unidades. Entonces, |− 3 |= 3

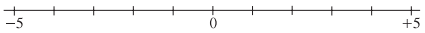
A los números como − 2 y + 2, que tienen igual distancia con respecto a 0, se les llama **números opuestos**.

E

1. ¿Cuál es la distancia entre 0 y − 4? Utilice la recta numérica.



2. ¿Cuál es la distancia entre 0 y + 5? Utilice la recta numérica.

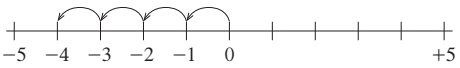


3. Encuentre el valor de los siguientes números.

a. |− 8 | b. |+ 10 | c. |− 7 | d. |+ 7 |

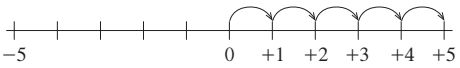
Solucionario de los ejercicios:

1.



R: 4 unidades

2.



R: 5 unidades

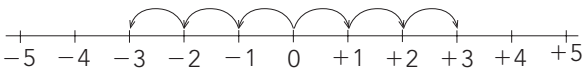
3. a. |− 8 |= 8 b. |+ 10 |= 10 c. |− 7 |= 7
d. |+ 7 |= 7

Fecha: dd – mm – aa

1-3-7 Valor absoluto de un número entero

Ⓟ Con base en una recta numérica:
a. ¿Cuál es la distancia entre 0 y + 3?
b. ¿Cuál es la distancia entre 0 y − 3?

Ⓢ



a. Hay 3 unidades entre 0 y + 3.
b. Hay 3 unidades entre 0 y − 3.

Ⓒ A la distancia entre 0 y un número se le llama valor absoluto y se expresa por "| |".
|+ 3 |= 3
|− 3 |= 3

Ⓔ 3. Encuentre el valor.
a. |− 8 |= 8
b. |+ 10 |= 10

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 8 Comparación de números enteros

Aprendizaje esperado:
Compara números enteros.

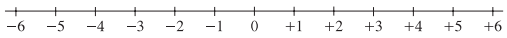
Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 8 Comparación de números enteros

P

a. ¿Cuál de los números, +3 o +5, está más a la derecha en la recta numérica?

b. ¿Cuál de ellos es el mayor?

c. ¿Cuál de los números, −1 o −5, es mayor?



S

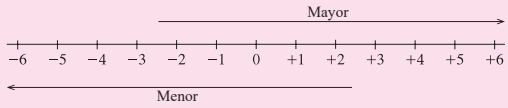
a. +5 está más a la derecha que +3.

b. El mayor es +5.

c. −1 está más a la derecha que −5 en la recta numérica. Por tanto, −1 es mayor.

C

En los números positivos, el que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.
Si se extiende la idea a los números negativos, el número que está a la derecha en la recta numérica es mayor.



Los símbolos "$>$" (mayor que) y "$<$" (menor que) son utilizados para expresar una relación de orden entre dos números. A ellos se les llama **signos de desigualdad**.

Ejemplo:

−2 se encuentra más a la derecha que −5 en la recta numérica. Por tanto, −2 es mayor que −5. Esta relación de orden se expresa como $-2 > -5$, y se lee "−2 es mayor que −5".

Otra forma de expresar esta relación es: −5 se encuentra más a la izquierda que −2 en la recta numérica. Por tanto, −5 es menor que −2. Esta relación se expresa como $-5 < -2$, y se lee "−5 es menor que −2".

E

1. Compare los siguientes pares de números y escriba $>$ o $<$ donde corresponda.
   a. $+4 \square -6$ b. $-6 \square -3$ c. $+5 \square -2$ d. $-5 \square +5$ e. $-4 \square 0$
2. Identifique el número mayor de cada par de números.
   a. +3, −8 b. −3, −1 c. −1, 0 d. −4, −2 e. +2, −5
3. Ordene los siguientes números de menor a mayor.
   a. −3, +2, −5, +1 b. +3, −4, −1, 0, +1 c. +4, +2, −3, −1, −4

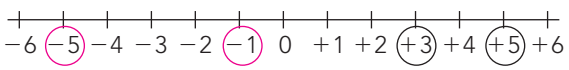
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $+4 > -6$ b. $-6 < -3$
   c. $+5 > -2$ d. $-5 < +5$
   e. $-4 < 0$
2. a. +3 b. −1
   c. 0 d. −2
   e. +2
3. a. −5, −3, +1, +2 b. −4, −1, 0, +1, +3
   c. −4, −3, −1, +2, +4

Fecha: dd – mm – aa

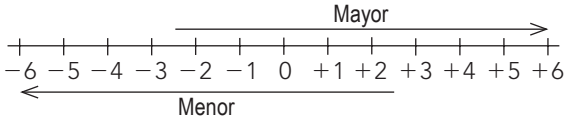
1-3-8 Comparación de números enteros

Ⓟ a. ¿Cuál está más a la derecha en la recta numérica, +3 o +5?
b. ¿Cuál de ellos es el mayor?
c. ¿Cuál es mayor, −1 o −5?

Ⓢ 

a. +5 está más a la derecha que +3.
b. El mayor es +5.
c. −1 está más a la derecha que −5. Por tanto, −1 es mayor.

Ⓒ El número que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.



A los símbolos $>$ (mayor que) y $<$ (menor que) se les llama signos de desigualdad.

Ejemplo:

−2 se encuentra más a la derecha que −5 en la recta numérica. Se expresa como $-2 > -5$ y se lee "−2 es mayor que −5".

(Otra forma de expresar esta relación)
−5 se encuentra más a la izquierda que −2 en la recta numérica. Se expresa como $-5 < -2$ y se lee "−5 es menor que −2".

Ⓔ 1. Compare los números y escriba $>$ o $<$.

a. $+4 > -6$

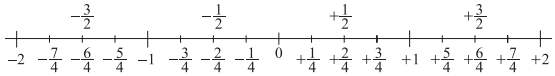
b. $-6 < -3$

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 9 Comparación de fracciones

Aprendizaje esperado:
Compara fracciones.

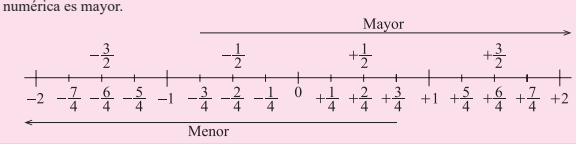
Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 9 Comparación de fracciones

(P) a. ¿Cuál de los números, $+\frac{1}{2}$ o $+\frac{1}{4}$, está más a la derecha en la recta numérica?
b. ¿Cuál de ellos es el mayor?
c. ¿Cuál de los números, $-\frac{1}{2}$ o $-\frac{1}{4}$, es mayor?



(S) a. $+\frac{1}{2}$ está más a la derecha que $+\frac{1}{4}$.
b. El mayor es $+\frac{1}{2}$.
c. $-\frac{1}{4}$ está más a la derecha que $-\frac{1}{2}$ en la recta numérica. Por tanto, $-\frac{1}{4}$ es el mayor.

(C) En los números positivos, el que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.
Si se extiende la idea a los números negativos, el número que está a la derecha en la recta numérica es mayor.



Ejemplo:

$-\frac{1}{4}$ se encuentra más a la derecha que $-\frac{1}{2}$ en la recta numérica. Por tanto, $-\frac{1}{4}$ es mayor que $-\frac{1}{2}$. Esta relación de orden se expresa como $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{2}$, y se lee "$-\frac{1}{4}$ es mayor que $-\frac{1}{2}$".

Otra forma de expresar esta relación es: $-\frac{1}{2}$ se encuentra más a la izquierda que $-\frac{1}{4}$ en la recta numérica. Por tanto, $-\frac{1}{2}$ es menor que $-\frac{1}{4}$. Esta relación de orden se expresa como $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$, y se lee "$-\frac{1}{2}$ es menor que $-\frac{1}{4}$".

(E) 1. Compare los siguientes pares de números y escriba $>$ o $<$ donde corresponda.
a. $+\frac{1}{4} \square +\frac{3}{4}$ b. $-\frac{1}{2} \square -\frac{3}{4}$ c. $+\frac{1}{2} \square -\frac{1}{4}$ d. $-\frac{3}{2} \square +\frac{3}{2}$ e. $-\frac{1}{2} \square 0$

2. Identifique el número mayor de cada par de números.
a. $+\frac{1}{5}, +\frac{1}{2}$ b. $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}$ c. $-\frac{3}{4}, 0$ d. $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$ e. $+\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}$

3. Ordene los siguientes números de menor a mayor.
a. $-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, +\frac{1}{4}$ b. $+\frac{3}{5}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, 0, +\frac{1}{5}$ c. $+\frac{3}{2}, +\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}$

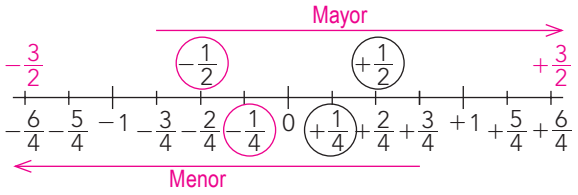
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $+\frac{1}{4} \boxed{<} +\frac{3}{4}$ b. $-\frac{1}{2} \boxed{>} -\frac{3}{4}$
   c. $+\frac{1}{2} \boxed{>} -\frac{1}{4}$ d. $-\frac{3}{2} \boxed{<} +\frac{3}{2}$
   e. $-\frac{1}{2} \boxed{<} 0$
2. a. $+\frac{1}{2}$ b. $-\frac{1}{6}$
   c. 0 d. $-\frac{1}{3}$
   e. $+\frac{4}{5}$
3. a. $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, +\frac{1}{4}, +\frac{1}{2}$
   b. $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, +\frac{1}{5}, +\frac{3}{5}$
   c. $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, +\frac{1}{4}, +\frac{3}{2}$

Fecha: dd – mm – aa
1-3-9 Comparación de fracciones

(P) a. ¿Cuál está más a la derecha en la recta numérica, $+\frac{1}{2}$ o $+\frac{1}{4}$?
b. ¿Cuál de ellos es el mayor?
c. ¿Cuál es mayor, $-\frac{1}{2}$ o $-\frac{1}{4}$?

(S)



a. $+\frac{1}{2}$ está más a la derecha que $+\frac{1}{4}$.
b. El mayor es $+\frac{1}{2}$.
c. $-\frac{1}{4}$ está más a la derecha que $-\frac{1}{2}$. Por tanto, $-\frac{1}{4}$ es el mayor.

(C) El número que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.

Ejemplo:
$-\frac{1}{4}$ se encuentra más a la derecha que $-\frac{1}{2}$ en la recta numérica. Se expresa como $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{2}$ y se lee "$-\frac{1}{4}$ es mayor que $-\frac{1}{2}$".

(Otra forma de expresar esta relación)
$-\frac{1}{2}$ se encuentra más a la izquierda que $-\frac{1}{4}$ en la recta numérica. Se expresa como $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$ y se lee "$-\frac{1}{2}$ es menor que $-\frac{1}{4}$".

(E) 1. Compare los números y escriba $>$ o $<$.
a. $+\frac{1}{4} \boxed{<} +\frac{3}{4}$ b. $-\frac{1}{2} \boxed{>} -\frac{3}{4}$ c. $+\frac{1}{2} \boxed{>} -\frac{1}{4}$

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 10 Comparación de números decimales

Aprendizaje esperado:
Compara números decimales.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 10 Comparación de números decimales

P

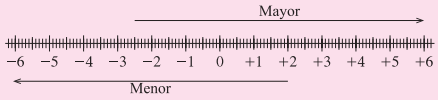
a. ¿Cuál de los números, $+1.4$ o $+5.3$, está más a la derecha en la recta numérica?
b. ¿Cuál de ellos es el mayor?
c. ¿Cuál de los números, -1.4 o -5.3, es mayor?

S

a. El número $+5.3$ está más a la derecha que $+1.4$.
b. El mayor es $+5.3$.
c. El número -1.4 está más a la derecha que -5.3 en la recta numérica. Por tanto, -1.4 es el mayor.

C

En los números positivos, el que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.
Si se extiende la idea a los números negativos, el número que está a la derecha en la recta numérica es mayor.



Ejemplo:

-1.4 se encuentra más a la derecha que -5.3 en la recta numérica. Por tanto, -1.4 es mayor que -5.3. Esta relación de orden se expresa como $-1.4 > -5.3$, y se lee "-1.4 es mayor que -5.3".

Otra forma de expresar esta relación es: -5.3 se encuentra más a la izquierda que -1.4 en la recta numérica. Por tanto, -5.3 es menor que -1.4. Esta relación de orden se expresa como $-5.3 < -1.4$, y se lee "-5.3 es menor que -1.4".

E

1. Compare los siguientes pares de números y escriba $>$ o $<$ donde corresponda.
   a. $+2.6 \square +4.1$ b. $-5.2 \square -3.6$ c. $+1.8 \square -2.2$
   d. $-4.5 \square +4.5$ e. $-3.4 \square 0$
2. Identifique el número mayor de cada par de números.
   a. $+3.8, +8.3$ b. $-2.6, -1.5$ c. $-6.2, 0$
   d. $-4.4, +3.3$ e. $+5.2, -7.6$
3. Ordene los siguientes números decimales de menor a mayor.
   a. $-1.8, +3.1, -5.3, +6.8$ b. $+7.1, -4.2, -2.9, 0, +7.8$
   c. $+5.6, +4.7, -4.7, -1.2, -8.5$

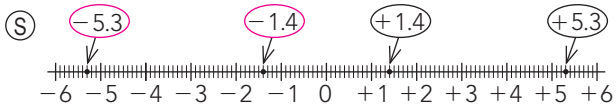
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $+2.6 < +4.1$ b. $-5.2 < -3.6$
   c. $+1.8 > -2.2$ d. $-4.5 < +4.5$
   e. $-3.4 < 0$
2. a. $+8.3$ b. -1.5
   c. 0 d. $+3.3$
   e. $+5.2$
3. a. $-5.3, -1.8, +3.1, +6.8$
   b. $-4.2, -2.9, 0, +7.1, +7.8$
   c. $-8.5, -4.7, -1.2, +4.7, +5.6$

Fecha: dd – mm – aa
1-3-10 Comparación de números decimales

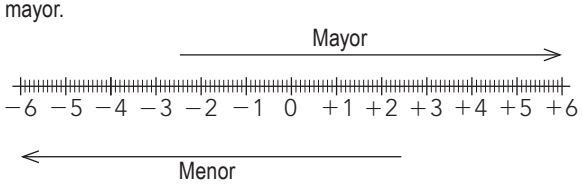
Ⓟ a. ¿Cuál está más a la derecha en la recta numérica, $+1.4$ o $+5.3$?
b. ¿Cuál de ellos es el mayor?
c. ¿Cuál es mayor, -1.4 o -5.3?

Ⓢ



a. $+5.3$ está más a la derecha que $+1.4$.
b. El mayor es $+5.3$.
c. -1.4 está más a la derecha que -5.3. Por tanto, -1.4 es mayor.

Ⓒ El número que está más a la derecha en la recta numérica es mayor.



Ejemplo:
-1.4 se encuentra más a la derecha que -5.3 en la recta numérica. Se expresa como $-1.4 > -5.3$ y se lee "-1.4 es mayor que -5.3".

(Otra forma de expresar esta relación)
-5.3 se encuentra más a la izquierda que -1.4 en la recta numérica. Se expresa como $-5.3 < -1.4$ y se lee "-5.3 es menor que -1.4".

Ⓔ 1. Compare los números y escriba $>$ o $<$.
a. $+2.6 < +4.1$ b. $-5.2 < -3.6$ c. $+1.8 > -2.2$

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 11 Desplazamiento en una recta numérica

Aprendizaje esperado:
Encuentra un número mayor o menor que el número dado utilizando desplazamientos en la recta numérica.

Sección 3 Números positivos y negativos
Clase 11 Desplazamiento en una recta numérica

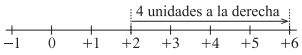
P

Con base en una recta numérica, responda.

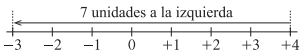
a. ¿Qué número es 4 unidades mayor que +2?
b. ¿Qué número es 7 unidades menor que +4?
c. ¿Cuántas unidades es menor −5 con respecto a +2?
d. ¿Cuántas unidades es mayor +6 con respecto a +2?

S

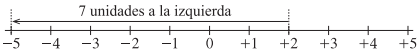
a. El número que es 4 unidades mayor que +2, es el número que se ubica 4 unidades a la derecha de +2. El número es +6.



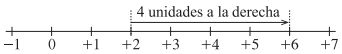
b. El número que es 7 unidades menor que +4, es el número que se ubica 7 unidades a la izquierda de +4. El número es −3.



c. De +2 para llegar a −5 hay 7 unidades a la izquierda, tal como se muestra en la recta numérica. −5 es 7 unidades menor que +2.



d. De +2 para llegar a +6, hay 4 unidades a la derecha, tal como se muestra en la recta numérica. +6 es 4 unidades mayor que +2.

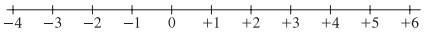


C

Utilizando la posición de un número y su desplazamiento de izquierda a derecha o de derecha a izquierda en la recta numérica, se pueden encontrar números mayores o menores que un número dado.

E

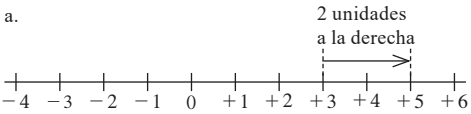
1. Con base en una recta numérica, responda.
   a. ¿Qué número es 2 unidades mayor que +3?
   b. ¿Qué número es 4 unidades menor que +1?
   c. ¿Cuántas unidades es menor −3 con respecto a +3?



2. Responda sin utilizar la recta numérica.
   a. ¿Cuántas unidades es mayor +9 con respecto a +3?
   b. ¿Cuántas unidades es mayor −1 con respecto a −5?
   c. ¿Cuántas unidades es menor −2 con respecto a +2?

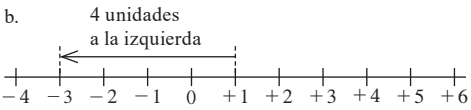
Solucionario de los ejercicios:

1. a.



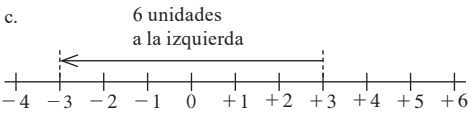
R: +5

b.



R: −3

c.



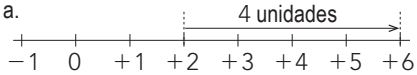
R: 6 unidades

2. a. 6 unidades b. 4 unidades c. 4 unidades

Fecha: dd – mm – aa
1-3-11 Desplazamiento en una recta numérica

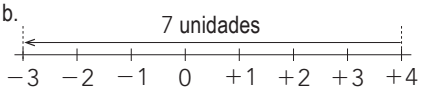
(P) a. ¿Qué número es 4 unidades mayor que +2?
b. ¿Qué número es 7 unidades menor que +4?
c. ¿Cuántas unidades es menor −5 con respecto a +2?
d. ¿Cuántas unidades es mayor +6 con respecto a +2?

(S) a.



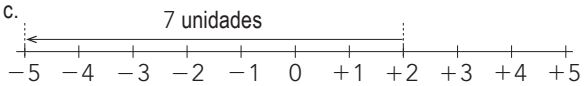
R: +6

b.



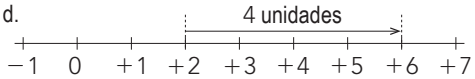
R: −3

c.



R: 7 unidades

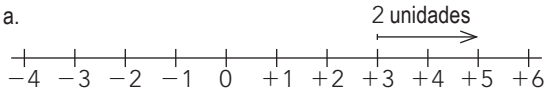
d.



R: 4 unidades

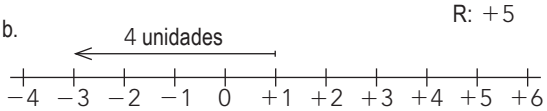
(E) 1. a. ¿Qué número es 2 unidades mayor que +3?
b. ¿Qué número es 4 unidades menor que +1?
c. ¿Cuántas unidades es menor −3 con respecto a +3?

a.



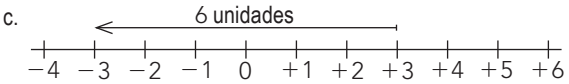
R: +5

b.



R: −3

c.



R: 6 unidades

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 1 Suma de números con signos iguales

Aprendizaje esperado:
Suma números enteros con signos iguales.

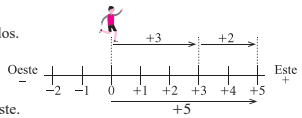
Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 1 Suma de números con signos iguales

P Considere que un movimiento hacia el Este se expresa como positivo y un movimiento hacia el Oeste se expresa como negativo.

a. Juan sale de su casa y avanza 3 km hacia el Este, toma un descanso y luego avanza 2 km en la misma dirección. ¿En qué posición se encuentra Juan en relación a su punto de salida? Exprese su posición utilizando números positivos o negativos.

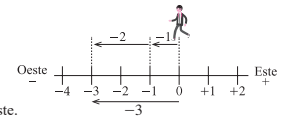
b. Mario sale de la escuela y se dirige a su casa, recorre 1 km hacia el Oeste, se detiene un momento y luego avanza 2 km en la misma dirección. ¿En qué posición se encuentra Mario en relación a su punto de salida? Exprese su posición utilizando números positivos o negativos.

S a. $(+3)+(+2)=+(3+2)$ Se antepone el signo común de los sumandos.
$=+5$



Respuesta: Juan se encuentra a 5 km hacia el Este.

b. $(-1)+(-2)=-(1+2)$ Se antepone el signo común de los sumandos.
$=-3$



Respuesta: Mario se encuentra a 3 km hacia el Oeste.

C Para sumar dos números con el mismo signo:

Paso 1. Se antepone el signo común de ambos sumandos.
Paso 2. Se suma el valor absoluto de los números.

Signo común: $(+3)+(+2)=+(3+2)$ (3+2): Suma
Signo común: $(-1)+(-2)=-(1+2)$ (1+2): Suma

Ejemplo:

a. Signo común: $(+3)+(+5)=+(3+5)$ (3+5): Suma
$=+8$

b. Signo común: $(-3)+(-5)=-(3+5)$ (3+5): Suma
$=-8$

E 1. Complete los espacios expresados como ◯ con los signos y como ▭ con los números que corresponden.

a. $(+3)+(+4)=\bigcirc(\square+\square)$
$=\bigcirc\square$

b. $(-6)+(-1)=\bigcirc(\square+\square)$
$=\bigcirc\square$

2. Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+4)+(+6)$	b. $(-2)+(-5)$	c. $(+2)+(+7)$	d. $(-8)+(-4)$
e. $(+8)+(+2)$	f. $(-6)+(-8)$	g. $(+6)+(+9)$	h. $(-9)+(-4)$
i. $(+5)+(+6)$	j. $(-7)+(-3)$	k. $(+6)+(+7)$	l. $(-8)+(-9)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+3)+(+4)=\oplus(\boxed{3}+\boxed{4})$
$=\oplus\boxed{7}$

b. $(-6)+(-1)=\ominus(\boxed{6}+\boxed{1})$
$=\ominus\boxed{7}$

2. a. $(+4)+(+6)=+(4+6)$
$=+10$

b. $(-2)+(-5)=-(2+5)$
$=-7$

c. $(+2)+(+7)=+(2+7)$
$=+9$

d. $(-8)+(-4)=-(8+4)$
$=-12$

e. $(+8)+(+2)=+(8+2)$
$=+10$

f. $(-6)+(-8)=-(6+8)$
$=-14$

g. $(+6)+(+9)=+(6+9)$
$=+15$

h. $(-9)+(-4)=-(9+4)$
$=-13$

i. $(+5)+(+6)=+(5+6)$
$=+11$

j. $(-7)+(-3)=-(7+3)$
$=-10$

k. $(+6)+(+7)=+(6+7)$
$=+13$

l. $(-8)+(-9)=-(8+9)$
$=-17$

Fecha: dd – mm – aa

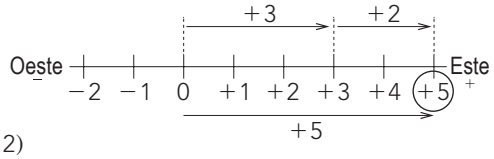
1-4-1 Suma de números con signos iguales

(P) Exprese su posición utilizando números positivos o negativos. Considere un movimiento hacia el Este como positivo.

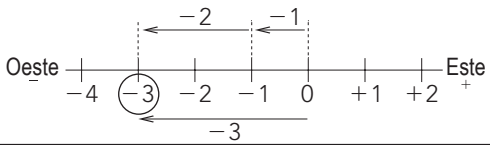
a. Juan avanza 3 km al Este, luego 2 km en la misma dirección. ¿En qué posición se encuentra Juan en relación a su punto de salida?

b. Mario recorre 1 km al Oeste y luego 2 km en la misma dirección. ¿En qué posición se encuentra Mario en relación a su punto de salida?

(S) a. $(+3)+(+2)=+(3+2)$ Se antepone el signo común.
$=+5$
R: Juan se encuentra a 5 km hacia el Este.



b. $(-1)+(-2)=-(1+2)$
$=-3$
R: Mario se encuentra a 3 km hacia el Oeste.



(C) Para sumar dos números con el mismo signo, se antepone el signo común y se suma el valor absoluto de los números.

Ejemplo:

a. Signo común: $(+3)+(+5)=+(3+5)$ (3+5): Suma
$=+8$

b. Signo común: $(-3)+(-5)=-(3+5)$ (3+5): Suma
$=-8$

(E) 2. Calcule.

a. $(+4)+(+6)=+(4+6)$
$=+10$

b. $(-2)+(-5)=-(2+5)$
$=-7$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 2 Suma de números con signos diferentes

Aprendizaje esperado:
Suma números enteros con signos diferentes.

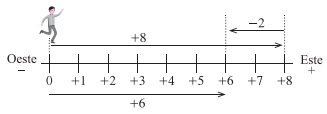
Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 2 Suma de números con signos diferentes

(P) Considere que un movimiento hacia el Este se expresa como positivo y un movimiento hacia el Oeste se expresa como negativo.

a. Carlos sale del parque y viaja 8 km hacia el Este, descansa y luego regresa 2 km hacia el Oeste. ¿En qué dirección y posición se encuentra Carlos a partir de su salida del parque?

b. Karina sale de su casa y avanza 3 km hacia el Este, descansa y luego regresa 7 km hacia el Oeste. ¿En qué dirección y posición se encuentra Karina a partir de la salida de su casa?

(S) a. $(+8)+(-2)$

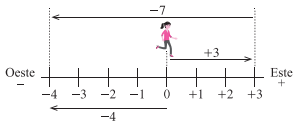


Compruebe la respuesta gráfica restando los valores absolutos de los números. Reste el número con menor valor absoluto del número con mayor valor absoluto.

$(+8)+(-2)=+(8-2)$ Se antepone el signo del número con mayor valor absoluto: $|+8|>|-2|$.
$=+6$

Respuesta: Carlos se encuentra a $+6$ km del parque.

b. $(+3)+(-7)$



$(+3)+(-7)=-(7-3)$ Se antepone el signo del número con mayor valor absoluto: $|-7|>|+3|$.
$=-4$

Respuesta: Karina se encuentra a -4 km de su casa.

(C) Para sumar dos números enteros con signos diferentes:

Paso 1. Se escribe el signo del número con mayor valor absoluto.
Paso 2. Se resta el número con menor valor absoluto del número con mayor valor absoluto.

Signo del número con mayor valor absoluto: $(+8)+(-2)=+(8-2)$ Resta
Signo del número con mayor valor absoluto: $(+3)+(-7)=-(7-3)$ Resta

Ejemplo:

a. Signo del número con mayor valor absoluto: $(-9)+(+4)=-(9-4)$ Resta
$=-5$

b. Signo del número con mayor valor absoluto: $(-3)+(+5)=+(5-3)$ Resta
$=+2$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+3)+(-4)=\ominus(\boxed{4}-\boxed{3})$
$=\ominus\boxed{1}$

b. $(-1)+(+4)=\oplus(\boxed{4}-\boxed{1})$
$=\oplus\boxed{3}$

2. a. $(+5)+(-2)=+(5-2)$
$=+3$

b. $(-6)+(+5)=-(6-5)$
$=-1$

c. $(+7)+(-9)=-(9-7)$
$=-2$

d. $(-4)+(+8)=+(8-4)$
$=+4$

e. $(+6)+(-3)=+(6-3)$
$=+3$

f. $(-8)+(+2)=-(8-2)$
$=-6$

g. $(+3)+(-9)=-(9-3)$
$=-6$

h. $(+6)+(-6)=0$

i. $(-7)+(+7)=0$

j. $(-7)+(+4)=-(7-4)$
$=-3$

k. $(+2)+(-9)=-(9-2)$
$=-7$

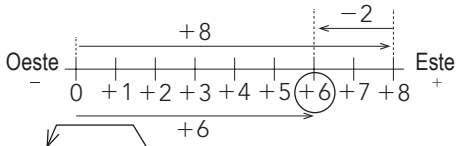
l. $(-7)+(+6)=-(7-6)$
$=-1$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-2 Suma de números con signos diferentes

(P) ¿En qué dirección y posición se encuentra a partir de su punto de partida? Considere un movimiento hacia el Este como positivo.

a. Carlos viaja 8 km al Este y regresa 2 km al Oeste.
b. Karina avanza 3 km al Este y regresa 7 km al Oeste.

(S) a.



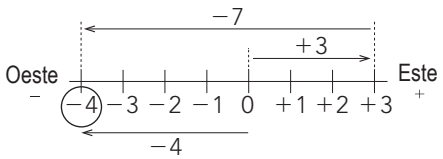
$(+8)+(-2)=\boxed{+}(8-2)$
$=\boxed{+}6$

Se antepone el signo del número con mayor valor absoluto: $|+8|>|-2|$.

Se resta el número con menor valor absoluto del número con mayor valor absoluto: $(8-2)$.

R: Carlos se encuentra a $+6$ km de su punto de partida.

b.



$(+3)+(-7)=\boxed{-}(7-3)$
$=\boxed{-}4$

Se antepone el signo del número con mayor valor absoluto: $|-7|>|+3|$.

Se resta el número con menor valor absoluto del número con mayor valor absoluto: $(7-3)$.

R: Karina se encuentra a -4 km de su punto de partida.

(C) Para sumar dos números con signos diferentes, se escribe el signo de mayor valor absoluto y se resta el número con menor valor absoluto del número con mayor valor absoluto.

(E) 2. Calcule.

a. $(+5)+(-2)$
$=+(5-2)$
$=+3$

b. $(-6)+(+5)$
$=-(6-5)$
$=-1$

1. Complete los espacios expresados como ◯ con los signos y como ▭ con los números que corresponden.

   a. $(+3)+(-4)=\bigcirc(\square-\square)$
   $=\bigcirc\square$

   b. $(-1)+(+4)=\bigcirc(\square-\square)$
   $=\bigcirc\square$

2. Calcule las siguientes expresiones.

   a. $(+5)+(-2)$ b. $(-6)+(+5)$ c. $(+7)+(-9)$ d. $(-4)+(+8)$

   e. $(+6)+(-3)$ f. $(-8)+(+2)$ g. $(+3)+(-9)$ h. $(+6)+(-6)$

   i. $(-7)+(+7)$ j. $(-7)+(+4)$ k. $(+2)+(-9)$ l. $(-7)+(+6)$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 3 Suma de números decimales

Aprendizaje esperado:
Suma números decimales con signos diferentes.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 3 Suma de números decimales

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-4.5)+(+1.3)$
b. $(+2.7)+(-1.4)$

(S) Utilice el mismo procedimiento de cálculo que en los números enteros.

a. $(-4.5)+(+1.3)=-(4.5-1.3)$
$=-3.2$

$$\begin{array}{r} 4.5 \\ -1.3 \\ \hline 3.2 \end{array}$$

En forma vertical, el punto decimal debe estar en la misma columna.

b. $(+2.7)+(-1.4)=+(2.7-1.4)$
$=+1.3$

$$\begin{array}{r} 2.7 \\ -1.4 \\ \hline 1.3 \end{array}$$

El cálculo en forma decimal que está a la izquierda es el cálculo dentro de paréntesis de la expresión original.

(C) Para sumar dos números decimales con signos diferentes:

Paso 1. Se escribe el signo del número mayor en valor absoluto.
Paso 2. Se resta el número menor en valor absoluto del número mayor en valor absoluto.

Ejemplo:

a. $(-3.2)+(+6.5)=+(6.5-3.2)$
$=+3.3$
b. $(+3.2)+(-6.5)=-(6.5-3.2)$
$=-3.3$

(E) 1. Calcule las siguientes expresiones.
a. $(-5.3)+(+4.1)$ b. $(+2.8)+(-1.3)$ c. $(-2.1)+(+6.9)$ d. $(+5.4)+(-8.5)$

2. Una con una línea las expresiones cuya respuesta sea la misma.

$(-3.5)+(+5.9)$ •	• $(-1.2)+(+7.7)$
$(+8.9)+(-2.4)$ •	• $(+6.5)+(-8.7)$
$(+5.1)+(-9.9)$ •	• $(-5.2)+(+7.6)$
$(-5.9)+(+2.2)$ •	• $(+4.1)+(-7.8)$
$(-6.3)+(+4.1)$ •	• $(-6.9)+(+2.1)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(-5.3)+(+4.1)=-(5.3-4.1)=-1.2$
b. $(+2.8)+(-1.3)=+(2.8-1.3)=+1.5$
c. $(-2.1)+(+6.9)=+(6.9-2.1)=+4.8$
d. $(+5.4)+(-8.5)=-(8.5-5.4)=-3.1$

2.

$(-3.5)+(+5.9)=+2.4$	$(-1.2)+(+7.7)=+6.5$
$(+8.9)+(-2.4)=+6.5$	$(+6.5)+(-8.7)=-2.2$
$(+5.1)+(-9.9)=-4.8$	$(-5.2)+(+7.6)=+2.4$
$(-5.9)+(+2.2)=-3.7$	$(+4.1)+(-7.8)=-3.7$
$(-6.3)+(+4.1)=-2.2$	$(-6.9)+(+2.1)=-4.8$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-3 Suma de números decimales

(P) Calcule.

a. $(-4.5)+(+1.3)$
b. $(+2.7)+(-1.4)$

(S) a. $(-4.5)+(+1.3)=-(4.5-1.3)$
$=-3.2$

Alinee verticalmente el punto decimal.

$$\begin{array}{r} 4.5 \\ -1.3 \\ \hline 3.2 \end{array}$$

b. $(+2.7)+(-1.4)=+(2.7-1.4)$
$=+1.3$

Alinee verticalmente el punto decimal.

$$\begin{array}{r} 2.7 \\ -1.4 \\ \hline 1.3 \end{array}$$

Ejemplo:

Se escribe el signo del número mayor en valor absoluto.

a. $(-3.2)+(+6.5)=+(\underline{6.5-3.2})$
$=+3.3$

Se resta el número menor en valor absoluto del número mayor en valor absoluto.

b. $(+3.2)+(-6.5)=-(6.5-3.2)$
$=-3.3$

(E) 1. Calcule.
a. $(-5.3)+(+4.1)=-(5.3-4.1)$
$=-1.2$

b. $(+2.8)+(-1.3)=+(2.8-1.3)$
$=+1.5$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 4 Suma de fracciones

Aprendizaje esperado:
Suma fracciones con signos diferentes.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 4 Suma de fracciones

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$

b. $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$

S Utilice el mismo procedimiento de cálculo que en los números enteros.

a. $\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}\right)$
$=-\frac{3}{5}$

b. $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)=\left(+\frac{3\times5}{3\times2}\right)+\left(-\frac{2\times7}{2\times3}\right)$
$=\left(+\frac{15}{6}\right)+\left(-\frac{14}{6}\right)$
$=+\left(\frac{15}{6}-\frac{14}{6}\right)$
$=+\frac{1}{6}$

Para sumar fracciones con diferente denominador, se buscan fracciones equivalentes y se calcula como fracciones con igual denominador.

C

Para sumar dos fracciones con signos diferentes:

Paso 1. Se escribe el signo del número mayor en valor absoluto.
Paso 2. Se resta el número menor en valor absoluto del número mayor en valor absoluto.

Ejemplo:

$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{3\times3}{3\times4}\right)+\left(+\frac{2\times5}{2\times6}\right)$
$=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)$
$=+\left(\frac{10}{12}-\frac{9}{12}\right)$
$=+\frac{1}{12}$

¡Cuidado!
Los signos "=" deben quedar en la misma columna.

$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{3\times3}{3\times4}\right)+\left(+\frac{2\times5}{2\times6}\right)$
$=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)$
$=+\left(\frac{10}{12}-\frac{9}{12}\right)$
$=+\frac{1}{12}$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)$ b. $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$ c. $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$ d. $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)$

e. $\left(+\frac{5}{7}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$ f. $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)$ g. $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$ h. $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)=-\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{3}\right)=-\frac{2}{3}$

b. $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{3\times3}{3\times4}\right)+\left(-\frac{4\times1}{4\times3}\right)$
$=\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{4}{12}\right)=+\left(\frac{9}{12}-\frac{4}{12}\right)=+\frac{5}{12}$

c. $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\right)=-\frac{2}{5}$

d. $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\left(-\frac{2\times1}{2\times4}\right)+\left(+\frac{1\times3}{1\times8}\right)$
$=\left(-\frac{2}{8}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=+\left(\frac{3}{8}-\frac{2}{8}\right)=+\frac{1}{8}$

e. $\left(+\frac{5}{7}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{6\times5}{6\times7}\right)+\left(-\frac{7\times1}{7\times6}\right)$
$=\left(+\frac{30}{42}\right)+\left(-\frac{7}{42}\right)=+\left(\frac{30}{42}-\frac{7}{42}\right)=+\frac{23}{42}$

f. $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)=\left(+\frac{4\times2}{4\times5}\right)+\left(-\frac{5\times5}{5\times4}\right)$
$=\left(+\frac{8}{20}\right)+\left(-\frac{25}{20}\right)=-\left(\frac{25}{20}-\frac{8}{20}\right)=-\frac{17}{20}$

g. $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{5\times1}{5\times2}\right)+\left(+\frac{2\times1}{2\times5}\right)$
$=\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(+\frac{2}{10}\right)=-\left(\frac{5}{10}-\frac{2}{10}\right)=-\frac{3}{10}$

h. $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{3\times4}{3\times7}\right)+\left(+\frac{7\times1}{7\times3}\right)$
$=\left(-\frac{12}{21}\right)+\left(+\frac{7}{21}\right)=-\left(\frac{12}{21}-\frac{7}{21}\right)=-\frac{5}{21}$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-4 Suma de fracciones

Ⓟ Calcule.

a. $\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$

b. $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$

Ⓢ a. $\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}\right)$
$=-\frac{3}{5}$

b. $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)=\left(+\frac{3\times5}{3\times2}\right)+\left(-\frac{2\times7}{2\times3}\right)$
$=\left(+\frac{15}{6}\right)+\left(-\frac{14}{6}\right)$
$=+\left(\frac{15}{6}-\frac{14}{6}\right)$
$=+\frac{1}{6}$

Ejemplo: $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{3\times3}{3\times4}\right)+\left(+\frac{2\times5}{2\times6}\right)$
$=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)$
$=+\left(\frac{10}{12}-\frac{9}{12}\right)$
$=+\frac{1}{12}$

Los signos "=" deben quedar en la misma columna.

Ⓔ Calcule.

a. $\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)=-\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{3}\right)$
$=-\frac{2}{3}$

b. $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{3\times3}{3\times4}\right)+\left(-\frac{4\times1}{4\times3}\right)$
$=\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{4}{12}\right)$
$=+\left(\frac{9}{12}-\frac{4}{12}\right)$
$=+\frac{5}{12}$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 5 Resta de números enteros (1)

Aprendizaje esperado:
Resta un número entero positivo.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 5 Resta de números enteros (1)

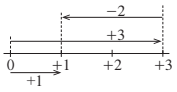
P Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+3)-(+2)$
b. $(+2)-(+4)$

S

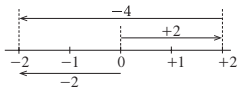
a. $(+3)-(+2)=(+3)+(-2)$
$=+(3-2)$
$=+1$

Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.



b. $(+2)-(+4)=(+2)+(-4)$
$=-(4-2)$
$=-2$

Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.



$(+2)-(+4)$ es igual que $(+2)+(-4)$.

C Restar un número positivo es equivalente a sumar el opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. Se cambia la resta a una suma.
$(+5)-(+3)=(+5)+(-3)$
Se cambia el signo.
$=+(5-3)$
$=+2$

b. Se cambia la resta a una suma.
$(+4)-(+7)=(+4)+(-7)$
Se cambia el signo.
$=-(7-4)$
$=-3$

E

1. Complete los espacios expresados como ◯ con los signos y como □ con el valor absoluto de los números que corresponden.

a. $(+7)-(+4)=(\bigcirc\square)+(\bigcirc\square)$
$=+(\square-\square)$
$=+\square$

b. $(+2)-(+5)=(\bigcirc\square)+(\bigcirc\square)$
$=-(\square-\square)$
$=-\square$

2. Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+6)-(+3)$ b. $(+4)-(+8)$ c. $(+10)-(+6)$ d. $(+8)-(+11)$
e. $(+9)-(+3)$ f. $(+7)-(+12)$ g. $(+11)-(+7)$ h. $(+7)-(+9)$
i. $(+12)-(+6)$ j. $(+8)-(+13)$ k. $(+6)-(+11)$ l. $(+5)-(+15)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+7)-(+4)=(\oplus\boxed{7})+(\ominus\boxed{4})$
$=+(\boxed{7}-\boxed{4})$
$=+\boxed{3}$

b. $(+2)-(+5)=(\oplus\boxed{2})+(\ominus\boxed{5})$
$=-(\boxed{5}-\boxed{2})$
$=-\boxed{3}$

2. a. $(+6)-(+3)=(+6)+(-3)$
$=+(6-3)$
$=+3$

b. $(+4)-(+8)=(+4)+(-8)$
$=-(8-4)$
$=-4$

c. $(+10)-(+6)=(+10)+(-6)$
$=+(10-6)$
$=+4$

d. $(+8)-(+11)=(+8)+(-11)$
$=-(11-8)$
$=-3$

e. $(+9)-(+3)=(+9)+(-3)$
$=+(9-3)$
$=+6$

f. $(+7)-(+12)=(+7)+(-12)$
$=-(12-7)$
$=-5$

g. $(+11)-(+7)=(+11)+(-7)$
$=+(11-7)$
$=+4$

h. $(+7)-(+9)=(+7)+(-9)$
$=-(9-7)$
$=-2$

i. $(+12)-(+6)=(+12)+(-6)$
$=+(12-6)$
$=+6$

j. $(+8)-(+13)=(+8)+(-13)$
$=-(13-8)$
$=-5$

Ver ejercicios restantes en la página G69.

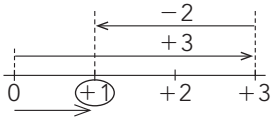
Fecha: dd – mm – aa

1-4-5 Resta de números enteros (1)

Ⓟ Calcule.
a. $(+3)-(+2)$
b. $(+2)-(+4)$

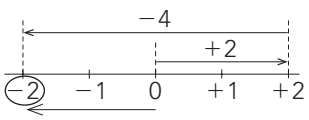
Ⓢ a. $(+3)-(+2)=(+3)+(-2)$
$=+(3-2)$
$=+1$

Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.



b. $(+2)-(+4)=(+2)+(-4)$
$=-(4-2)$
$=-2$

Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.



Ⓒ Restar un número positivo es equivalente a sumar el opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. Se cambia la resta a una suma.
$(+5)-(+3)=(+5)+(-3)$
Se cambia el signo.
$=+(5-3)$
$=+2$

b. Se cambia la resta a una suma.
$(+4)-(+7)=(+4)+(-7)$
Se cambia el signo.
$=-(7-4)$
$=-3$

Ⓔ 2. Calcule.

a. $(+6)-(+3)$
$=(+6)+(-3)$
$=+(6-3)$
$=+3$

b. $(+4)-(+8)$
$=(+4)+(-8)$
$=-(8-4)$
$=-4$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 6 Resta de números enteros (2)

Aprendizaje esperado:
Resta un número entero negativo.

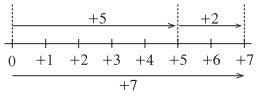
Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 6 Resta de números enteros (2)

P Calcule las siguientes expresiones.

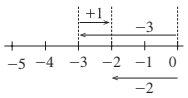
a. $(+5)-(-2)$
b. $(-3)-(-1)$

S

a. $(+5)-(-2)=(+5)+(+2)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=+(5+2)$
$=+7$



b. $(-3)-(-1)=(-3)+(+1)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=-(3-1)$
$=-2$



C Restar un número negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. Se cambia la resta a una suma.
$(+2)-(-4)=(+2)+(+4)$
Se cambia el signo.
$=+(2+4)$
$=+6$

b. Se cambia la resta a una suma.
$(-5)-(-2)=(-5)+(+2)$
Se cambia el signo.
$=-(5-2)$
$=-3$

E

1. Complete los espacios expresados como ◯ con los signos y como □ con el valor absoluto de los números que corresponden.

a. $(+5)-(-4)=(\bigcirc\square)+(\bigcirc\square)$
$=+(\square+\square)$
$=+\square$

b. $(-4)-(-1)=(\bigcirc\square)+(\bigcirc\square)$
$=-(\square-\square)$
$=-\square$

2. Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+3)-(-7)$	b. $(-8)-(-2)$	c. $(+9)-(-10)$
d. $(-6)-(-8)$	e. $(+12)-(-4)$	f. $(-3)-(-9)$
g. $(+15)-(-5)$	h. $(-11)-(-6)$	i. $(+7)-(-12)$
j. $(-5)-(-13)$	k. $(-5)-(-6)$	l. $(-9)-(-8)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+5)-(-4)=(\oplus\boxed{5})+(\oplus\boxed{4})$
$=+(\boxed{5}+\boxed{4})$
$=+\boxed{9}$

b. $(-4)-(-1)=(\ominus\boxed{4})+(\oplus\boxed{1})$
$=-(\boxed{4}-\boxed{1})$
$=-\boxed{3}$

2. a. $(+3)-(-7)=(+3)+(+7)$
$=+(3+7)$
$=+10$

b. $(-8)-(-2)=(-8)+(+2)$
$=-(8-2)$
$=-6$

c. $(+9)-(-10)=(+9)+(+10)$
$=+(9+10)$
$=+19$

d. $(-6)-(-8)=(-6)+(+8)$
$=+(8-6)$
$=+2$

e. $(+12)-(-4)=(+12)+(+4)$
$=+(12+4)$
$=+16$

f. $(-3)-(-9)=(-3)+(+9)$
$=+(9-3)$
$=+6$

g. $(+15)-(-5)=(+15)+(+5)$
$=+(15+5)$
$=+20$

h. $(-11)-(-6)=(-11)+(+6)$
$=-(11-6)$
$=-5$

i. $(+7)-(-12)=(+7)+(+12)$
$=+(7+12)$
$=+19$

j. $(-5)-(-13)=(-5)+(+13)$
$=+(13-5)$
$=+8$

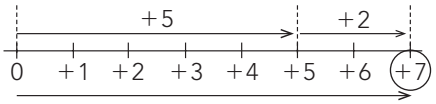
Ver ejercicios restantes en la página G69.

Fecha: dd – mm – aa

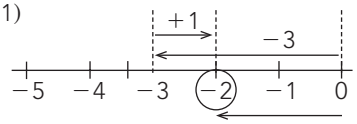
1-4-6 Resta de números enteros (2)

Ⓟ Calcule.
a. $(+5)-(-2)$
b. $(-3)-(-1)$

Ⓢ a. $(+5)-(-2)=(+5)+(+2)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=+(5+2)$
$=+7$



b. $(-3)-(-1)=(-3)+(+1)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=-(3-1)$
$=-2$



Ⓒ Restar un número negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. Se cambia la resta a una suma.
$(+2)-(-4)=(+2)+(+4)$
Se cambia el signo.
$=+(2+4)$
$=+6$

b. Se cambia la resta a una suma.
$(-5)-(-2)=(-5)+(+2)$
Se cambia el signo.
$=-(5-2)$
$=-3$

Ⓔ 2. Calcule.

a. $(+3)-(-7)$
$=(+3)+(+7)$
$=+(3+7)$
$=+10$

b. $(-8)-(-2)$
$=(-8)+(+2)$
$=-(8-2)$
$=-6$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 7 Resta de números decimales

Aprendizaje esperado:
Resta números decimales.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 7 Resta de números decimales

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+2.1)-(+4.6)$
b. $(+1.4)-(-2.5)$

(S) a. $(+2.1)-(+4.6)=(+2.1)+(-4.6)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=-(4.6-2.1)$
$=-2.5$

b. $(+1.4)-(-2.5)=(+1.4)+(+2.5)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=+(1.4+2.5)$
$=+3.9$

(C) Restar un número positivo o negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. $(+7.8)-(+3.5)=(+7.8)+(-3.5)$
$=+(7.8-3.5)$
$=+4.3$

b. $(-4.7)-(-2.2)=(-4.7)+(+2.2)$
$=-(4.7-2.2)$
$=-2.5$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+3.2)-(+4.5)$
b. $(+3.6)-(-6.3)$
c. $(-4.6)-(-2.5)$
d. $(-2.8)-(+1.1)$
e. $(+4.4)-(+8.5)$
f. $(+6.7)-(-3.2)$
g. $(-5.7)-(-1.3)$
h. $(-7.4)-(+2.2)$
i. $(+7.5)-(+3.5)$
j. $(-9.3)-(-5.7)$
k. $(+5.5)-(+3.1)$
l. $(-8.6)-(-4.3)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(+3.2)-(+4.5)=(+3.2)+(-4.5)=-(4.5-3.2)=-1.3$
b. $(+3.6)-(-6.3)=(+3.6)+(+6.3)=+(3.6+6.3)=+9.9$
c. $(-4.6)-(-2.5)=(-4.6)+(+2.5)=-(4.6-2.5)=-2.1$
d. $(-2.8)-(+1.1)=(-2.8)+(-1.1)=-(2.8+1.1)=-3.9$
e. $(+4.4)-(+8.5)=(+4.4)+(-8.5)=-(8.5-4.4)=-4.1$
f. $(+6.7)-(-3.2)=(+6.7)+(+3.2)=+(6.7+3.2)=+9.9$
g. $(-5.7)-(-1.3)=(-5.7)+(+1.3)=-(5.7-1.3)=-4.4$
h. $(-7.4)-(+2.2)=(-7.4)+(-2.2)=-(7.4+2.2)=-9.6$
i. $(+7.5)-(+3.5)=(+7.5)+(-3.5)=+(7.5-3.5)=+4$
j. $(-9.3)-(-5.7)=(-9.3)+(+5.7)=-(9.3-5.7)=-3.6$
k. $(+5.5)-(+3.1)=(+5.5)+(-3.1)=+(5.5-3.1)=+2.4$
l. $(-8.6)-(-4.3)=(-8.6)+(+4.3)=-(8.6-4.3)=-4.3$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-7 Resta de números decimales

(P) Calcule.

a. $(+2.1)-(+4.6)$
b. $(+1.4)-(-2.5)$

(S) a. $(+2.1)-(+4.6)=(+2.1)+(-4.6)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=-(4.6-2.1)$
$=-2.5$

b. $(+1.4)-(-2.5)=(+1.4)+(+2.5)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=+(1.4+2.5)$
$=+3.9$

(C) Restar un número positivo o negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. $(+7.8)-(+3.5)=(+7.8)+(-3.5)$
$=+(7.8-3.5)$
$=+4.3$

b. $(-4.7)-(-2.2)=(-4.7)+(+2.2)$
$=-(4.7-2.2)$
$=-2.5$

(E) Calcule.

a. $(+3.2)-(+4.5)=(+3.2)+(-4.5)$
$=-(4.5-3.2)$
$=-1.3$

b. $(+3.6)-(-6.3)=(+3.6)+(+6.3)$
$=+(3.6+6.3)$
$=+9.9$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 8 Resta de fracciones

Aprendizaje esperado:
Resta fracciones.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 8 Resta de fracciones

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)$

(S) a. $\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.

$=+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\right)$

$=+\frac{3}{5}$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)=\left(+\frac{2\times2}{2\times3}\right)-\left(+\frac{1\times7}{1\times6}\right)$ Se encuentra el denominador común de 3 y 6, utilizando el MCM.

$=\left(+\frac{4}{6}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)$

$=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.

$=-\left(\frac{7}{6}-\frac{4}{6}\right)$

$=-\frac{3}{6}$

$=-\frac{1}{2}$

(C) Restar un número positivo o negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

Ejemplo:

a. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{5}{4}\right)=\left(+\frac{8}{12}\right)-\left(+\frac{15}{12}\right)$

$=\left(+\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{15}{12}\right)$

$=-\left(\frac{15}{12}-\frac{8}{12}\right)$

$=-\frac{7}{12}$

b. $\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{5}{4}\right)=\left(+\frac{4}{12}\right)-\left(-\frac{15}{12}\right)$

$=\left(+\frac{4}{12}\right)+\left(+\frac{15}{12}\right)$

$=+\left(\frac{4}{12}+\frac{15}{12}\right)$

$=+\frac{19}{12}$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $\left(+\frac{4}{7}\right)-\left(-\frac{3}{7}\right)$ b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)$ c. $\left(-\frac{8}{7}\right)-\left(-\frac{4}{21}\right)$ d. $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$

e. $\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{5}{6}\right)$ f. $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$ g. $\left(+\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{7}{9}\right)$ h. $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{10}\right)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $\left(+\frac{4}{7}\right)-\left(-\frac{3}{7}\right)=\left(+\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)=+\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\right)=+\frac{7}{7}$
$=+1$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)-\left(+\frac{3}{6}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right)$
$=+\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)=+\frac{1}{6}$

c. $\left(-\frac{8}{7}\right)-\left(-\frac{4}{21}\right)=\left(-\frac{24}{21}\right)-\left(-\frac{4}{21}\right)=\left(-\frac{24}{21}\right)+\left(+\frac{4}{21}\right)$
$=-\left(\frac{24}{21}-\frac{4}{21}\right)=-\frac{20}{21}$

d. $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{6}{15}\right)-\left(-\frac{5}{15}\right)=\left(+\frac{6}{15}\right)+\left(+\frac{5}{15}\right)$
$=+\left(\frac{6}{15}+\frac{5}{15}\right)=+\frac{11}{15}$

e. $\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{3}{12}\right)-\left(+\frac{10}{12}\right)=\left(+\frac{3}{12}\right)+\left(-\frac{10}{12}\right)$
$=-\left(\frac{10}{12}-\frac{3}{12}\right)=-\frac{7}{12}$

f. $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{2}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{2}{4}\right)$
$=-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{4}$

g. $\left(+\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{7}{9}\right)=\left(+\frac{12}{9}\right)-\left(-\frac{7}{9}\right)=\left(+\frac{12}{9}\right)+\left(+\frac{7}{9}\right)$
$=+\left(\frac{12}{9}+\frac{7}{9}\right)=+\frac{19}{9}$

h. $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{4}{10}\right)-\left(+\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{4}{10}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)$
$=-\left(\frac{4}{10}+\frac{3}{10}\right)=-\frac{7}{10}$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-8 Resta de fracciones

(P) Calcule.

a. $\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)$

(S) a. $\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.

$=+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\right)$

$=+\frac{3}{5}$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)=\left(+\frac{2\times2}{2\times3}\right)-\left(+\frac{1\times7}{1\times6}\right)$ Se utiliza el MCM de 3 y 6.

$=\left(+\frac{4}{6}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)$

$=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.

$=-\left(\frac{7}{6}-\frac{4}{6}\right)$

$=-\frac{3}{6}$

$=-\frac{1}{2}$

(E) Calcule.

a. $\left(+\frac{4}{7}\right)-\left(-\frac{3}{7}\right)=\left(+\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)$
$=+\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\right)$
$=+\frac{7}{7}$
$=+1$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)-\left(+\frac{3}{6}\right)$
$=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right)$
$=+\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)$
$=+\frac{1}{6}$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 9 Resta con cero en el minuendo o sustraendo

Aprendizaje esperado:
Resta el cero de un número.
Resta un número del cero.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 9 Resta con cero en el minuendo o sustraendo

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $0-(-5)$
b. $(-4)-0$

S

a. Al restar un número de cero:

$0-(-5)=0+(+5)$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=+5$

b. Al restar cero de un número:

$(-4)-0=-4$

C Restar un número positivo o negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.

El resultado de restar cero de un número es el mismo número.

Ejemplo:

a. $0-(+3)=0+(-3)$
$=-3$
b. $0-(-3)=0+(+3)$
$=+3$
c. $(-3)-0=-3$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $0-(-7)$
b. $(-2)-0$
c. $0-(+6)$
d. $(+4)-0$
e. $0-(-9)$
f. $(-5)-0$
g. $0-(+8)$
h. $(+5)-0$
i. $0-(-10)$
j. $(-11)-0$

Solucionario de los ejercicios:

a. $0-(-7)=0+(+7)=+7$
b. $(-2)-0=-2$
c. $0-(+6)=0+(-6)=-6$
d. $(+4)-0=+4$
e. $0-(-9)=0+(+9)=+9$
f. $(-5)-0=-5$
g. $0-(+8)=0+(-8)=-8$
h. $(+5)-0=+5$
i. $0-(-10)=0+(+10)=+10$
j. $(-11)-0=-11$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-9 Resta con cero en el minuendo o sustraendo

Ⓟ Calcule.
a. $0-(-5)$
b. $(-4)-0$

Ⓢ a. $0-(-5)=0+(+5)$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=+5$

b. $(-4)-0=-4$

Ⓒ Restar un número positivo o negativo es equivalente a la suma del opuesto del mismo número.
El resultado de restar cero de un número es el mismo número.

Ejemplo:
a. $0-(+3)=0+(-3)$
$=-3$

b. $0-(-3)=0+(+3)$
$=+3$

c. $(-3)-0=-3$

Ⓔ Calcule.
a. $0-(-7)=0+(+7)$
$=+7$

b. $(-2)-0=-2$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 10 Suma y resta combinadas sin paréntesis (1)

Aprendizaje esperado:
Representa una expresión suprimiendo los paréntesis.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 10 Suma y resta combinadas sin paréntesis (1)

Ⓒ Cuando se calcula una expresión combinada de suma y resta, se transforma a una expresión solo de suma.

$(+2)+(-8)-(+3)=(+2)+(-8)+(-3)$

En la expresión solo de suma, $(+2)+(-8)+(-3)$, a los números $+2, -8$ y -3 se les llama **términos** de la expresión.

La expresión $(+2)+(-8)+(-3)$ se puede escribir como $2-8-3$ usando solo sus términos.

Una expresión se puede representar solo por sus términos sin los signos de suma y paréntesis. Si el primer término es un número positivo, el signo positivo se puede quitar.

Ejemplo:

a. $(+4)-(+6)-(-1)=(+4)+(-6)+(+1)$
$=4-6+1$

$+4, -6$ y $+1$ son los términos de la expresión $(+4)-(+6)-(-1)$.

b. $(-7)-(-5)+(-9)=(-7)+(+5)+(-9)$
$=-7+5-9$

$-7, +5$ y -9 son los términos de la expresión $(-7)-(-5)+(-9)$.

Ⓔ 1. Encuentre los términos de las siguientes expresiones.

a. $(+4)+(-7)-(+6)$ b. $(-5)-(-8)+(-3)$
c. $(+9)-(+1)-(+2)$ d. $(-8)-(-2)-(-6)$

2. Represente las siguientes expresiones sin paréntesis.

a. $(+6)-(+7)+(-4)$ b. $(-3)-(+4)-(-8)$
c. $(+1)+(-9)-(-3)$ d. $(-7)-(+5)+(-2)$
e. $(+5)-(-2)-(-6)$ f. $(-3)+(+1)-(-4)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+4)+(-7)-(+6)=(+4)+(-7)+(-6)$
$=4-7-6$
Términos: $+4, -7$ y -6

b. $(-5)-(-8)+(-3)=(-5)+(+8)+(-3)$
$=-5+8-3$
Términos: $-5, +8$ y -3

c. $(+9)-(+1)-(+2)=(+9)+(-1)+(-2)$
$=9-1-2$
Términos: $+9, -1$ y -2

d. $(-8)-(-2)-(-6)=(-8)+(+2)+(+6)$
$=-8+2+6$
Términos: $-8, +2$ y $+6$

2. a. $(+6)-(+7)+(-4)=(+6)+(-7)+(-4)$
$=6-7-4$

b. $(-3)-(+4)-(-8)=(-3)+(-4)+(+8)$
$=-3-4+8$

c. $(+1)+(-9)-(-3)=(+1)+(-9)+(+3)$
$=1-9+3$

d. $(-7)-(+5)+(-2)=(-7)+(-5)+(-2)$
$=-7-5-2$

e. $(+5)-(-2)-(-6)=(+5)+(+2)+(+6)$
$=5+2+6$

f. $(-3)+(+1)-(-4)=(-3)+(+1)+(+4)$
$=-3+1+4$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-10 Suma y resta combinadas sin paréntesis (1)

Ⓒ Cuando se calcula una expresión combinada de suma y resta, se transforma a una expresión solo de suma.

$(+2)+(-8)-(+3)=(+2)+(-8)+(-3)$

En la expresión solo de suma, $(+2)+(-8)+(-3)$, a los números $+2, -8$ y -3 se les llama términos de la expresión.

La expresión $(+2)+(-8)+(-3)$ se puede escribir como $2-8-3$ usando solo sus términos.

Ejemplo:

a. $(+4)-(+6)-(-1)=(+4)+(-6)+(+1)$
$=4-6+1$

$+4, -6$ y $+1$ son términos de la expresión $(+4)-(+6)-(-1)$.

b. $(-7)-(-5)+(-9)=(-7)+(+5)+(-9)$
$=-7+5-9$

$-7, +5$ y -9 son términos de la expresión $(-7)-(-5)+(-9)$.

Ⓔ 1. Encuentre los términos.

a. $(+4)+(-7)-(+6)=(+4)+(-7)+(-6)$
$=4-7-6$

Términos: $+4, -7$ y -6

b. $(-5)-(-8)+(-3)=(-5)+(+8)+(-3)$
$=-5+8-3$

Términos: $-5, +8,$ y -3

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 11 Suma y resta combinadas sin paréntesis (2)

Aprendizaje esperado:
Calcula una expresión con suma y resta combinadas aplicando las propiedades conmutativa y asociativa de la suma.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 11 Suma y resta combinadas sin paréntesis (2)

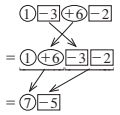
(P) Calcule la siguiente expresión.

$1-3+6-2$

Esta expresión se representa como la suma de los términos, es decir:
$1-3+6-2=(+1)+(-3)+(+6)+(-2)$

(S) La expresión se puede calcular de la siguiente forma.

$1-3+6-2=1+6-3-2$ Se cambia el orden usando la propiedad conmutativa.



$=7-5$ Se encuentra la suma de los números positivos y negativos separadamente.

$=2$ Se encuentra el resultado final de la expresión.

Propiedad conmutativa:
$\bigcirc+\square=\square+\bigcirc$

Propiedad asociativa:
$(\bigcirc+\square)+\triangle=\bigcirc+(\square+\triangle)$

(C) Para calcular una expresión de suma y resta:
1. Ordene los términos de la expresión para que los términos positivos estén primero y seguidos por los términos negativos, usando la propiedad conmutativa.
2. Encuentre la suma de los números positivos y negativos separadamente, usando la propiedad asociativa.
3. Encuentre el resultado final de la expresión.

Ejemplo:

a. $-2+8+6-3=8+6-2-3$
$=14-5$
$=9$

b. $-3+9-1-4=9-3-1-4$
$=9-8$
$=1$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $8-7$
b. $-2+5$
c. $3-5+2$
d. $-4+9-1$
e. $3-6+7-2$
f. $-2+5+6-4$

Solucionario de los ejercicios:

a. $8-7=1$
b. $-2+5=3$
c. $3-5+2=3+2-5=5-5=0$
d. $-4+9-1=9-4-1=9-5=4$
e. $3-6+7-2=3+7-6-2=10-8=2$
f. $-2+5+6-4=5+6-2-4=11-6=5$

Fecha: dd – mm – aa
1-4-11 Suma y resta combinadas sin paréntesis (2)

(P) Calcule la expresión sin utilizar paréntesis.
$1-3+6-2$

(S) $1-3+6-2=1+6-3-2$ Se cambia el orden usando la propiedad conmutativa.

$=7-5$ Se encuentra la suma de los números positivos y negativos por separado.

$=2$ Se encuentra el resultado final de la expresión.

Propiedad conmutativa:
$\bigcirc+\square=\square+\bigcirc$
Propiedad asociativa:
$(\bigcirc+\square)+\triangle=\bigcirc+(\square+\triangle)$

(C) Para calcular una expresión de suma y resta:
1. Ordene los términos de la expresión para que los términos positivos estén primero y seguidos por los términos negativos, usando la propiedad conmutativa.
2. Encuentre la suma de los números positivos y negativos separadamente, usando la propiedad asociativa.
3. Encuentre el resultado final de la expresión.

Ejemplo:
a. $-2+8+6-3=8+6-2-3$
$=14-5$
$=9$
b. $-3+9-1-4=9-3-1-4$
$=9-8$
$=1$

(E) Calcule.
e. $3-6+7-2=3+7-6-2$
$=10-8$
$=2$

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 12 Suma y resta combinadas sin paréntesis (3)

Aprendizaje esperado:
Calcula una expresión con suma y resta combinadas suprimiendo los paréntesis.

Sección 4 Suma y resta de números positivos y negativos
Clase 12 Suma y resta combinadas sin paréntesis (3)

(P) Calcule la siguiente expresión.

$6-2+(-1)-(-4)$

(S) $6-2+(-1)\underline{-(-4)}=6-2+(-1)\underline{+(+4)}$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.

$=6-2-1+4$

$=6+4-2-1$ Se suprimen los paréntesis y se aplica la propiedad conmutativa.

$=10-3$

$=7$

(C) Para calcular expresiones que incluyen paréntesis, primero se suprimen los paréntesis y luego se realizan los cálculos.

Ejemplo:

$-2-(-6)+(-5)-4=-2+(+6)+(-5)-4$

$=-2+6-5-4$

$=6-2-5-4$

$=6-11$

$=-5$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $4-5+(-3)-(-1)$

b. $-3-(-2)+(-7)-5$

c. $6+(-2)-(-4)+3$

d. $-2+(-8)-(-3)-1$

e. $5-(-4)-(-7)-6$

f. $-8-(-4)-(-5)-7$

g. $7-6-(-2)-(-5)$

h. $-9-(-5)-(-2)+7$

Solucionario de los ejercicios:

a. $4-5+(-3)-(-1)=4-5+(-3)+(+1)$
$=4-5-3+1=4+1-5-3=5-8=-3$

b. $-3-(-2)+(-7)-5=-3+(+2)+(-7)-5$
$=-3+2-7-5=2-3-7-5=2-15=-13$

c. $6+(-2)-(-4)+3=6+(-2)+(+4)+3$
$=6-2+4+3=6+4+3-2=13-2=11$

d. $-2+(-8)-(-3)-1=-2+(-8)+(+3)-1$
$=-2-8+3-1=3-2-8-1=3-11=-8$

e. $5-(-4)-(-7)-6=5+(+4)+(+7)-6$
$=5+4+7-6=16-6=10$

f. $-8-(-4)-(-5)-7=-8+(+4)+(+5)-7$
$=-8+4+5-7=4+5-8-7=9-15=-6$

g. $7-6-(-2)-(-5)=7-6+(+2)+(+5)$
$=7-6+2+5=7+2+5-6=14-6=8$

h. $-9-(-5)-(-2)+7=-9+(+5)+(+2)+7$
$=-9+5+2+7=5+2+7-9=14-9=5$

Fecha: dd – mm – aa

1-4-12 Suma y resta combinadas sin paréntesis (3)

(P) Calcule.

$6-2+(-1)-(-4)$

(S) $6-2+(-1)\underline{-(-4)}=6-2+(-1)\underline{+(+4)}$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.

$=6-2-1+4$

$=6+4-2-1$

$=10-3$

$=7$

(C) Para calcular expresiones que incluyen paréntesis, primero se suprimen paréntesis y luego se realizan los cálculos.

Ejemplo:

$-2-(-6)+(-5)-4=-2+(+6)+(-5)-4$

$=-2+6-5-4$

$=6-2-5-4$

$=6-11$

$=-5$

(E) Calcule.

a. $4-5+(-3)-(-1)=4-5+(-3)+(+1)$

$=4-5-3+1$

$=4+1-5-3$

$=5-8$

$=-3$

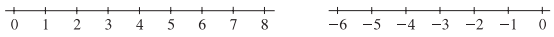
Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 1 Multiplicación de un número positivo y un número positivo o negativo

Aprendizaje esperado:
Multiplica un número positivo por un número positivo o negativo.

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 1 Multiplicación de un número positivo y un número positivo o negativo

(P) Piense en la solución de las siguientes expresiones y represéntelas en la recta numérica.

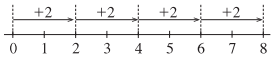
a. $(+4)\times(+2)$ b. $(+3)\times(-2)$



(S) Un producto es una suma abreviada. Por tanto,

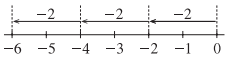
a. $(+4)\times(+2)=(+2)+(+2)+(+2)+(+2)$
$=+8$

En la recta numérica se representa:



b. $(+3)\times(-2)=(-2)+(-2)+(-2)$
$=-6$

En la recta numérica se representa:



(C) Al multiplicar dos números positivos, el producto es un número positivo. En este caso, se coloca el signo positivo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Al multiplicar un número positivo por un número negativo, el producto es un número negativo. En este caso, se coloca el signo negativo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Los cálculos de arriba se pueden realizar:

$(+4)\times(+2)=+(4\times2)$ $(+)\times(+)\rightarrow(+)$
$=+8$
$(+3)\times(-2)=-(3\times2)$ $(+)\times(-)\rightarrow(-)$
$=-6$

Ejemplo:

a. $3\times5=+(3\times5)$
$=15$

Si el número es positivo, entonces se puede omitir el signo.

b. $6\times(-8)=-(6\times8)$
$=-48$

(E) 1. Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+4)\times(+5)$ b. $(+9)\times(-1)$ c. $(+2)\times(+8)$
d. $(+6)\times(-4)$ e. $(+7)\times(+8)$ f. $(+3)\times(-9)$

2. Calcule las siguientes expresiones.

a. 5×10 b. $8\times(-4)$ c. 4×6
d. $9\times(-5)$ e. 6×7 f. $6\times(-6)$
g. $5\times(-7)$ h. $7\times(-9)$ i. $9\times(-8)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(+4)\times(+5)=+(4\times5)=20$
b. $(+9)\times(-1)=-(9\times1)=-9$
c. $(+2)\times(+8)=+(2\times8)=16$
d. $(+6)\times(-4)=-(6\times4)=-24$
e. $(+7)\times(+8)=+(7\times8)=56$
f. $(+3)\times(-9)=-(3\times9)=-27$

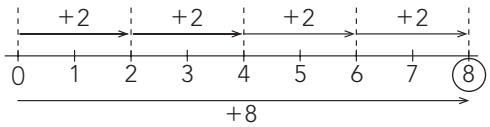
2. a. $5\times10=+(5\times10)=50$
b. $8\times(-4)=-(8\times4)=-32$
c. $4\times6=+(4\times6)=24$
d. $9\times(-5)=-(9\times5)=-45$
e. $6\times7=+(6\times7)=42$
f. $6\times(-6)=-(6\times6)=-36$
g. $5\times(-7)=-(5\times7)=-35$
h. $7\times(-9)=-(7\times9)=-63$
i. $9\times(-8)=-(9\times8)=-72$

Fecha: dd – mm – aa

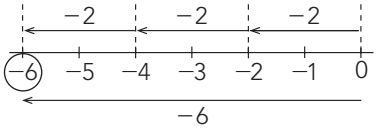
1-5-1 Multiplicación de un número positivo y un número positivo o negativo

(P) Represente la solución de las expresiones en la recta numérica.

(S) a. $(+4)\times(+2)=(+2)+(+2)+(+2)+(+2)$
$=+8$



b. $(+3)\times(-2)=(-2)+(-2)+(-2)$
$=-6$



(C) $(+)\times(+)\longrightarrow(+)$

Al multiplicar dos números positivos, el producto es un número positivo. Se coloca el signo positivo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

$(+)\times(-)\longrightarrow(-)$

Al multiplicar un número positivo por un número negativo, el producto es un número negativo. Se coloca el signo negativo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Ejemplo:

a. $3\times5=+(3\times5)$
$=15$

b. $6\times(-8)=-(6\times8)$
$=-48$

(E) Calcule.

2. b. $8\times(-4)=-(8\times4)$
$=-32$

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 2 Multiplicación de un número negativo y un número positivo

Aprendizaje esperado:
Multiplica un número negativo por un número positivo.

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 2 Multiplicación de un número negativo y un número positivo

P Observe los siguientes cálculos y complete los espacios.

$(+4)\times(+2)=+8$
$(+3)\times(+2)=+6$
$(+2)\times(+2)=+4$
$(+1)\times(+2)=+2$
$0\times(+2)=\square$
$(-1)\times(+2)=\square$
$(-2)\times(+2)=\square$
$(-3)\times(+2)=\square$
$(-4)\times(+2)=\square$

S Se observa que los valores van disminuyendo de dos en dos. Siguiendo esta secuencia, se presentan los siguientes resultados.

$(+4)\times(+2)=+8$
$(+3)\times(+2)=+6$ (−2)
$(+2)\times(+2)=+4$ (−2)
$(+1)\times(+2)=+2$ (−2)
$0\times(+2)=\boxed{0}$ (−2)
$(-1)\times(+2)=\boxed{-2}$ (−2)
$(-2)\times(+2)=\boxed{-4}$ (−2)
$(-3)\times(+2)=\boxed{-6}$ (−2)
$(-4)\times(+2)=\boxed{-8}$ (−2)

$0\times(+2)=0$
$(-1)\times(+2)=-(1\times2)=-2$
$(-2)\times(+2)=-(2\times2)=-4$
$(-3)\times(+2)=-(3\times2)=-6$
$(-4)\times(+2)=-(4\times2)=-8$

C Al multiplicar un número negativo por un número positivo, el producto es un número negativo. En este caso, se coloca el signo negativo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

$(-)\times(+)\rightarrow(-)$

Ejemplo:

$(-5)\times6=-(5\times6)$
$=-30$

E
1. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $(-4)\times(+4)$ b. $(-5)\times(+8)$ c. $(-2)\times(+6)$ d. $(-7)\times(+3)$ e. $(-6)\times(+5)$
2. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $(-2)\times9$ b. $(-7)\times5$ c. $(-6)\times8$ d. $(-6)\times4$ e. $(-9)\times9$
   f. $(-6)\times6$ g. $(-3)\times9$ h. $(-8)\times7$ i. $(-9)\times5$ j. $(-4)\times7$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(-4)\times(+4)=-(4\times4)=-16$
   b. $(-5)\times(+8)=-(5\times8)=-40$
   c. $(-2)\times(+6)=-(2\times6)=-12$
   d. $(-7)\times(+3)=-(7\times3)=-21$
   e. $(-6)\times(+5)=-(6\times5)=-30$
2. a. $(-2)\times9=-(2\times9)=-18$
   b. $(-7)\times5=-(7\times5)=-35$
   c. $(-6)\times8=-(6\times8)=-48$
   d. $(-6)\times4=-(6\times4)=-24$
   e. $(-9)\times9=-(9\times9)=-81$
   f. $(-6)\times6=-(6\times6)=-36$
   g. $(-3)\times9=-(3\times9)=-27$
   h. $(-8)\times7=-(8\times7)=-56$
   i. $(-9)\times5=-(9\times5)=-45$
   j. $(-4)\times7=-(4\times7)=-28$

Fecha: dd – mm – aa

1-5-2 Multiplicación de un número negativo y un número positivo

Ⓟ Observe los siguientes cálculos y complete los espacios.

Ⓢ
$(+4)\times(+2)=+8$
$(+3)\times(+2)=+6$ −2
$(+2)\times(+2)=+4$ −2
$(+1)\times(+2)=+2$ −2
$0\times(+2)=\boxed{0}$ −2
$(-1)\times(+2)=\boxed{-2}$ −2
$(-2)\times(+2)=\boxed{-4}$ −2
$(-3)\times(+2)=\boxed{-6}$ −2
$(-4)\times(+2)=\boxed{-8}$

$0\times(+2)=0$
$(-1)\times(+2)=-(1\times2)=-2$
$(-2)\times(+2)=-(2\times2)=-4$
$(-3)\times(+2)=-(3\times2)=-6$
$(-4)\times(+2)=-(4\times2)=-8$

Ⓒ $(-)\times(+)\longrightarrow(-)$

Al multiplicar un número negativo por un número positivo, el producto es un número negativo. Se coloca el signo negativo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Ejemplo:

$(-5)\times6=-(5\times6)$
$=-30$

Ⓔ Calcule.

2. a. $(-2)\times9=-(2\times9)$
$=-18$

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 3 Multiplicación de dos números negativos

Aprendizaje esperado:
Multiplica dos números negativos.

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 3 Multiplicación de dos números negativos

P Observe los siguientes cálculos y complete los espacios.

$(+3)\times(-2)=-6$
$(+2)\times(-2)=-4$
$(+1)\times(-2)=-2$
$0\times(-2)=\square$
$(-1)\times(-2)=\square$
$(-2)\times(-2)=\square$
$(-3)\times(-2)=\square$

S Se observa que los valores van aumentando de dos en dos. Siguiendo esta secuencia, se presentan los resultados en la tabla que está abajo.

$(+3)\times(-2)=-6$ } $+2$
$(+2)\times(-2)=-4$ } $+2$
$(+1)\times(-2)=-2$ } $+2$
$0\times(-2)=\boxed{0}$ } $+2$
$(-1)\times(-2)=\boxed{+2}$ } $+2$
$(-2)\times(-2)=\boxed{+4}$ } $+2$
$(-3)\times(-2)=\boxed{+6}$

$0\times(-2)=0$
$(-1)\times(-2)=+(1\times2)=+2$
$(-2)\times(-2)=+(2\times2)=+4$
$(-3)\times(-2)=+(3\times2)=+6$

C Al multiplicar dos números negativos, el producto es un número positivo. En este caso, se coloca el signo positivo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

$(-)\times(-)\rightarrow(+)$

Ejemplo:

$$(-8)\times(-5)=+(8\times5)$$
$$=40$$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-2)\times(-8)$ b. $(-4)\times(-7)$ c. $(-4)\times(-3)$ d. $(-2)\times(-5)$ e. $(-9)\times(-5)$
f. $(-3)\times(-8)$ g. $(-6)\times(-3)$ h. $(-8)\times(-4)$ i. $(-9)\times(-7)$ j. $(-3)\times(-7)$
k. $(-5)\times(-4)$ l. $(-7)\times(-6)$ m. $(-6)\times(-8)$ n. $(-3)\times(-9)$ o. $(-9)\times(-6)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(-2)\times(-8)=+(2\times8)=16$
b. $(-4)\times(-7)=+(4\times7)=28$
c. $(-4)\times(-3)=+(4\times3)=12$
d. $(-2)\times(-5)=+(2\times5)=10$
e. $(-9)\times(-5)=+(9\times5)=45$
f. $(-3)\times(-8)=+(3\times8)=24$
g. $(-6)\times(-3)=+(6\times3)=18$
h. $(-8)\times(-4)=+(8\times4)=32$
i. $(-9)\times(-7)=+(9\times7)=63$
j. $(-3)\times(-7)=+(3\times7)=21$
k. $(-5)\times(-4)=+(5\times4)=20$
l. $(-7)\times(-6)=+(7\times6)=42$
m. $(-6)\times(-8)=+(6\times8)=48$
n. $(-3)\times(-9)=+(3\times9)=27$
o. $(-9)\times(-6)=+(9\times6)=54$

Fecha: dd – mm – aa

1-5-3 Multiplicación de dos números negativos

(P) Observe los siguientes cálculos y complete los espacios.

(S)

$(+3)\times(-2)=-6$ } $+2$
$(+2)\times(-2)=-4$ } $+2$
$(+1)\times(-2)=-2$ } $+2$
$0\times(-2)=\boxed{0}$ } $+2$
$(-1)\times(-2)=\boxed{+2}$ } $+2$
$(-2)\times(-2)=\boxed{+4}$ } $+2$
$(-3)\times(-2)=\boxed{+6}$

$0\times(-2)=0$
$(-1)\times(-2)=+(1\times2)=+2$
$(-2)\times(-2)=+(2\times2)=+4$
$(-3)\times(-2)=+(3\times2)=+6$

(C) $(-)\times(-)\longrightarrow(+)$

Al multiplicar dos números negativos, el producto es un número positivo. Se coloca el signo positivo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Ejemplo:

$$(-8)\times(-5)=+(8\times5)$$
$$=40$$

(E) Calcule.

a. $(-2)\times(-8)=+(2\times8)$
$=16$

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 4 Cálculo mental de estimación de multiplicación

Aprendizaje esperado:
Encuentra la estimación de un producto de números decimales.

Sección 5 Multiplicación de números positivos y negativos
Clase 4 Cálculo mental de estimación de multiplicación

Ⓟ Con base en $5.4 \times (-3.7)$:

a. Calcule la expresión mentalmente, aproximando cada uno de los factores a un número entero.
b. Calcule la expresión utilizando calculadora.
c. Compare los resultados obtenidos en el inciso a y b.

Al proceso de encontrar un número entero cercano al número decimal dado se le llama **aproximación** de un número decimal a un número entero.

Ⓢ a. 5.4 se aproxima a 5.
-3.7 se aproxima a -4.
Por tanto, $5 \times (-4) = -20$.

b. $5.4 \times (-3.7) = -19.98$

c. El resultado del inciso a es:
$5 \times (-4) = -20$
El resultado del inciso b es:
$5.4 \times (-3.7) = -19.98$
Entonces, los resultados del inciso a y b son aproximadamente iguales.

5.4 se ubica más cerca del 5 que del 6.
-3.7 se ubica más cerca del -4 que del -3.

Ⓒ A obtener el resultado de una expresión matemática utilizando aproximación se le llama **estimación**.
Para estimar un producto de números decimales:

Paso 1. Se aproxima cada uno de los factores a un número entero.
Paso 2. Se multiplican los números aproximados.

Ejemplo:
Encuentre la estimación de $(-4.2) \times 6.7$.

-4.2 se aproxima a -4.
6.7 se aproxima a 7.

$(-4) \times 7 = -(4 \times 7)$
$= -28$
Por tanto, la estimación de $(-4.2) \times 6.7$ es -28.

Ⓔ Encuentre la estimación de las siguientes expresiones.

a. $5.2 \times (-4.9)$
b. $(-3.2) \times 7.1$
c. $(-8.7) \times (-2.2)$
d. $5.8 \times (-6.4)$
e. $11.4 \times (-2.9)$
f. $(-4.2) \times 13.8$
g. $(-3.6) \times (-10.4)$
h. $12.3 \times (-2.2)$

Solucionario de los ejercicios:

a. 5.2 se aproxima a 5 y -4.9 se aproxima a -5.
$5 \times (-5) = -(5 \times 5) = -25$
R: La estimación de $5.2 \times (-4.9)$ es -25.

b. -3.2 se aproxima a -3 y 7.1 se aproxima a 7.
$(-3) \times 7 = -(3 \times 7) = -21$
R: La estimación de $(-3.2) \times 7.1$ es -21.

c. -8.7 se aproxima a -9 y -2.2 se aproxima a -2.
$(-9) \times (-2) = +(9 \times 2) = 18$
R: La estimación de $(-8.7) \times (-2.2)$ es 18.

d. 5.8 se aproxima a 6 y -6.4 se aproxima a -6.
$6 \times (-6) = -(6 \times 6) = -36$
R: La estimación de $5.8 \times (-6.4)$ es -36.

e. 11.4 se aproxima a 11 y -2.9 se aproxima a -3.
$11 \times (-3) = -(11 \times 3) = -33$
R: La estimación de $11.4 \times (-2.9)$ es -33.

f. -4.2 se aproxima a -4 y 13.8 se aproxima a 14.
$(-4) \times 14 = -(4 \times 14) = -56$
R: La estimación de $(-4.2) \times 13.8$ es -56.

g. -3.6 se aproxima a -4 y -10.4 se aproxima a -10.
$(-4) \times (-10) = +(4 \times 10) = 40$
R: La estimación de $(-3.6) \times (-10.4)$ es 40.

h. 12.3 se aproxima a 12 y -2.2 se aproxima a -2.
$12 \times (-2) = -(12 \times 2) = -24$
R: La estimación de $12.3 \times (-2.2)$ es -24.

Fecha: dd – mm – aa
1-5-4 Cálculo mental de estimación de multiplicación

Ⓟ Con base en $5.4 \times (-3.7)$:

a. Calcule mentalmente, aproximando cada uno de los factores a un número entero.
b. Calcule utilizando calculadora.
c. Compare.

Ⓢ a. 5.4 se aproxima a 5.
-3.7 se aproxima a -4.
$5 \times (-4) = -20$

b. $5.4 \times (-3.7) = -19.98$

c. Inciso a: $5 \times (-4) = -20$
Inciso b: $5.4 \times (-3.7) = -19.98$

Los resultados del inciso a y b son aproximadamente iguales.

Ⓒ A obtener el resultado de una expresión matemática utilizando aproximación se le llama estimación. Para estimar un producto de números decimales:
Paso 1. Se aproxima cada uno de los factores a un número entero.
Paso 2. Se multiplican los números aproximados.

Ejemplo:

$(-4.2) \times 6.7$
-4.2 se aproxima a -4. 6.7 se aproxima a 7.

$(-4) \times 7 = -(4 \times 7)$
$= -28$
R: La estimación de $(-4.2) \times 6.7$ es -28.

Ⓔ Encuentre la estimación de la expresión.

a. $5.2 \times (-4.9)$
5.2 se aproxima a 5. -4.9 se aproxima a -5.

$5 \times (-5) = -(5 \times 5)$
$= -25$
R: La estimación de $5.2 \times (-4.9)$ es -25.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 1 División de números positivos y negativos

Aprendizaje esperado:
Divide números enteros negativos y positivos.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 1 División de números positivos y negativos

P

Calcule las siguientes expresiones.

a. $(+8) \div (+2)$
b. $(+8) \div (-2)$
c. $(-8) \div (+2)$
d. $(-8) \div (-2)$

S

Para calcular la división de números negativos realice el mismo procedimiento que en los números positivos, teniendo cuidado con el signo.

a. $(+8) \div (+2) = +4$ porque $(+4) \times (+2) = +8$
b. $(+8) \div (-2) = -4$ porque $(-4) \times (-2) = +8$
c. $(-8) \div (+2) = -4$ porque $(-4) \times (+2) = -8$
d. $(-8) \div (-2) = +4$ porque $(+4) \times (-2) = -8$

C

Para dividir números con el mismo signo:

Paso 1. Se coloca el signo positivo. $(+) \div (+) \rightarrow (+)$
Paso 2. Se encuentra el cociente de los valores absolutos. $(-) \div (-) \rightarrow (+)$

Para dividir números con diferente signo:

Paso 1. Se coloca el signo negativo. $(+) \div (-) \rightarrow (-)$
Paso 2. Se encuentra el cociente de los valores absolutos. $(-) \div (+) \rightarrow (-)$

Ejemplo:

a. $6 \div 3 = +(6 \div 3)$
$= 2$
b. $(-6) \div (-3) = +(6 \div 3)$
$= 2$
c. $(-6) \div 3 = -(6 \div 3)$
$= -2$
d. $6 \div (-3) = -(6 \div 3)$
$= -2$

E

1. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $(-18) \div (-3)$ b. $(+49) \div (-7)$ c. $(-10) \div (+5)$
   d. $(-80) \div (-10)$ e. $(+45) \div (-5)$ f. $(-20) \div (+2)$
2. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $(-9) \div (-3)$ b. $24 \div (-6)$ c. $75 \div 15$
   d. $(-81) \div (-9)$ e. $35 \div (-7)$ f. $(-36) \div (-4)$
   g. $60 \div (-12)$ h. $(-100) \div (-10)$ i. $64 \div (-8)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $(-18) \div (-3) = +(18 \div 3) = 6$
   b. $(+49) \div (-7) = -(49 \div 7) = -7$
   c. $(-10) \div (+5) = -(10 \div 5) = -2$
   d. $(-80) \div (-10) = +(80 \div 10) = 8$
   e. $(+45) \div (-5) = -(45 \div 5) = -9$
   f. $(-20) \div (+2) = -(20 \div 2) = -10$
2. a. $(-9) \div (-3) = +(9 \div 3) = 3$
   b. $24 \div (-6) = -(24 \div 6) = -4$
   c. $75 \div 15 = +(75 \div 15) = 5$
   d. $(-81) \div (-9) = +(81 \div 9) = 9$
   e. $35 \div (-7) = -(35 \div 7) = -5$
   f. $(-36) \div (-4) = +(36 \div 4) = 9$
   g. $60 \div (-12) = -(60 \div 12) = -5$
   h. $(-100) \div (-10) = +(100 \div 10) = 10$
   i. $64 \div (-8) = -(64 \div 8) = -8$

Fecha: dd – mm – aa
1-6-1 División de números positivos y negativos

(P) Calcule.

(S) a. $(+8) \div (+2) = +4$ porque $(+4) \times (+2) = +8$
b. $(+8) \div (-2) = -4$ porque $(-4) \times (-2) = +8$
c. $(-8) \div (+2) = -4$ porque $(-4) \times (+2) = -8$
d. $(-8) \div (-2) = +4$ porque $(+4) \times (-2) = -8$

(C) Para dividir números con el mismo signo:
Se coloca el signo positivo y se encuentra el cociente de los valores absolutos.

$(+) \div (+) \longrightarrow (+)$
$(-) \div (-) \longrightarrow (-)$

Para dividir números con diferente signo:
Se coloca el signo negativo y se encuentra el cociente de los valores absolutos.

$(+) \div (-) \longrightarrow (-)$
$(-) \div (+) \longrightarrow (-)$

Ejemplo:
a. $6 \div 3 = +(6 \div 3)$
$= 2$

b. $(-6) \div (-3) = +(6 \div 3)$
$= 2$

c. $(-6) \div 3 = -(6 \div 3)$
$= -2$

d. $6 \div (-3) = -(6 \div 3)$
$= -2$

(E) Calcule.

2. a. $(-9) \div (-3) = +(9 \div 3)$
$= 3$

b. $24 \div (-6) = -(24 \div 6)$
$= -4$

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 2 División de números decimales

Aprendizaje esperado:
Divide números decimales positivos y negativos.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 2 División de números decimales

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-1.6) \div (-0.8)$
b. $3.6 \div (-0.9)$

S

a. $(-1.6) \div (-0.8) = +(1.6 \div 0.8)$ Se determina el signo.
$= 2$ Se encuentra el cociente de los valores absolutos.

b. $3.6 \div (-0.9) = -(3.6 \div 0.9)$ Se determina el signo.
$= -4$ Se encuentra el cociente de los valores absolutos.

C Al dividir números decimales con el mismo signo, el cociente es un número positivo. En este caso, se coloca el signo positivo y se encuentra el cociente de los valores absolutos.

Al dividir números decimales con diferente signo, el cociente es un número negativo. En este caso, se coloca el signo negativo y se encuentra el cociente de los valores absolutos.

Ejemplo:

a. $(-6.3) \div (-2.1) = +(6.3 \div 2.1)$
$= 3$

b. $(-5.6) \div 0.7 = -(5.6 \div 0.7)$
$= -8$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-4.2) \div (-2.1)$ b. $9.3 \div (-3.1)$ c. $2.5 \div 0.5$
d. $(-4.5) \div 0.5$ e. $(-3.6) \div (-1.8)$ f. $2.4 \div (-0.6)$
g. $(-4.8) \div 1.2$ h. $(-7.2) \div (-2.4)$ i. $9.6 \div (-3.2)$
j. $(-8.1) \div 0.9$ k. $(-5.4) \div (-1.8)$ l. $9.4 \div (-4.7)$
m. $6.3 \div (-0.3)$ n. $8.2 \div (-4.1)$ o. $7.5 \div (-1.5)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(-4.2) \div (-2.1) = +(4.2 \div 2.1) = 2$
b. $9.3 \div (-3.1) = -(9.3 \div 3.1) = -3$
c. $2.5 \div 0.5 = +(2.5 \div 0.5) = 5$
d. $(-4.5) \div 0.5 = -(4.5 \div 0.5) = -9$
e. $(-3.6) \div (-1.8) = +(3.6 \div 1.8) = 2$
f. $2.4 \div (-0.6) = -(2.4 \div 0.6) = -4$
g. $(-4.8) \div 1.2 = -(4.8 \div 1.2) = -4$
h. $(-7.2) \div (-2.4) = +(7.2 \div 2.4) = 3$
i. $9.6 \div (-3.2) = -(9.6 \div 3.2) = -3$
j. $(-8.1) \div 0.9 = -(8.1 \div 0.9) = -9$
k. $(-5.4) \div (-1.8) = +(5.4 \div 1.8) = 3$
l. $9.4 \div (-4.7) = -(9.4 \div 4.7) = -2$
m. $6.3 \div (-0.3) = -(6.3 \div 0.3) = -21$
n. $8.2 \div (-4.1) = -(8.2 \div 4.1) = -2$
o. $7.5 \div (-1.5) = -(7.5 \div 1.5) = -5$

Fecha: dd – mm – aa
1-6-2 División de números decimales

Ⓟ Calcule.

a. $(-1.6) \div (-0.8)$
b. $3.6 \div (-0.9)$

Ⓢ

a. $(-1.6) \div (-0.8) = +(1.6 \div 0.8)$ Se determina el signo.
$= 2$ Se encuentra el cociente de los valores absolutos.

b. $3.6 \div (-0.9) = -(3.6 \div 0.9)$ Se determina el signo.
$= -4$ Se encuentra el cociente de los valores absolutos.

Ⓒ Al dividir números decimales con el mismo signo, el cociente es un número positivo.
Al dividir números decimales con diferente signo, el cociente es un número negativo.

Ejemplo:

a. $(-6.3) \div (-2.1) = +(6.3 \div 2.1)$
$= 3$

b. $(-5.6) \div 0.7 = -(5.6 \div 0.7)$
$= -8$

Ⓔ Calcule.

a. $(-4.2) \div (-2.1) = +(4.2 \div 2.1)$
$= 2$

b. $9.3 \div (-3.1) = -(9.3 \div 3.1)$
$= -3$

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 3 Recíproco de un número

Aprendizaje esperado:
Encuentra el recíproco de un número.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 3 Recíproco de un número

(P) Encuentre el valor que completa cada expresión.

a. $\square \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$

b. $(-4) \times \square = 1$

(S) a. $\left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)$
$= +\left(\frac{3 \times 2}{2 \times 3}\right)$
$= 1$

Por tanto, $\square = \left(-\frac{3}{2}\right)$.

b. $(-4) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = +\left(\frac{4}{1} \times \frac{1}{4}\right)$
$= +\left(\frac{4 \times 1}{1 \times 4}\right)$
$= 1$

Por tanto, $\square = \left(-\frac{1}{4}\right)$.

(C) Un número es el **recíproco** de otro número si al multiplicar ambos números da como resultado 1.
Si a representa un número diferente de 0, su recíproco es $\frac{1}{a}$ porque $a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{a} = 1$.
De igual manera, el recíproco de $\frac{1}{a}$ es a.

Respecto a los problemas en (P),

a. $-\frac{3}{2}$ es el recíproco de $-\frac{2}{3}$. A la inversa, $-\frac{2}{3}$ es el recíproco de $-\frac{3}{2}$.

b. $-\frac{1}{4}$ es el recíproco de -4. A la inversa, -4 es el recíproco de $-\frac{1}{4}$.

(E) Encuentre el recíproco.

a. $\frac{2}{9}$ b. $-\frac{7}{6}$ c. $\frac{8}{3}$

d. $-\frac{4}{7}$ e. 6 f. $-\frac{1}{3}$

g. $\frac{1}{5}$ h. $-\frac{3}{8}$ i. -9

Solucionario de los ejercicios:

a. $\frac{9}{2}$ b. $-\frac{6}{7}$ c. $\frac{3}{8}$

d. $-\frac{7}{4}$ e. $\frac{1}{6}$ f. -3

g. 5 h. $-\frac{8}{3}$ i. $-\frac{1}{9}$

Fecha: dd – mm – aa

1-6-3 Recíproco de un número

(P) Encuentre el valor que completa cada expresión.

a. $\square \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$

b. $(-4) \times \square = 1$

(S) a. $\left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)$
$= +\left(\frac{3 \times 2}{2 \times 3}\right)$
$= 1$

Por tanto, $\square = -\frac{3}{2}$.

b. $(-4) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = +\left(\frac{4}{1} \times \frac{1}{4}\right)$
$= +\left(\frac{4 \times 1}{1 \times 4}\right)$
$= 1$

Por tanto, $\square = -\frac{1}{4}$.

(C) Un número es el recíproco de otro si al multiplicar ambos da como resultado 1.
Si a es diferente de 0, su recíproco es $\frac{1}{a}$.
El recíproco de es a.

(E) Encuentre el recíproco.

a. $\frac{2}{9}$
R: $\frac{9}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{9}$.

b. $-\frac{7}{6}$
R: $-\frac{6}{7}$ es el recíproco de $-\frac{7}{6}$.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 4 División de fracciones

Aprendizaje esperado:
Divide fracciones.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 4 División de fracciones

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{9}{7}$

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)\div(-3)$

(S) a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{9}{7}=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{7}{9}$ Se cambia la división a multiplicación utilizando el recíproco de $\frac{9}{7}$.

$=-\left(\frac{4\times7}{5\times9}\right)$ Se determina el signo del resultado.

$=-\frac{28}{45}$ Se encuentra el producto de los valores absolutos.

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)\div(-3)=\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$ Se cambia la división a multiplicación utilizando el recíproco de -3.

$=+\left(\frac{2\times1}{7\times3}\right)$ Se determina el signo del resultado.

$=\frac{2}{21}$ Se encuentra el producto de los valores absolutos.

(C) Al dividir números fraccionarios con el mismo signo, el cociente es un número positivo. En este caso, se coloca el signo positivo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Al dividir números fraccionarios con signos diferentes, el cociente es un número negativo. En este caso, se coloca el signo negativo y se encuentra el producto de los valores absolutos.

Ejemplo:

a. $\frac{2}{5}\div\frac{5}{3}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}$

$=+\left(\frac{2\times3}{5\times5}\right)$

$=\frac{6}{25}$

b. $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-\left(\frac{2\times4}{3\times3}\right)$

$=-\frac{8}{9}$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}$ b. $\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{4}$ c. $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

d. $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{5}\right)$ e. $\left(-\frac{1}{9}\right)\div3$ f. $\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

g. $5\div\left(-\frac{3}{7}\right)$ h. $\left(-\frac{3}{7}\right)\div\frac{5}{14}$ i. $\left(-\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{3}\right)$

j. $\frac{5}{6}\div\left(-\frac{4}{3}\right)$ k. $\left(-\frac{6}{5}\right)\div7$ l. $9\div\left(-\frac{11}{2}\right)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{7}\times\frac{4}{3}=+\left(\frac{2\times4}{7\times3}\right)=\frac{8}{21}$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{4}=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{4}{3}=-\left(\frac{2\times4}{5\times3}\right)=-\frac{8}{15}$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=+\left(\frac{3\times5}{4\times4}\right)=\frac{15}{16}$

d. $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{3}\times(-5)=-\left(\frac{2\times5}{3}\right)=-\frac{10}{3}$

e. $\left(-\frac{1}{9}\right)\div3=\left(-\frac{1}{9}\right)\times\frac{1}{3}=-\left(\frac{1\times1}{9\times3}\right)=-\frac{1}{27}$

f. $\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(\frac{3\times3}{8\times2}\right)=\frac{9}{16}$

g. $5\div\left(-\frac{3}{7}\right)=5\times\left(-\frac{7}{3}\right)=-\left(\frac{5\times7}{3}\right)=-\frac{35}{3}$

h. $\left(-\frac{3}{7}\right)\div\frac{5}{14}=\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{14}{5}=-\left(\frac{3\times14}{7\times5}\right)=-\frac{42}{35}=-\frac{6}{5}$

i. $\left(-\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{3}\right)=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)=+\left(\frac{5\times3}{4\times7}\right)=\frac{15}{28}$

j. $\frac{5}{6}\div\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{5}{6}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{5\times3}{6\times4}\right)=-\frac{15}{24}=-\frac{5}{8}$

k. $\left(-\frac{6}{5}\right)\div7=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\frac{1}{7}=-\left(\frac{6\times1}{5\times7}\right)=-\frac{6}{35}$

l. $9\div\left(-\frac{11}{2}\right)=9\times\left(-\frac{2}{11}\right)=-\left(\frac{9\times2}{11}\right)=-\frac{18}{11}$

Fecha: dd – mm – aa

1-6-4 División de fracciones

(P) Calcule.

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{9}{7}$

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)\div(-3)$

(S) a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{9}{7}=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{7}{9}$ Se cambia la división a multiplicación utilizando el recíproco de $\frac{9}{7}$.

$=-\left(\frac{4\times7}{5\times9}\right)$ Se determina el signo del resultado.

$=-\frac{28}{45}$ Se encuentra el producto de los valores absolutos.

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)\div(-3)=\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(\frac{2\times1}{7\times3}\right)$

$=\frac{2}{21}$

(C) Al dividir números fraccionarios con el mismo signo, el cociente es un número positivo.
Al dividir números fraccionarios con signos diferentes, el cociente es un número negativo.

Ejemplo:

a. $\frac{2}{5}\div\frac{5}{3}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}$

$=+\left(\frac{2\times3}{5\times5}\right)$

$=\frac{6}{25}$

b. $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-\left(\frac{2\times4}{3\times3}\right)$

$=-\frac{8}{9}$

(E) Calcule.

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{4}=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{4}{3}=-\left(\frac{2\times4}{5\times3}\right)=-\frac{8}{15}$

e. $\left(-\frac{1}{9}\right)\div3=\left(-\frac{1}{9}\right)\times\frac{1}{3}=-\left(\frac{1\times1}{9\times3}\right)=-\frac{1}{27}$

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 5 Cálculo mental de estimación de división

Aprendizaje esperado:
Encuentra la estimación del cociente de números decimales.

Sección 6 División de números positivos y negativos
Clase 5 Cálculo mental de estimación de división

(P) Con base en $(-8.4) \div 2.3$:

a. Calcule mentalmente, aproximando el dividendo y el divisor a un número entero.

b. Calcule utilizando calculadora.

c. Compare los resultados obtenidos en el inciso a y b.

(S) a. -8.4 se aproxima a -8.
2.3 se aproxima a 2.
Por tanto, $(-8) \div 2 = -(8 \div 2)$
$= -4$

-8.4 se ubica más cerca del número -8 que del -9.
2.3 se ubica más cerca del número 2 que del 3.

b. $(-8.4) \div 2.3 = -3.6521739\ldots$

c. El resultado del inciso a es:
$(-8) \div 2 = -4$

El resultado del inciso b es:
$(-8.4) \div 2.3 = -3.6521739\ldots$

Entonces, los resultados del inciso a y b son aproximadamente iguales.

(C) Para estimar el cociente de números decimales:

Paso 1. Se aproxima el dividendo y el divisor a un número entero.
Paso 2. Se dividen los números aproximados.

(E) Encuentre la estimación de las siguientes expresiones.

a. $(-7.8) \div 4.1$
b. $(-9.3) \div 2.7$
c. $(-10.3) \div (-5.2)$
d. $(-11.9) \div 5.8$
e. $15.2 \div (-3.3)$
f. $(-17.9) \div 9.2$
g. $(-26.8) \div (-2.8)$
h. $(-59.7) \div 3.1$

Solucionario de los ejercicios:

a. -7.8 se aproxima a -8 y 4.1 se aproxima a 4.
$(-8) \div 4 = -(8 \div 4) = -2$
R: La estimación de $(-7.8) \div 4.1$ es -2.

b. -9.3 se aproxima a -9 y 2.7 se aproxima a 3.
$(-9) \div 3 = -(9 \div 3) = -3$
R: La estimación de $(-9.3) \div 2.7$ es -3.

c. -10.3 se aproxima a -10 y -5.2 se aproxima a -5.
$(-10) \div (-5) = +(10 \div 5) = 2$
R: La estimación de $(-10.3) \div (-5.2)$ es 2.

d. -11.9 se aproxima a -12 y 5.8 se aproxima a 6.
$(-12) \div 6 = -(12 \div 6) = -2$
R: La estimación de $(-11.9) \div 5.8$ es -2.

e. 15.2 se aproxima a 15 y -3.3 se aproxima a -3.
$15 \div (-3) = -(15 \div 3) = -5$
R: La estimación de $15.2 \div (-3.3)$ es -5.

f. -17.9 se aproxima a -18 y 9.2 se aproxima a 9.
$(-18) \div 9 = -(18 \div 9) = -2$
R: La estimación de $(-17.9) \div 9.2$ es -2.

g. -26.8 se aproxima a -27 y -2.8 se aproxima a -3.
$(-27) \div (-3) = +(27 \div 3) = 9$
R: La estimación de $(-26.8) \div (-2.8)$ es 9.

h. -59.7 se aproxima a -60 y 3.1 se aproxima a 3.
$(-60) \div 3 = -(60 \div 3) = -20$
R: La estimación de $(-59.7) \div 3.1$ es -20.

Fecha: dd – mm – aa
1-6-5 Cálculo mental de estimación de división

(P) Con base en $(-8.4) \div 2.3$:

a. Calcule mentalmente, aproximando el dividendo y el divisor a un número entero.
b. Calcule utilizando calculadora.
c. Compare.

(S) a. -8.4 se aproxima a -8.
2.3 se aproxima a 2.
Por tanto, $(-8) \div 2 = -(8 \div 2)$
$= -4$

b. $(-8.4) \div 2.3 = -3.6521739\ldots$

c. Inciso a: $(-8) \div 2 = -4$
Inciso b: $(-8.4) \div 2.3 = -3.6521739\ldots$

Los resultados del inciso a y b son aproximadamente iguales.

(C) Para estimar el cociente de números decimales, se aproxima el dividendo y el divisor a un número entero, y se dividen los números aproximados.

(E) Encuentre la estimación de la expresión.
a. $(-7.8) \div 4.1$

-7.8 se aproxima a -8.
4.1 se aproxima a 4.

$(-8) \div 4 = -(8 \div 4)$
$= -2$
R: La estimación de $(-7.8) \div 4.1$ es -2.

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 1 Multiplicación y división de números positivos y negativos combinadas

Aprendizaje esperado:
Calcula una expresión con multiplicación y división combinadas.

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 1 Multiplicación y división de números positivos y negativos combinadas

Ⓟ Calcule la siguiente expresión.
$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$

Ⓢ Forma 1.
Calcule de izquierda a derecha.

$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$
$=+\left(\frac{{}^{9}\cancel{27}\times 2}{{}_{1}\cancel{3}}\right)\div(-9)$
$=18\div(-9)$
$=-(18\div 9)$
$=-2$

Para simplificar fracciones se divide el numerador y el denominador entre el mismo número.
$\frac{{}^{4}\cancel{8}}{{}_{5}\cancel{15}}\times\frac{{}^{1}\cancel{5}}{{}_{3}\cancel{6}}=\frac{4}{3}\times\frac{1}{3}$
$=\frac{4}{9}$

Forma 2.
Cambie la división a multiplicación utilizando el recíproco de -9 y calcule.

$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$
$=(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$
$=-\left(\frac{{}^{9}\cancel{27}\times 2\times 1}{{}_{1}\cancel{3}\times{}_{1}\cancel{9}}\right)$
$=-2$

(−) × (−) × (−) → (−)

Ⓒ Para calcular una expresión matemática con multiplicación y división de fracciones:

Paso 1. Se cambia la división a multiplicación, utilizando el recíproco del divisor.
Paso 2. Se colocan los signos.
Paso 3. Se calcula.

Ⓔ Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-3)\times 5\div(-12)$
b. $8\div\left(-\frac{14}{5}\right)\times(-7)$
c. $(-6)\div\frac{3}{5}\times 10$
d. $(-3)\times 4\div 24$
e. $18\div\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$
f. $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{3}{10}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(-3)\times 5\div(-12)=(-3)\times 5\times\left(-\frac{1}{12}\right)$
$=+\left(\frac{{}^{1}\cancel{3}\times 5\times 1}{\cancel{12}^{4}}\right)$
$=\frac{5}{4}$

b. $8\div\left(-\frac{14}{5}\right)\times(-7)=8\times\left(-\frac{5}{14}\right)\times(-7)$
$=+\left(\frac{{}^{4}\cancel{8}\times 5\times{}^{1}\cancel{7}}{\cancel{14}^{2}}\right)$
$=20$

c. $(-6)\div\frac{3}{5}\times 10=(-6)\times\frac{5}{3}\times 10$
$=-\left(\frac{{}^{2}\cancel{6}\times 5\times 10}{{}_{1}\cancel{3}}\right)$
$=-100$

d. $(-3)\times 4\div 24=(-3)\times 4\times\frac{1}{24}$
$=-\left(\frac{{}_{1}\cancel{3}\times{}_{1}\cancel{4}\times 1}{\cancel{24}^{2}}\right)$
$=-\frac{1}{2}$

e. $18\div\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=18\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=+\left(\frac{{}^{2}\cancel{18}\times{}^{1}2\times 3}{{}_{1}\cancel{9}\times{}_{2}\cancel{4}}\right)$
$=3$

f. $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{3}{10}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=+\left(\frac{{}_{1}\cancel{3}\times{}^{2}\cancel{10}\times 3}{{}_{5}\cancel{5}\times{}_{1}\cancel{3}\times{}_{1}\cancel{2}}\right)$
$=3$

Fecha: dd – mm – aa
1-7-1 Multiplicación y división de números positivos y negativos combinadas

Ⓟ Calcule.
$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$

Ⓢ Forma 1.
Calcule de izquierda a derecha.

$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$
$=+\left(\frac{{}^{9}\cancel{27}\times 2}{{}_{1}\cancel{3}}\right)\div(-9)$
$=18\div(-9)$
$=-(18\div 9)$
$=-2$

Forma 2.
Cambie la división a multiplicación utilizando el recíproco de -9 y calcule.

$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)$
$=(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$
$=-\left(\frac{{}^{9}\cancel{27}\times 2\times 1}{{}_{1}\cancel{3}\times{}_{1}\cancel{9}}\right)$
$=-2$

Ⓒ Para calcular una expresión con multiplicación y división de fracciones:
Paso 1. Se cambia la división a multiplicación utilizando el recíproco del divisor.
Paso 2. Se colocan los signos.
Paso 3. Se calcula.

Ⓔ Calcule utilizando la forma 2.

a. $(-3)\times 5\div(-12)=(-3)\times 5\times\left(-\frac{1}{12}\right)$
$=+\left(\frac{{}^{1}\cancel{3}\times 5\times 1}{\cancel{12}_{4}}\right)$
$=\frac{5}{4}$

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 2 Potencia con números negativos

Aprendizaje esperado:
Encuentra la potencia con números negativos.

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 2 Potencia con números negativos

Ⓟ Escriba en forma de producto y calcule.

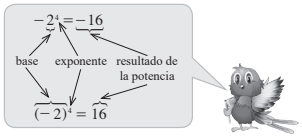
a. -2^4

b. $(-2)^4$

-2^4 y $(-2)^4$ son parecidos pero representan productos diferentes.

Ⓢ a. $-2^4 = -(2\times2\times2\times2)$
$= -16$

b. $(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
$= 16$



Ⓒ En una potencia:
1. Si la base no está entre paréntesis, entonces se copia el signo y el exponente afecta solo al número.
2. Si la base está entre paréntesis, entonces el exponente afecta a todo lo que está dentro del paréntesis, es decir, al signo y al número.

Ejemplo:

a. $-4^2 = -(4\times4)$
$= -16$
b. $(-4)^2 = (-4)\times(-4)$
$= 16$
c. $(-3)^2 = (-3)\times(-3)$
$= 9$
d. $(-3)^3 = (-3)\times(-3)\times(-3)$
$= -27$

Si el exponente es par, el resultado de la potencia es positivo.

Si el exponente es impar, el resultado de la potencia es negativo.

Ⓔ Calcule las siguientes expresiones.

a. -6^2 b. $(-3)^4$
c. -5^3 d. $(-7)^2$
e. -8^2 f. $(-2)^5$
g. -3^4 h. $(-9)^3$
i. -5^5 j. $(-4)^3$

Solucionario de los ejercicios:

a. $-6^2 = -(6\times6) = -36$
b. $(-3)^4 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = 81$
c. $-5^3 = -(5\times5\times5) = -125$
d. $(-7)^2 = (-7)\times(-7) = 49$
e. $-8^2 = -(8\times8) = -64$
f. $(-2)^5 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = -32$
g. $-3^4 = -(3\times3\times3\times3) = -81$
h. $(-9)^3 = (-9)\times(-9)\times(-9) = -729$
i. $-5^5 = -(5\times5\times5\times5\times5) = -3,125$
j. $(-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4) = -64$

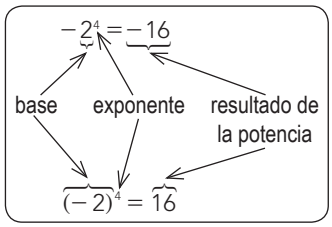
Fecha: dd – mm – aa
1-7-2 Potencia con números negativos

Ⓟ Escriba en forma de producto y calcule.

a. -2^4
b. $(-2)^4$

Ⓢ a. $-2^4 = -(2\times2\times2\times2)$
$= -16$

b. $(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
$= 16$



Ⓒ Si la base no está entre paréntesis, se copia el signo y el exponente afecta solo al número.
Si la base está entre paréntesis, el exponente afecta a todo lo que está dentro del paréntesis, al signo y al número.

Ejemplo:

a. $-4^2 = -(4\times4)$
$= -16$

b. $(-4)^2 = (-4)\times(-4)$
$= 16$

c. $(-3)^2 = (-3)\times(-3)$
$= 9$

b. $(-3)^3 = (-3)\times(-3)\times(-3)$
$= -27$

Ⓔ Calcule.

a. $-6^2 = -(6\times6)$
$= -36$

b. $(-3)^4 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$
$= 81$

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 3 Orden de operaciones (1)

Aprendizaje esperado:
Calcula una expresión con suma, resta, multiplicación, división y potencia combinadas.

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 3 Orden de operaciones (1)

P Calcule las siguientes expresiones.

a. $3-(-2)\times 5$

b. $5\times(-12)+14\div 7$

c. $-4+(-5)\times(-2)^3$

S

a. $3-(-2)\times 5$
$=3-(-10)$ Se multiplica $(-2)\times 5$.
$=3+10$ Se cambia la resta a una suma y el signo del sustraendo.
$=13$ Se suma.

b. $5\times(-12)+14\div 7$
$=-60+2$ Se multiplica $5\times(-12)$ y se divide $14\div 7$.
$=-58$ Se suma.

c. $-4+(-5)\times(-2)^3$
$=-4+(-5)\times(-8)$ Se calcula $(-2)^3$.
$=-4+40$ Se multiplica $(-5)\times(-8)$.
$=36$ Se suma.

C Para calcular una expresión que combina suma, resta, multiplicación, división y potencia:

Paso 1. Se calculan las potencias.
Paso 2. Se multiplica y se divide de izquierda a derecha.
Paso 3. Se suma y se resta de izquierda a derecha.

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-2)\times 5-6\div(-3)$ b. $-10-7+(-3)^2$ c. $-5-(-3)\times 4$

d. $4-6\div 3\times 5+2$ e. $3^2+5\times 8\div 2$ f. $3-(-2)\times 5-(-10)$

g. $5\div(-5)-2^3\times 3$ h. $(-7)\times 1+(-9)\div 3$ i. $12-4^2\div(-2)\times 4$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(-2)\times 5-6\div(-3)=-10-(-2)=-10+2=-8$

b. $-10-7+(-3)^2=-10-7+9=-17+9=-8$

c. $-5-(-3)\times 4=-5-(-12)=-5+12=7$

d. $4-6\div 3\times 5+2=4-2\times 5+2=4-10+2=6-10=-4$

e. $3^2+5\times 8\div 2=9+5\times 8\div 2=9+40\div 2=9+20=29$

f. $3-(-2)\times 5-(-10)=3-(-10)-(-10)=3+10+10=23$

g. $5\div(-5)-2^3\times 3=5\div(-5)-8\times 3=-1-24=-25$

h. $(-7)\times 1+(-9)\div 3=-7+(-3)=-10$

i. $12-4^2\div(-2)\times 4=12-16\div(-2)\times 4=12-(-8)\times 4=12-(-32)=12+32=44$

Fecha: dd – mm – aa
1-7-3 Orden de operaciones (1)

Ⓟ Calcule.

a. $3-(-2)\times 5$
b. $5\times(-12)+14\div 7$
c. $-4+(-5)\times(-2)^3$

Ⓢ a. $3-(-2)\times 5$
$=3-(-10)$ Se multiplica.
$=3+10$ Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.
$=13$

b. $5\times(-12)+14\div 7$
$=-60+2$ Se multiplica y se divide.
$=-58$

c. $-4+(-5)\times(-2)^3$
$=-4+(-5)\times(-8)$ Se calcula la potencia.
$=-4+40$ Se multiplica.
$=36$

Ⓒ Para calcular una expresión combinada:
Paso 1. Se calculan las potencias.
Paso 2. Se multiplica y divide de izquierda a derecha.
Paso 3. Se suma y resta de izquierda a derecha.

Ⓔ Calcule.

a. $(-2)\times 5-6\div(-3)$
$=-10-(-2)$
$=-10+2$
$=-8$

b. $-10-7+(-3)^2$
$=-10-7+9$
$=-17+9$
$=-8$

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 4 Orden de operaciones (2)

Aprendizaje esperado:
Calcula una expresión con paréntesis y corchetes.

Sección 7 Operaciones combinadas de números positivos y negativos
Clase 4 Orden de operaciones (2)

Ⓟ Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-4)\times(-7+9)+19$

b. $8+[12\div(-2\times3)]-5$

Ⓢ

a. $(-4)\times(-7+9)+19$
$=(-4)\times(+2)+19$ Se operan los números dentro del paréntesis $(-7+9)$.
$=-8+19$ Se multiplica $(-4)\times(+2)$.
$=11$ Se suma.

b. $8+[12\div(-2\times3)]-5$
$=8+[12\div(-6)]-5$ Se operan los números dentro del paréntesis (-2×3).
$=8+(-2)-5$ Se operan los números dentro del corchete $[12\div(-6)]$.
$=8-2-5$ Se suprimen los paréntesis.
$=6-5$
$=1$

Ⓒ Cuando una expresión incluye diversos signos de agrupación, el orden de cálculo es:

Paso 1. Se resuelven primero las operaciones indicadas dentro de los paréntesis ( ), luego los corchetes [ ].
Paso 2. Se multiplica y se divide de izquierda a derecha.
Paso 3. Se suma y se resta de izquierda a derecha.

Ⓔ Calcule las siguientes expresiones.

a. $(-5+10)\times3-4$ b. $4\times[-2-(5-4)]$ c. $7+(12-4)\times3$

d. $5\times[-4+(2-8)]$ e. $15\div(3-6)\times2$ f. $-5+[-3\times(2-5)]$

g. $(-15-6)\div3\times(-2)$ h. $36\div[2\times(-2-4)]$ i. $9\times(-5+2)\div(-3)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(-5+10)\times3-4=5\times3-4=15-4=11$
b. $4\times[-2-(5-4)]=4\times(-2-1)=4\times(-3)=-12$
c. $7+(12-4)\times3=7+8\times3=7+24=31$
d. $5\times[-4+(2-8)]=5\times[-4+(-6)]=5\times(-10)=-50$
e. $15\div(3-6)\times2=15\div(-3)\times2=-5\times2=-10$
f. $-5+[-3\times(2-5)]=-5+[-3\times(-3)]=-5+9=4$
g. $(-15-6)\div3\times(-2)=-21\div3\times(-2)=-7\times(-2)=14$
h. $36\div[2\times(-2-4)]=36\div[2\times(-6)]=36\div(-12)=-3$
i. $9\times(-5+2)\div(-3)=9\times(-3)\div(-3)=-27\div(-3)=9$

Fecha: dd – mm – aa
1-7-4 Orden de operaciones (2)

Ⓟ Calcule.

a. $(-4)\times(-7+9)+19$
b. $8+[12\div(-2\times3)]-5$

Ⓢ a. $(-4)\times(-7+9)+19$
$=(-4)\times(+2)+19$ Se opera dentro del ( ).
$=-8+19$ Se multiplica.
$=11$

b. $8+[12\div(-2\times3)]-5$
$=8+[12\div(-6)]-5$ Se opera dentro del ( ).
$=8+(-2)-5$ Se opera dentro del [ ].
$=8-2-5$ Se suprimen los paréntesis.
$=6-5$
$=1$

Ⓒ El orden de cálculo es:

Paso 1. Se resuelven primero las operaciones indicadas dentro de los paréntesis ( ), luego los corchetes [ ].
Paso 2. Se multiplica y se divide de izquierda a derecha.
Paso 3. Se suma y se resta de izquierda a derecha.

Ⓔ Calcule.

a. $(-5+10)\times3-4$
$=5\times3-4$
$=15-4$
$=11$

b. $4\times[-2-(5-4)]$
$=4\times(-2-1)$
$=4\times(-3)$
$=-12$

Complemento de solucionario de los ejercicios

Sección 4, clase 5

2. k. $(+6)-(+11)=(+6)+(-11)$
$=-(11-6)$
$=-5$

l. $(+5)-(+15)=(+5)+(-15)$
$=-(15-5)$
$=-10$

Sección 4, clase 6

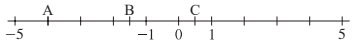
2. k. $(-5)-(-6)=(-5)+(+6)$
$=+(6-5)$
$=+1$

l. $(-9)-(-8)=(-9)+(+8)$
$=-(9-8)$
$=-1$

Ejercitación A

Ejercitación A

1. Clasifique los siguientes números en primos y compuestos.
   11, 21, 39, 42, 59, 77
2. Escriba la descomposición en factores primos de los siguientes números compuestos.
   18, 48, 75, 90, 100, 135
3. Encuentre el MCM de los siguientes números.
   2 y 5, 5 y 15, 9 y 12
4. Encuentre el MCD de los siguientes números.
   5 y 15, 9 y 12
5. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $2.8 + 5.1$ b. $6.6 - 4.3$ c. $10.2 + 4.73$ d. $19.3 - 5.16$
6. Calcule las siguientes expresiones.
   a. 3.7×2.4 b. $7.8 \div 1.3$ c. 2.33×5.1 d. $6.56 \div 4.1$
7. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ b. $\frac{4}{5}-\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{7}+\frac{1}{14}$ d. $\frac{5}{26}-\frac{5}{13}$
8. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}$ b. $\frac{3}{8}\div\frac{2}{5}$ c. $\frac{4}{9}\times 4$ d. $\frac{5}{6}\div 7$
9. Exprese la medida de temperatura utilizando números positivos y negativos.
   a. 5°C arriba de 0°C b. 10°C debajo de 0°C
10. Escriba el número que corresponde a cada letra en la recta numérica.



11. Exprese con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia.
    a. 6 cm más corto de la "longitud ideal".
    b. 4 min antes del "tiempo actual".
12. Compare los siguientes pares de números y escriba $>$ o $<$ donde corresponda.
    a. $2 \square -3$ b. $-5 \square -8$ c. $-0.5 \square 0$ d. $-\frac{1}{2} \square -\frac{1}{6}$
13. Encuentre el valor absoluto de los siguientes números.
    a. -9 b. $+2$ c. -4.8 d. $+\frac{3}{7}$
14. Calcule las siguientes expresiones.
    a. $(-3)+(-6)$ b. $(+5)-(+1)$ c. $(-4)+(+5)$ d. $(+2)-(-4)$
    e. $(+2)+(-7)$ f. $(-7)-(-3)$ g. $(+3)+(-3)$ h. $0-(-8)$
    i. $(-2.6)+(+1.3)$ j. $(-3.3)-(+6.5)$ k. $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)$ l. $\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)$
    m. $(-6)+(-3)+(+2)$ n. $(+2)+(-4)-(-5)$ o. $(-7)+(-1)-(+4)-(-4)$
15. Calcule las siguientes expresiones.
    a. $3\times(-2)$ b. $(-9)\div 3$ c. $(-4)\times(-5)$ d. $(-6)\div(-2)$
16. Calcule las siguientes expresiones.
    a. -3^2 b. $(-5)^3$ c. $5+10\div(-2)$ d. $4-6\times(-5)$

Solucionario:

1.

Número	Divisores	Número de divisores
11	1, 11	2
21	1, 3, 7, 21	4
39	1, 3, 13, 39	4
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	8
59	1, 59	2
77	1, 7, 11, 77	4

R: Números primos: 11, 59
Números compuestos: 21, 39, 42, 77

2.
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 |
R: $18 = 2 \times 3 \times 3$

48 | 2
24 | 2
12 | 2
6 | 2
3 | 3
1 |
R: $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

75 | 3
25 | 5
5 | 5
1 |
R: $75 = 3 \times 5 \times 5$

90 | 2
45 | 3
15 | 3
5 | 5
1 |
R: $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

100 | 2
50 | 2
25 | 5
5 | 5
1 |
R: $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

135 | 3
45 | 3
15 | 3
5 | 5
1 |
R: $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$

3.
$2 =$ | 2
$5 =$ | 5
MCM $(2, 5) =$ | $2 \times 5 = 10$

$5 =$ | 5
$15 =$ | 3×5
MCM $(5, 15) =$ | $3 \times 5 = 15$

$9 =$ | 3×3
$12 =$ | $2 \times 2 \times 3$
MCM $(9, 12) =$ | $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

4.
$5 =$ | 5
$15 =$ | 3×5
MCD $(5, 15) =$ | $5 = 5$

$9 =$ | 3×3
$12 =$ | $2 \times 2 \times 3$
MCD $(9, 12) =$ | $3 \quad = 3$

5. a. $\begin{array}{r} 2.8 \\ +5.1 \\ \hline 7.9 \end{array}$ b. $\begin{array}{r} 6.6 \\ -4.3 \\ \hline 2.3 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 10.20 \\ +4.73 \\ \hline 14.93 \end{array}$ d. $\begin{array}{r} 19.30 \\ -5.16 \\ \hline 14.14 \end{array}$

6. a. $\begin{array}{r} 3.7 \\ \times 2.4 \\ \hline 148 \\ 74 \\ \hline 8.88 \end{array}$ b. $1.3\overline{)7.8}$ = 6; 78, 00

c. $\begin{array}{r} 2.33 \\ \times\ 5.1 \\ \hline 233 \\ 1165 \\ \hline 11.883 \end{array}$ d. $4.1\overline{)6.56}$ = 1.6; 41, 246, 246, 000

7. a. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4\times1}{4\times3}+\frac{3\times1}{3\times4}$
$=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}$
$=\frac{4+3}{12}$
$=\frac{7}{12}$

b. $\frac{4}{5}-\frac{1}{2}=\frac{2\times4}{2\times5}-\frac{5\times1}{5\times2}$
$=\frac{8}{10}-\frac{5}{10}$
$=\frac{8-5}{10}$
$=\frac{3}{10}$

c. $\frac{3}{7}+\frac{1}{14}=\frac{2\times3}{2\times7}+\frac{1\times1}{1\times14}$
$=\frac{6}{14}+\frac{1}{14}$
$=\frac{6+1}{14}$
$=\frac{7}{14}$
$=\frac{1}{2}$

d. $\frac{5}{26}-\frac{5}{13}=\frac{1\times5}{1\times26}-\frac{2\times5}{2\times13}$
$=\frac{5}{26}-\frac{10}{26}$
$=\frac{5-10}{26}$
$=-\frac{5}{26}$

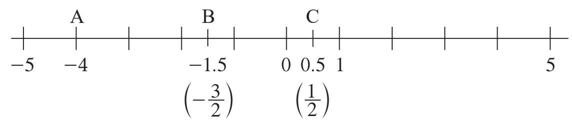
8. a. $\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{2\times1}{7\times3}$
$=\frac{2}{21}$

b. $\frac{3}{8}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{8}\times\frac{5}{2}$
$=\frac{3\times5}{8\times2}$
$=\frac{15}{16}$

c. $\frac{4}{9}\times4=\frac{4}{9}\times\frac{4}{1}$
$=\frac{4\times4}{9\times1}$
$=\frac{16}{9}$

d. $\frac{5}{6}\div7=\frac{5}{6}\div\frac{7}{1}$
$=\frac{5}{6}\times\frac{1}{7}$
$=\frac{5\times1}{6\times7}$
$=\frac{5}{42}$

9. a. $+5$°C b. -10°C

10.


11. a. -6 cm b. -4 min

12. a. $2 \boxed{>} -3$ b. $-5 \boxed{>} -8$
c. $-0.5 \boxed{<} 0$ d. $-\frac{1}{2} \boxed{<} -\frac{1}{6}$

13. a. $|-9|=9$ b. $|+2|=2$
c. $|-4.8|=4.8$ d. $\left|+\frac{3}{7}\right|=\frac{3}{7}$

14. a. $(-3)+(-6)=-(3+6)$
$=-9$

b. $(+5)-(+1)=(+5)+(-1)$
$=+(5-1)$
$=4$

c. $(-4)+(+5)=+(5-4)$
$=1$

d. $(+2)-(-4)=(+2)+(+4)$
$=+(2+4)$
$=6$

e. $(+2)+(-7)=-(7-2)$
$=-5$

f. $(-7)-(-3)=(-7)+(+3)$
$=-(7-3)$
$=-4$

g. $(+3)+(-3)=0$

h. $0-(-8)=0+(+8)$
$=8$

i. $(-2.6)+(+1.3)=-(2.6-1.3)$
$=-1.3$

j. $(-3.3)-(+6.5)=(-3.3)+(-6.5)$
$=-(3.3+6.5)$
$=-9.8$

k. $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)=+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)$
$=\frac{1}{5}$

l. $\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{10}{6}\right)-\left(+\frac{9}{6}\right)$
$=\left(+\frac{10}{6}\right)+\left(-\frac{9}{6}\right)$
$=+\left(\frac{10}{6}-\frac{9}{6}\right)$
$=\frac{1}{6}$

m. $(-6)+(-3)+(+2)=-6-3+2$
$=2-6-3$
$=2-9$
$=-7$

n. $(+2)+(-4)-(-5)=(+2)+(-4)+(+5)$
$=2-4+5$
$=2+5-4$
$=7-4$
$=3$

o. $(-7)+(-1)-(+4)-(-4)=(-7)+(-1)+(-4)+(+4)$
$=-7-1-4+4$
$=4-7-1-4$
$=4-12$
$=-12+4$
$=-8$

15. a. $3 \times (-2) = -(3 \times 2)$
$= -6$

b. $(-9) \div 3 = -(9 \div 3)$
$= -3$

c. $(-4) \times (-5) = +(4 \times 5)$
$= 20$

d. $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2)$
$= 3$

16. a. $-3^2 = -(3 \times 3)$
$= -9$

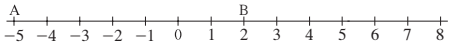
b. $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5)$
$= -125$

c. $5 + 10 \div (-2) = 5 + (-5)$
$= 0$

d. $4 - 6 \times (-5) = 4 - (-30)$
$= 4 + 30$
$= 34$

Ejercitación B

1. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $3.4 + 2.9$ b. $5.5 - 2.7$ c. $8.6 + 10.59$ d. $14.51 - 2.62$
2. Calcule las siguientes expresiones.
   a. 20×0.7 b. $4 \div 0.8$ c. 0.5×2.66 d. $2.4 \div 0.04$
3. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$ b. $\frac{7}{10} - \frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$ d. $\frac{13}{20} - \frac{1}{4}$
4. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$ b. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$ c. $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}$ d. $\frac{6}{7} \div \frac{12}{21}$
5. Encuentre los números enteros que tengan como valor absoluto 2.
6. El punto P, que no se muestra en la recta numérica, está a 5 unidades del punto B y a 2 unidades del punto A. ¿Qué número es el punto P?



7. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $-2 - 4$ b. $-7 + 3$ c. $-5 + 9$ d. $-6 + 6$
   e. $-5.1 + 2.9$ f. $-1.7 + 4.3$ g. $-3.4 - 6.6$ h. $-\frac{7}{2} - \frac{3}{2}$
   i. $-\frac{7}{6} + \frac{8}{3}$ j. $-3 + 5 - 7$ k. $2 - 6 - 1 - 4$ l. $-5 + 8 - 7 + 9$
   m. $4+(-3)-(-6)+5$ n. $7-(-1)+(-2)+8$ o. $-3+(-6)-(-9)+11$
8. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $(-4)\times 6 \div (-8)$ b. $9 \div \left(-\frac{3}{5}\right) \times (-2)$ c. $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \div \left(-\frac{15}{16}\right)$ d. $\left(-\frac{2}{7}\right) \div \frac{4}{9} \div \left(-\frac{3}{14}\right)$
   e. $(-2)\times(-4)\times(-3)$ f. $40 \div (-10) \times (-5)$ g. $(-8.4) \div (-4.2)$ h. $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \frac{2}{5}$
9. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $2\times 6 - 4 \div (-1)$ b. $2^3 - 3 \div (-10) \times (-20)$ c. $(-3)^3 \div 9 - 5 \times 2$
   d. $6^2 \div 2 - (-8)^2 \div 4$ e. $2\times[-5-(4-7)]$ f. $(-2.3-5.7) \div (-2) \times (-5)$
   g. $-\frac{1}{3} + (-4+9) \div \frac{3}{5}$ h. $(-6.2) \div 3.1 - \frac{9}{4} \times \left(-\frac{8}{3}\right)$

Solucionario:

1. a.
$$\begin{array}{r} 3.4 \\ +\ 2.9 \\ \hline 6.3 \end{array}$$
b.
$$\begin{array}{r} 5.5 \\ -\ 2.7 \\ \hline 2.8 \end{array}$$
c.
$$\begin{array}{r} 8.60 \\ +\ 10.59 \\ \hline 19.19 \end{array}$$
d.
$$\begin{array}{r} 14.51 \\ -\ 2.62 \\ \hline 11.89 \end{array}$$

2. a.
$$\begin{array}{r} 20 \\ \times\ 0.7 \\ \hline 14 0 \\ 0\ 0 \\ \hline 14.\emptyset \end{array}$$
b.
$$0.8\overset{\smile}{)}\overset{\smile}{4.0}$$
$$\begin{array}{r} 5 \\ 4\ 0 \\ \hline 0\ 0 \end{array}$$
c.
$$\begin{array}{r} 0.5 \\ \times 2.6\ 6 \\ \hline 3\ 0 \\ 3\ 0 \\ \hline 1\ 0 \\ 1.3\ 3\ \emptyset \end{array}$$
d.
$$0.0\overset{\smile}{4}\overset{\smile}{)}\overset{\smile}{2.4}\overset{\smile}{0}$$
$$\begin{array}{r} 60 \\ 2\ 4 \\ \hline 0\ 0\ 0 \end{array}$$

3. a.
$$\frac{2}{5} + \frac{4}{15} = \frac{3\times 2}{3\times 5} + \frac{1\times 4}{1\times 15}$$
$$= \frac{6}{15} + \frac{4}{15}$$
$$= \frac{6+4}{15}$$
$$= \frac{10}{15}$$
$$= \frac{2}{3}$$

b.
$$\frac{7}{10} - \frac{1}{6} = \frac{3\times 7}{3\times 10} - \frac{5\times 1}{5\times 6}$$
$$= \frac{21}{30} - \frac{5}{30}$$
$$= \frac{21-5}{30}$$
$$= \frac{16}{30}$$
$$= \frac{8}{15}$$

c.
$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2\times 1}{2\times 6} + \frac{3\times 3}{3\times 4}$$
$$= \frac{2}{12} + \frac{9}{12}$$
$$= \frac{2+9}{12}$$
$$= \frac{11}{12}$$

d.
$$\frac{13}{20} - \frac{1}{4} = \frac{1\times 13}{1\times 20} - \frac{5\times 1}{5\times 4}$$
$$= \frac{13}{20} - \frac{5}{20}$$
$$= \frac{13-5}{20}$$
$$= \frac{8}{20}$$
$$= \frac{2}{5}$$

4. a.
$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{2}^{1}}{\cancel{4}^{2} \times \cancel{9}^{3}}$$
$$= \frac{1}{6}$$

b.
$$\frac{3}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{3}$$
$$= \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{10}^{2}}{\cancel{5}^{1} \times \cancel{3}^{1}}$$
$$= 2$$

c.
$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{\cancel{2}^{1} \times \cancel{9}^{3}}{\cancel{3}^{1} \times \cancel{10}^{5}}$$
$$= \frac{3}{5}$$

d. $\frac{6}{7} \div \frac{12}{21} = \frac{6}{7} \times \frac{21}{12}$

$= \frac{\cancel{6}^{1} \times \cancel{21}^{3}}{\cancel{7}^{1} \times \cancel{12}^{2}}$

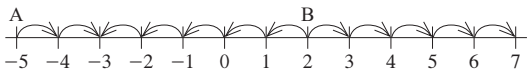
$= \frac{3}{2}$

5. -2 y 2

6. -3

(*Explicación*)

Los números que se ubican a 5 unidades del punto B son -3 o 7. Entre los dos números, el número que se ubica a 2 unidades del punto A es -3.



7. a. $-2-4=-6$

b. $-7+3=-4$

c. $-5+9=4$

d. $-6+6=0$

e. $-5.1+2.9=-2.2$

f. $-1.7+4.3=2.6$

g. $-3.4-6.6=-10$

h. $-\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{10}{2}$

$=-5$

i. $-\frac{7}{6}+\frac{8}{3}=-\frac{7}{6}+\frac{16}{6}$

$=\frac{9}{6}$

$=\frac{3}{2}$

j. $-3+5-7=-3-7+5$

$=5-3-7$

$=5-10$

$=-5$

k. $2-6-1-4=2-11$

$=-9$

l. $-5+8-7+9=-5-7+8+9$

$=8+9-5-7$

$=17-12$

$=5$

m. $4+(-3)-(-6)+5=4+(-3)+(+6)+5$

$=4-3+6+5$

$=4+6+5-3$

$=15-3$

$=12$

n. $7-(-1)+(-2)+8=7+(+1)+(-2)+8$

$=7+1-2+8$

$=7+1+8-2$

$=16-2$

$=14$

o. $-3+(-6)-(-9)+11=-3+(-6)+(+9)+11$

$=-3-6+9+11$

$=9+11-3-6$

$=20-9$

$=11$

8. a. $(-4)\times 6\div(-8)=-24\div(-8)$

$=3$

b. $9\div\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-2)=9\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-2)$

$=+\left(\frac{\cancel{9}^{3}\times 5\times 2}{\cancel{3}^{1}}\right)$

$=30$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{15}{16}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{16}{15}\right)$

$=-\left(\frac{\cancel{3}^{1}\times\cancel{5}^{1}\times\cancel{16}^{4}}{\cancel{4}_{1}\times\cancel{6}_{2}\times\cancel{15}_{3}}\right)$

$=-\frac{2}{3}$

d. $\left(-\frac{2}{7}\right)\div\frac{4}{9}\div\left(-\frac{3}{14}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{14}{3}\right)$

$=+\left(\frac{\cancel{2}^{1}\times\cancel{9}^{3}\times\cancel{14}^{2}}{\cancel{7}_{1}\times\cancel{4}_{2}\times\cancel{3}_{1}}\right)$

$=3$

e. $(-2)\times(-4)\times(-3)=8\times(-3)$

$=-24$

f. $40\div(-10)\times(-5)=-4\times(-5)$

$=20$

g. $(-8.4)\div(-4.2)=2$

h. $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{2}{5}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{5}{2}$

$=-\left(\frac{3\times 5}{4\times 2}\right)$

$=-\frac{15}{8}$

9. a. $2\times 6-4\div(-1)=12+4$

$=16$

b. $2^{3}-3\div(-10)\times(-20)=8-3\div(-10)\times(-20)$

$=8+\frac{3}{10}\times(-20)$

$=8-6$

$=2$

c. $(-3)^{3}\div 9-5\times 2=-27\div 9-5\times 2$

$=-3-10$

$=-13$

d. $6^{2}\div 2-(-8)^{2}\div 4=36\div 2-64\div 4$

$=18-16$

$=2$

e. $2\times[-5-(4-7)]=2\times[-5-(-3)]$

$=2\times(-5+3)$

$=2\times(-2)$

$=-4$

f. $(-2.3-5.7)\div(-2)\times(-5)=-8\div(-2)\times(-5)$

$=4\times(-5)$

$=-20$

g. $\left(-\frac{1}{3}\right)+(-4+9)\div\frac{3}{5}=\left(-\frac{1}{3}\right)+5\div\frac{3}{5}$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)+5\times\frac{5}{3}$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{25}{3}$

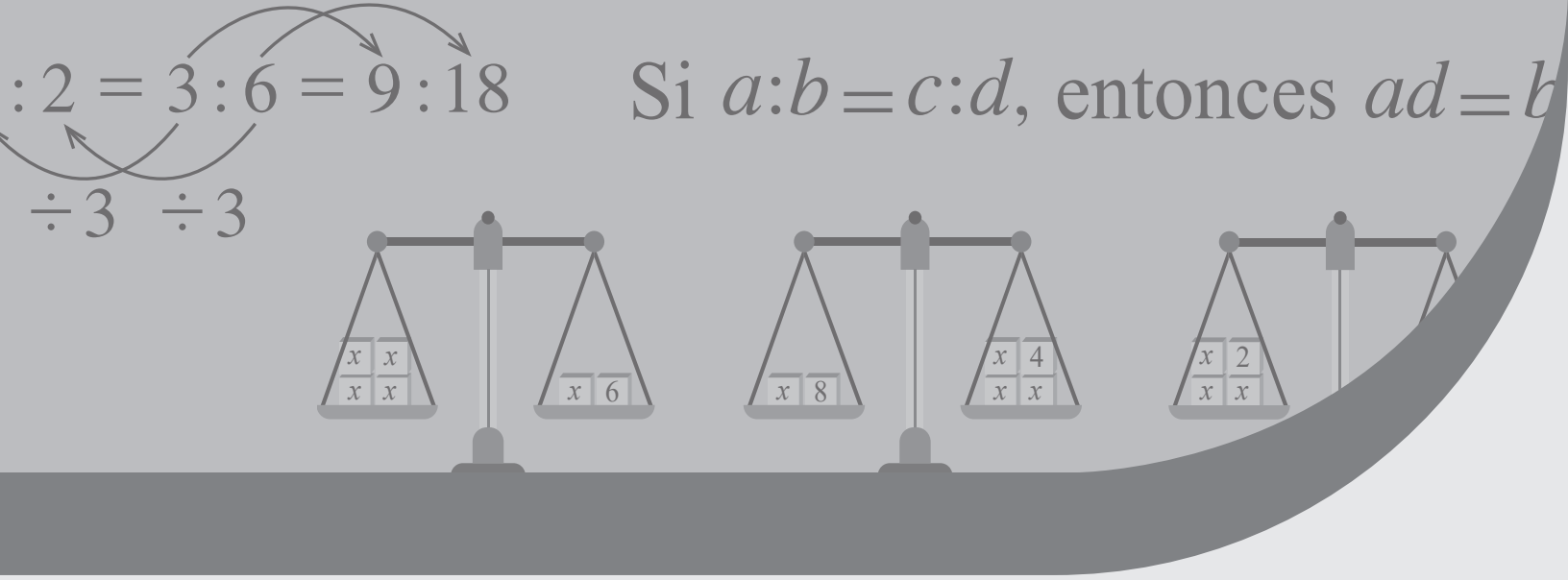
$=\frac{24}{3}$

$=8$

h. $(-6.2)\div 3.1-\frac{9}{4}\times\left(-\frac{8}{3}\right)=(-2)+\left(\frac{\cancel{9}^{3}\times\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1}\times\cancel{3}^{1}}\right)$

$=(-2)+6$

$=4$



Unidad 2 ••

Álgebra

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
1. Identifica elementos comunes en patrones algebraicos y geométricos.	1.1 Representa información cuantitativa generalizada a partir de variables.	1. Variable	1.1 Patrones de cálculo	Encuentra el valor de una cantidad con base en un patrón.
			1.2 Patrones de cálculo con una variable	Representa el patrón de una situación usando una expresión algebraica con una variable.
			1.3 Patrones de cálculo con dos variables	Representa el patrón de una situación usando una expresión algebraica con dos variables.
		2. Expresiones algebraicas	2.1 Regla de multiplicación de variables y un número en una expresión algebraica	Escribe una expresión algebraica correctamente, tal que: -Se omite el signo "×". -Se coloca primero el número. -Se ordenan las variables alfabéticamente.
			2.2 Regla de multiplicación de una variable y 1 o − 1 en una expresión algebraica	Escribe correctamente una expresión algebraica cuando el coeficiente es 1 o − 1.
			2.3 Potencia de una expresión algebraica	Escribe una expresión algebraica con exponente.
			2.4 División de una expresión algebraica entre un número entero	Escribe la división de una expresión algebraica sin el signo "÷".
			2.5 Expresiones algebraicas con multiplicación y división	Escribe una expresión algebraica sin el signo "×" y "÷".
			2.6 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (1)	Representa una situación de la vida cotidiana usando una expresión algebraica.
			2.7 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (2)	Representa una situación de distancia y tiempo usando una expresión algebraica.
			2.8 Valor de una expresión (1)	Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica cuando el valor de la variable es positivo.
			2.9 Valor de una expresión (2)	Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica cuando el valor de la variable es negativo.
			2.10 Términos y coeficientes	Encuentra los términos y coeficientes en una expresión algebraica.
			2.11 Reducción de términos en una expresión algebraica	Reduce términos en una expresión algebraica con una variable.
			2.12 Reducción de términos semejantes	Reduce términos semejantes en una expresión algebraica con una variable y término numérico.
			2.13 Multiplicación de una expresión algebraica de un término y un número	Multiplica una expresión algebraica de un término y un número.
			2.14 División de una expresión algebraica de un término entre un número	Divide una expresión algebraica de un término entre un número.
			2.15 Multiplicación de un número y una expresión algebraica de dos términos	Multiplica un número y una expresión algebraica de dos términos.

			2.16 División de una expresión algebraica de dos términos entre un número	Divide una expresión algebraica de dos términos entre un número.
2. Utiliza gráficas y símbolos en la representación de información y solución de problemas.	2.4 Aplica ecuaciones de primer grado en la resolución de problemas.	3. Ecuaciones de primer grado	3.1 Igualdad de dos expresiones numéricas	Escribe una igualdad de dos expresiones numéricas.
			3.2 Igualdad de dos expresiones algebraicas	Escribe una igualdad de dos expresiones algebraicas.
			3.3 Solución de ecuaciones	Identifica si un valor es solución de una ecuación.
			3.4 Propiedades de igualdad	Identifica las propiedades de la igualdad matemática.
			3.5 Solución de ecuaciones de la forma $x - a = b$	Resuelve una ecuación de la forma $x - a = b$.
			3.6 Solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$	Resuelve una ecuación de la forma $x + a = b$.
			3.7 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$	Resuelve una ecuación de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$.
			3.8 Solución de ecuaciones de la forma $ax = b$	Resuelve una ecuación de la forma $ax = b$.
			3.9 Solución de ecuaciones de la forma $ax + b = c$ o $ax - b = c$	Resuelve una ecuación de la forma $ax + b = c$ o $ax - b = c$.
			3.10 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{x}{a} + b = c$ o $\frac{x}{a} - b = c$	Resuelve una ecuación de la forma $\frac{x}{a} + b = c$ o $\frac{x}{a} - b = c$.
			3.11 Solución de ecuaciones de la forma $ax = bx + c$	Resuelve una ecuación de la forma $ax = bx + c$.
			3.12 Aplicación de ecuaciones	Resuelve un problema de una situación de la vida cotidiana usando ecuación de primer grado.
3. Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.	3.3 Aplica razones y proporciones al resolver problemas.	4. Razones y proporciones	4.1 Razones	Expresa una razón de cantidades.
			4.2 Valor de razón	Encuentra el valor de razón.
			4.3 Razones equivalentes	Analiza si un par de razones son equivalentes.
			4.4 Relación entre razones equivalentes	Encuentra razones equivalentes.
			4.5 Simplificación de razón	Encuentra la razón equivalente más simple.
			4.6 Proporciones (1)	Encuentra el valor de una incógnita en una proporción.
			4.7 Proporciones (2)	Resuelve un problema usando proporción.
		5. Sistemas de medición	5.1 Longitud	Convierte unidades de longitud a otras unidades.
			5.2 Conversiones bidimensionales	Convierte unidades de área a otras unidades.
		6. Porcentajes	6.1 Porcentajes	Convierte un número decimal a porcentaje. Convierte un porcentaje a un número decimal.

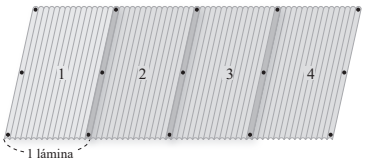
			6.2 Una cantidad es porcentaje de otra cantidad	Expresa una cantidad como porcentaje de otra.
			6.3 Porcentaje de cantidades	Encuentra la cantidad que representa un porcentaje dado.
			6.4 Descuentos	Encuentra el descuento y el precio pagado.
			6.5 Intereses	Encuentra el interés y el monto.

Sección 1 Variable
Clase 1 Patrones de cálculo

Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor de una cantidad con base en un patrón.

Sección 1 Variable
Clase 1 Patrones de cálculo

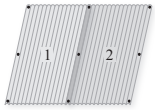
P Benjamín clava 4 láminas juntas, tal como se observa en la imagen.
¿Cuántos clavos se necesitan para las 4 láminas?



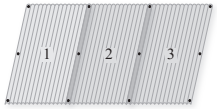
S Al observar la imagen, la primera lámina lleva dos columnas de 3 clavos cada una, pero de la segunda hasta la cuarta lámina cada una solo necesita una columna de 3 clavos.

Construya el patrón:
1 lámina necesita $3 + 1 \times 3 = 3 + 3 = 6$ clavos.

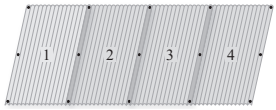
2 láminas necesitan $3 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$ clavos.



3 láminas necesitan $3 + 3 \times 3 = 3 + 9 = 12$ clavos.



4 láminas necesitan $3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$ clavos.



Respuesta: se necesitan 15 clavos para las 4 láminas.

El primer 3 indica los 3 clavos para el lado izquierdo de la primera lámina, los números del 1...4 indican el número de láminas, y el segundo 3 indica el número de clavos para el lado derecho de cada lámina.

C El número de clavos se obtiene relacionando el número de láminas con la cantidad de clavos por lámina, y se calcula:
3 + (número de láminas) ×3

E Utilice el patrón numérico anterior para encontrar la cantidad de clavos necesarios según el número de láminas.

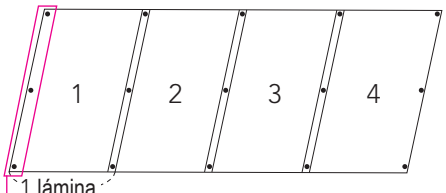
a. 5 láminas b. 6 láminas c. 10 láminas

Solucionario de los ejercicios:

a. $3 + 5 \times 3 = 18$
R: 18 clavos
b. $3 + 6 \times 3 = 21$
R: 21 clavos
c. $3 + 10 \times 3 = 33$
R: 33 clavos

Fecha: dd – mm – aa
2-1-1 Patrones de cálculo

Ⓟ ¿Cuántos clavos se necesitan para las 4 láminas?



Ⓢ Para 1 lámina $3 + 1 \times 3 = 6$ clavos
Para 2 láminas $3 + 2 \times 3 = 9$ clavos
Para 3 láminas $3 + 3 \times 3 = 12$ clavos
Para 4 láminas $3 + 4 \times 3 = 15$ clavos

3 clavos de la primera lámina
Número de láminas
3 clavos del lado derecho de cada lámina

R: Se necesitan 15 clavos para las 4 láminas.

Ⓒ El número de clavos se calcula:
3 + (número de láminas) ×3

Ⓔ Utilice el patrón numérico anterior para encontrar la cantidad de clavos.

a. 5 láminas
$3 + 5 \times 3 = 18$

R: 18 clavos

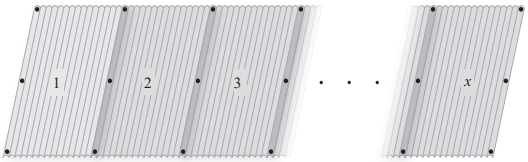
Sección 1 Variable
Clase 2 Patrones de cálculo con una variable

Aprendizaje esperado:
Representa el patrón de una situación usando una expresión algebraica con una variable.

Sección 1 Variable
Clase 2 Patrones de cálculo con una variable

P Pedro utiliza x láminas para terminar de techar su casa, tal como se observa en la imagen.

¿Cuántos clavos se necesitan para x láminas?



S Al observar la imagen solamente la primera lámina necesita 6 clavos con dos columnas de 3 clavos cada una. De la segunda lámina en adelante ya solo necesita una columna de 3 clavos. Esto significa que el patrón es $3 + x \times 3$ donde x es el número de láminas.

$3 + x \times 3$ también se puede expresar como $x \times 3 + 3$.

Respuesta: se necesitan $x \times 3 + 3$ clavos para x láminas.

En este libro, las variables y las constantes se escriben en itálica. Por ejemplo: *a*, *b*, *c*, *x*, *y*.
"*x*" y × son diferentes.

C A la expresión $x \times 3 + 3$ se le llama **expresión algebraica**. A una letra que representa una cantidad desconocida se le llama **variable** o **incógnita**. Una expresión algebraica combina números, variables y signos de una operación.

E Resuelva los siguientes problemas.

a. Observe el dibujo.
El primer triángulo se construye con 3 palitos.
Del segundo triángulo en adelante se construyen con 2 palitos más.

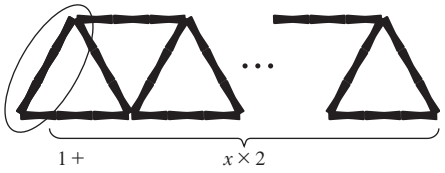
Represente el número de palitos que se necesitan para construir x triángulos con una expresión algebraica.

b. Observe el dibujo.
El primer cuadro se construye con 4 palitos.
Del segundo cuadro en adelante se construyen con 3 palitos más.

Represente el número de palitos que se necesitan para construir m cuadros con una expresión algebraica.

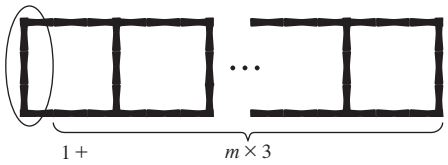
Solucionario de los ejercicios:

a.



R: $x \times 2 + 1$ palitos

b.

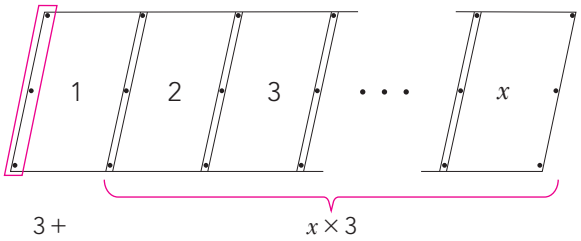


R: $m \times 3 + 1$ palitos

Fecha: dd – mm – aa

2-1-2 Patrones de cálculo con una variable

Ⓟ ¿Cuántos clavos se necesitan para x láminas?



Ⓢ 1ra. lámina ⟶ 6 clavos: dos columnas de 3 clavos
De la 2da. lámina en adelante ⟶ una columna de 3 clavos

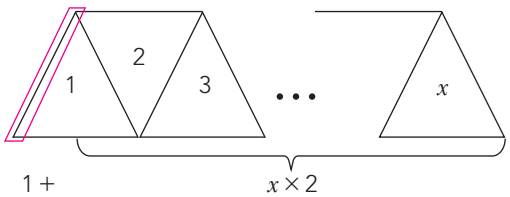
$$3 + x \times 3 \quad = \quad x \times 3 + 3$$

↓ Número de láminas

R: Se necesitan $x \times 3 + 3$ clavos para x láminas.

Ⓒ A la expresión $x \times 3 + 3$ se le llama expresión algebraica. A una letra que representa una cantidad desconocida se le llama variable o incógnita.

Ⓔ a. Represente el número de palitos que se necesitan para construir x triángulos.



1er. triángulo ⟶ 3 palitos: 1 palito para el lado izquierdo y 2 palitos para la base y lado derecho.
Del 2do. triángulo en adelante ⟶ 2 palitos: 1 para la base y 1 para el lado derecho.

$1 + x \times 2 = x \times 2 + 1$

R: Se necesitan $x \times 2 + 1$ palitos para x triángulos.

Sección 1 Variable
Clase 3 Patrones de cálculo con dos variables

Aprendizaje esperado:
Representa el patrón de una situación usando una expresión algebraica con dos variables.

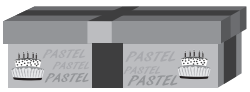
Sección 1 Variable
Clase 3 Patrones de cálculo con dos variables

(P) Cada pastel posee el mismo peso, cuyo valor es x gramos. Los pasteles se colocan en la caja como en la imagen. La caja pesa y gramos. Represente cada pregunta con una expresión algebraica.

a. ¿Cuántos gramos pesarán 5 pasteles?

b. ¿Cuál es el peso de la caja?

c. ¿Cuál es el peso total de 5 pasteles y la caja?



(S)
a. Si cada pastel pesa x gramos, entonces 5 pasteles pesarán:
$5 \times x$ gramos

b. Si la caja pesa y gramos, entonces 1 caja pesará:
$1 \times y$ gramos

c. Si los 5 pasteles pesan $5 \times x$ gramos y la caja pesa $1 \times y$ gramos, entonces el peso total de la caja con los 5 pasteles es:
$5 \times x + 1 \times y$ gramos

(C) Una expresión algebraica consta de una o más variables.

(E) Resuelva los siguientes problemas.

a. Juan lleva 32 piñas en un cajón. Cada piña pesa regularmente lo mismo, equivalente a x gramos, y el cajón y gramos. Represente el peso total del cajón junto con las piñas con una expresión algebraica.

b. Ixkik compra 3 güipiles idénticos que cuestan a quetzales cada uno y 2 pares de zapatos de la misma marca que cuestan b quetzales cada par. Represente el valor total de la compra con una expresión algebraica.

c. En la motocicleta de José van 2 personas de la misma masa corporal que pesan x libras cada una. El peso de la motocicleta es y libras. Represente el peso total con una expresión algebraica.

d. En la granja de Luisa hay 25 cerdos y 40 gallinas. Luisa necesita vender los animales de su granja. Ella asigna a quetzales al precio de cada cerdo y b quetzales al de cada gallina. Represente el precio total con una expresión algebraica.

Solucionario de los ejercicios:

a. Peso de 32 piñas: $32 \times x$ gramos
Peso de 1 cajón: $1 \times y$ gramos
Peso total: $32 \times x + 1 \times y$ gramos
R: $32 \times x + 1 \times y$ gramos

b. Precio de 3 güipiles: $3 \times a$ quetzales
Precio de 2 zapatos: $2 \times b$ quetzales
Precio total: $3 \times a + 2 \times b$ quetzales
R: $3 \times a + 2 \times b$ quetzales

c. Peso de 2 personas: $2 \times x$ libras
Peso de 1 motocicleta: $1 \times y$ libras
Peso total: $2 \times x + 1 \times y$ libras
R: $2 \times x + 1 \times y$ libras

d. Precio de 25 cerdos: $25 \times a$ quetzales
Precio de 40 gallinas: $40 \times b$ quetzales
Precio total: $25 \times a + 40 \times b$ quetzales
R: $25 \times a + 40 \times b$ quetzales

Fecha: dd – mm – aa
2-1-3 Patrones de cálculo con dos variables

(P) Cada pastel pesa x gramos. Los pasteles se colocan en una caja que pesa y gramos. Represente con una expresión algebraica.
a. ¿Cuántos gramos pesarán 5 pasteles?
b. ¿Cuál es el peso de la caja?
c. ¿Cuál es el peso total de 5 pasteles y la caja?

(S) a. Cada pastel ⟶ x gramos
5 pasteles ⟶ $5 \times x$ gramos

b. La caja ⟶ y gramos
1 caja ⟶ $1 \times y$ gramos

c. El peso total de la caja con los 5 pasteles es:
$5 \times x + 1 \times y$ gramos

(C) Una expresión algebraica consta de una o más variables.

(E) a. Juan lleva 32 piñas en un cajón. Cada piña pesa x gramos y el cajón y gramos. Represente el peso total del cajón junto con las piñas con una expresión algebraica.

Cada piña ⟶ x gramos
32 piñas ⟶ $32 \times x$ gramos

El cajón ⟶ y gramos
1 cajón ⟶ $1 \times y$ gramos

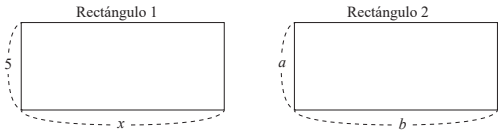
R: El peso total es $32 \times x + 1 \times y$ gramos.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 1 Regla de multiplicación de variables y un número en una expresión algebraica

Aprendizaje esperado:
Escribe una expresión algebraica correctamente, tal que:
-Se omite el signo "×".
-Se coloca primero el número.
-Se ordenan las variables alfabéticamente.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 1 Regla de multiplicación de variables y un número en una expresión algebraica

(P) Con base en los siguientes rectángulos:



a. Plantee una expresión algebraica para el área.
b. Escriba la expresión del inciso a sin el signo "×".

(S) Rectángulo 1:

a. Aplique la fórmula: (Área) = (base) × (altura)
$= x \times 5$

b. Coloque primero el número y luego la letra.
Quite el símbolo de la multiplicación "×".
$x \times 5 = 5x$

Rectángulo 2:

a. Aplique la fórmula: (Área) = (base) × (altura)
$= b \times a$

b. Quite el símbolo de la multiplicación "×" y ordene las variables alfabéticamente.
$b \times a = ab$

(C) Para escribir una expresión algebraica de un producto:

Se omite el signo de multiplicación "×".
Se coloca primero el número y después la variable.
Se ordenan las variables alfabéticamente.

Ejemplo:

a. $c \times a = ac$
b. $d \times (-3) \times c = -3cd$

(E) Escriba correctamente las siguientes expresiones algebraicas.

a. $3 \times b \times a$	b. $x \times 4 \times y$	c. $b \times (-5) \times c$
d. $y \times z \times (-12)$	e. $a \times b \times 7$	f. $-6 \times y \times x$
g. $-2 \times c \times b$	h. $z \times 9 \times x$	i. $a \times c \times 10$

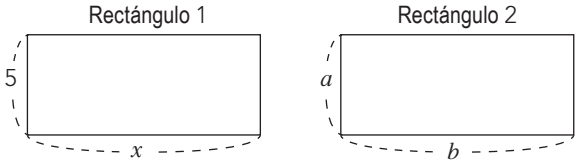
Solucionario de los ejercicios:

a. $3 \times b \times a = 3ab$
b. $x \times 4 \times y = 4xy$
c. $b \times (-5) \times c = -5bc$
d. $y \times z \times (-12) = -12yz$
e. $a \times b \times 7 = 7ab$
f. $-6 \times y \times x = -6xy$
g. $-2 \times c \times b = -2bc$
h. $z \times 9 \times x = 9xz$
i. $a \times c \times 10 = 10ac$

Fecha: dd – mm – aa

2-2-1 Regla de multiplicación de variables y un número en una expresión algebraica

(P) Con base en los rectángulos:



a. Plantee una expresión algebraica para el área.
b. Escriba la expresión del inciso a sin el signo "×".

(S) Rectángulo 1:

a. $\overset{②}{x} \times \overset{①}{5}$
b. $5x$

Área de un rectángulo = base × altura

Rectángulo 2:

a. $\overset{②}{b} \times \overset{①}{a}$
b. ab

(C) Para escribir una expresión algebraica de un producto:

- Se omite el signo "×".
- Se coloca primero el número y después la variable.
- Se ordenan las variables alfabéticamente.

Ejemplo:

a. $c \times a = ac$
b. $d \times (-3) \times c = -3cd$

(E) Escriba correctamente las expresiones algebraicas.
a. $3 \times b \times a = 3ab$
b. $x \times 4 \times y = 4xy$
c. $b \times (-5) \times c = -5bc$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 2 Regla de multiplicación de una variable y 1 o −1 en una expresión algebraica

Aprendizaje esperado:
Escribe correctamente una expresión algebraica cuando el coeficiente es 1 o −1.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 2 Regla de multiplicación de una variable y 1 o −1 en una expresión algebraica

(P) Escriba correctamente las siguientes expresiones algebraicas.

a. $1 \times x$
b. $(-1) \times y$

(S)
a. $1 \times x = x$
b. $(-1) \times y = -y$

1 = + 1

(C) Las reglas de la multiplicación de una variable y 1 o −1 en una expresión algebraica son:

En la multiplicación de una variable o expresión algebraica y 1, se omite el signo de multiplicación y el 1. Por ejemplo: $1 \times x = 1x = x$.

En la multiplicación de una variable o expresión algebraica y (-1), se escribe el signo negativo "−", pero se omite el signo de multiplicación y el 1. Por ejemplo: $(-1) \times y = -1y = -y$.

Ejemplo:

a. $1 \times y \times z = yz$
b. $a \times (-1) \times b = -ab$
c. $(-1) \times (b + c) = -(b + c)$
d. $(x - y) \times (-1) = -(x - y)$

(E) Escriba correctamente las siguientes expresiones algebraicas.

a. $1 \times x \times y$
b. $b \times a \times (-1)$
c. $x \times 1 \times y$
d. $(-1) \times (x - y)$
e. $(a + b) \times (-1)$
f. $y \times 1 \times x \times z$
g. $b \times (-1) \times a \times c$
h. $(z - y) \times (-1)$
i. $(-1) \times (a + b)$
j. $a \times b \times (-1) \times c$
k. $1 \times (x - y)$
l. $c \times b \times a \times (-1)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $1 \times x \times y = xy$
b. $b \times a \times (-1) = -ab$
c. $x \times 1 \times y = xy$
d. $(-1) \times (x - y) = -(x - y)$
e. $(a + b) \times (-1) = -(a + b)$
f. $y \times 1 \times x \times z = xyz$
g. $b \times (-1) \times a \times c = -abc$
h. $(z - y) \times (-1) = -(z - y)$
i. $(-1) \times (a + b) = -(a + b)$
j. $a \times b \times (-1) \times c = -abc$
k. $1 \times (x - y) = x - y$
l. $c \times b \times a \times (-1) = -abc$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-2 Regla de multiplicación de una variable y 1 o −1 en una expresión algebraica

(P) Escriba correctamente las expresiones algebraicas.

a. $1 \times x$
b. $(-1) \times y$

(S) a. $1 \times x = x$
b. $(-1) \times y = -y$

(C) En la multiplicación de una variable o expresión algebraica y 1, se omite el signo de multiplicación y el 1. Por ejemplo: $1 \times x = 1x = x$.
En la multiplicación de una variable o expresión algebraica y (-1), se escribe el signo negativo "−", pero se omite el signo de multiplicación y el 1. Por ejemplo: $(-1) \times y = -1y = -y$.

Ejemplo:

a. $1 \times y \times z = yz$
b. $a \times (-1) \times b = -ab$
c. $(-1) \times (b + c) = -(b + c)$
d. $(x - y) \times (-1) = -(x - y)$

(E) Escriba correctamente las expresiones algebraicas.

a. $1 \times x \times y = xy$

b. $b \times a \times (-1) = -ab$

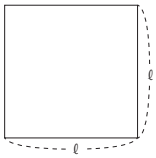
Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 3 Potencia de una expresión algebraica

Aprendizaje esperado:
Escribe una expresión algebraica con exponente.

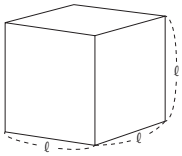
Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 3 Potencia de una expresión algebraica

P

a. Represente el área del cuadrado con una expresión algebraica, si uno de sus lados mide ℓ.



b. Represente el volumen del cubo con una expresión algebraica, si uno de sus lados mide ℓ.



S

a. (Área) = (lado) × (lado) $= \ell \times \ell = \ell^2$

b. (Volumen) = (lado) × (lado) × (lado) $= \ell \times \ell \times \ell = \ell^3$

C

Un producto de variables del mismo valor se expresa utilizando exponentes. Un exponente expresa el número de veces que se multiplica una misma cantidad.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ factores}}$$

A los números que se multiplican se les llama **factores**.

Ejemplo:

a. $m \times m \times n \times n \times n = m^2 n^3$
b. $r \times r \times q \times q \times q \times p \times p \times p \times p = p^4 q^3 r^2$

E

Escriba en forma de potencia las siguientes expresiones algebraicas.

a. $a \times a \times a$
b. $b \times b \times b \times c$
c. $b \times b \times b \times c \times c \times c$
d. $a \times a \times b \times c \times c \times c \times c$
e. $x \times x \times x \times y \times y \times z \times 3$
f. $2 \times y \times y \times y \times y \times x \times x \times x \times z \times z$
g. $z \times z \times z \times y \times y \times y \times (-2) \times x \times x$
h. $a \times a \times a \times x \times x \times x \times y \times y \times z \times z \times z \times (-1)$

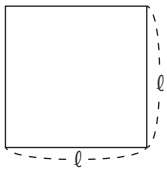
Solucionario de los ejercicios:

a. $a \times a \times a = a^3$
b. $b \times b \times b \times c = b^3 c$
c. $b \times b \times b \times c \times c \times c = b^3 c^3$
d. $a \times a \times b \times c \times c \times c \times c = a^2 b c^4$
e. $x \times x \times x \times y \times y \times z \times 3 = 3x^3 y^2 z$
f. $2 \times y \times y \times y \times y \times x \times x \times x \times x \times z \times z = 2x^3 y^4 z^2$
g. $z \times z \times z \times y \times y \times y \times (-2) \times x \times x = -2x^2 y^3 z^3$
h. $a \times a \times a \times x \times x \times x \times y \times y \times z \times z \times z \times (-1) = -a^3 x^2 y^2 z^3$

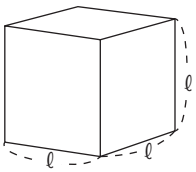
Fecha: dd – mm – aa

2-2-3 Potencia de una expresión algebraica

Ⓟ a. Represente el área del cuadrado con una expresión algebraica.



b. Represente el volumen del cubo con una expresión algebraica.



Ⓢ a. (Área) = (lado) × (lado) $= \underbrace{\ell \times \ell}_{2} = \ell^{②}$

b. (Volumen) = (lado) × (lado) × (lado) $= \underbrace{\ell \times \ell \times \ell}_{3} = \ell^{③}$

Ⓒ Un exponente expresa el número de veces que se multiplica una misma cantidad.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ factores}}$$

A los números que se multiplican se les llama factores.

Ejemplo:

a. $m \times m \times n \times n \times n = m^2 n^3$

b. $r \times r \times q \times q \times q \times p \times p \times p \times p = p^4 q^3 r^2$

- Se ordenan las variables alfabéticamente.

Ⓔ Escriba en forma de potencia las expresiones algebraicas.

a. $a \times a \times a = a^3$

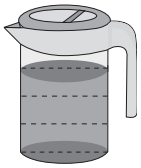
Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 4 División de una expresión algebraica entre un número entero

Aprendizaje esperado:
Escribe la división de una expresión algebraica sin el signo "÷".

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 4 División de una expresión algebraica entre un número entero

P Juliana preparó x litros de jugo de melón y quiere repartir la misma cantidad entre sus 3 amigos.

¿Cuántos litros de jugo de melón corresponden a cada amigo?



S Juliana reparte x litros entre sus 3 amigos.
La cantidad de litros de jugo que corresponde a cada amigo se representa como:
x litros $\div 3$ amigos.

$x \div 3 = \frac{x}{3}$ o $x \div 3 = x \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3}x$

Respuesta: $\frac{x}{3}$ litros de jugo de melón corresponden a cada amigo.

C La división de una expresión algebraica se escribe en forma de fracción, omitiendo el signo "÷".
El dividendo se convierte en el numerador de la fracción y el divisor en el denominador.

Ejemplo:

a. $x \div (-4) = \frac{x}{-4}$

$= -\frac{x}{4}$ o $-\frac{1}{4}x$

b. $(x+y) \div (-2) = \frac{x+y}{-2}$

$= -\frac{x+y}{2}$ o $-\frac{1}{2}(x+y)$

E 1. Escriba las siguientes expresiones algebraicas omitiendo el signo "÷".

a. $a \div 2$ b. $x \div (-5)$ c. $(x+y) \div (-3)$ d. $(a-b) \div (-6)$

2. Escriba las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo "÷".

a. $\frac{x}{3}$ b. $-\frac{c}{2}$ c. $-\frac{1}{7}(a-b)$ d. $-\frac{1}{4}(y+z)$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $a \div 2 = \frac{a}{2}$ o $\frac{1}{2}a$

b. $x \div (-5) = \frac{x}{-5}$

$= -\frac{x}{5}$ o $-\frac{1}{5}x$

c. $(x+y) \div (-3) = \frac{x+y}{-3}$

$= -\frac{x+y}{3} =$ o $-\frac{1}{3}(x+y)$

d. $(a-b) \div (-6) = \frac{a-b}{-6}$

$= -\frac{a-b}{6}$ o $-\frac{1}{6}(a-b)$

2. a. $\frac{x}{3} = x \div 3$

b. $-\frac{c}{2} = \frac{-c}{2} = -c \div 2$
(*Solución alternativa*)
$-\frac{c}{2} = \frac{c}{-2} = c \div (-2)$

c. $-\frac{1}{7}(a-b) = -\frac{(a-b)}{7} = \frac{-(a-b)}{7} = -(a-b) \div 7$
(*Solución alternativa*)
$-\frac{1}{7}(a-b) = -\frac{(a-b)}{7} = \frac{(a-b)}{-7} = (a-b) \div (-7)$

d. $-\frac{1}{4}(y+z) = -\frac{(y+z)}{4} = \frac{-(y+z)}{4} = -(y+z) \div 4$
(*Solución alternativa*)
$-\frac{1}{4}(y+z) = -\frac{(y+z)}{4} = \frac{(y+z)}{-4} = (y+z) \div (-4)$

Fecha: dd – mm – aa

2-2-4 División de una expresión algebraica entre un número entero

(P) Juliana preparó x litros de jugo de melón y quiere repartir la misma cantidad entre sus 3 amigos. ¿Cuántos litros de jugo de melón corresponden a cada amigo?

(S) La cantidad de litros para cada amigo se representa:
x litros $\div$ 3 amigos

$x \div 3 = \frac{x}{3}$ o $x \div 3 = x \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3}x$

R: $\frac{x}{3}$ litros de jugo de melón corresponden a cada amigo.

(C) La división de una expresión algebraica se escribe en forma de fracción, omitiendo el signo "÷".

Ejemplo:

a. $x \div (-4) = \frac{x}{-4}$

$= -\frac{x}{4}$ o $-\frac{1}{4}x$

b. $(x+y) \div (-2) = \frac{x+y}{-2}$

$= -\frac{x+y}{2}$ o $-\frac{1}{2}(x+y)$

(E) 1. Escriba omitiendo el signo "÷".

a. $a \div 2 = \frac{a}{2}$ o $\frac{1}{2}a$

c. $(x+y) \div (-3) = \frac{x+y}{-3}$

$= -\frac{x+y}{3}$ o $-\frac{1}{3}(x+y)$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 5 Expresiones algebraicas con multiplicación y división

Aprendizaje esperado:
Escribe una expresión algebraica sin el signo "×" y "÷".

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 5 Expresiones algebraicas con multiplicación y división

P

1. Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin los signos "×" y "÷".
   a. $x \div 2 + 3 \times b$ b. $y \div 3 + a \div 2$ c. $4 \times c \times c \times c + z \div 2$
2. Escriba las siguientes expresiones algebraicas con los signos "×" y "÷", sin emplear potencias.
   a. $2a^2 + 3b^3$ b. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2}$ c. $\frac{3a}{b} - \frac{c}{2}$

S

1. a. $\frac{x}{2} + 3b$ b. $\frac{y}{3} + \frac{a}{2}$ c. $4c^3 + \frac{z}{2}$
2. a. $2 \times a \times a + 3 \times b \times b \times b$
   b. $x \div 3 + y \div 2$ o $\frac{1}{3} \times x + \frac{1}{2} \times y$
   c. $3 \times a \div b - c \div 2$ o $3 \times a \div b + c \div (-2)$ o $3 \times a \times \frac{1}{b} - \frac{1}{2} \times c$

C

Una expresión algebraica generalmente ordena las variables alfabéticamente. Cuando se expresa el producto de letras y un número, se escribe primero el número y se omite el signo "×". La división de una expresión algebraica se escribe en forma de fracción omitiendo el signo "÷".

E

1. Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin los signos "×" y "÷".
   a. $a \div 5 + 4 \times b$ b. $x \div 6 + y \div 3$
   c. $7 \times b \times b \times b + c \div 5$ d. $4 \times x - y \div 8$
   e. $3 \div a - 4 \times b \times b$ f. $9 \div y + 2 \div z$
2. Escriba las siguientes expresiones algebraicas con los signos "×" y "÷".
   a. $3x^3 + 7y^4$ b. $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ c. $\frac{5y}{z} - \frac{x}{8}$
   d. $\frac{4c}{a} + 6b$ e. $6x^4 + \frac{y}{3}$ f. $\frac{xy}{4} - 3z^3$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $a \div 5 + 4 \times b = \frac{a}{5} + 4b$ o $\frac{1}{5}a + 4b$
   b. $x \div 6 + y \div 3 = \frac{x}{6} + \frac{y}{3}$ o $\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}y$
   c. $7 \times b \times b \times b + c \div 5 = 7b^3 + \frac{c}{5}$ o $7b^3 + \frac{1}{5}c$
   d. $4 \times x - y \div 8 = 4x - \frac{y}{8}$ o $4x - \frac{1}{8}y$
   e. $3 \div a - 4 \times b \times b = \frac{3}{a} - 4b^2$
   f. $9 \div y + 2 \div z = \frac{9}{y} + \frac{2}{z}$
2. a. $3x^3 + 7y^4 = 3 \times x \times x \times x + 7 \times y \times y \times y \times y$
   b. $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 2 \div a + 3 \div b$ o $2 \times \frac{1}{a} + 3 \times \frac{1}{b}$
   c. $\frac{5y}{z} - \frac{x}{8} = 5 \times y \div z - x \div 8$ o $5 \times y \times \frac{1}{z} - x \times \frac{1}{8}$
   d. $\frac{4c}{a} + 6b = 4 \times c \div a + 6 \times b$ o $4 \times c \times \frac{1}{a} + 6 \times b$
   e. $6x^4 + \frac{y}{3} = 6 \times x \times x \times x \times x + y \div 3$ o
   $6 \times x \times x \times x \times x + y \times \frac{1}{3}$
   f. $\frac{xy}{4} - 3z^3 = x \times y \div 4 - 3 \times z \times z \times z$ o
   $x \times y \times \frac{1}{4} - 3 \times z \times z \times z$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-5 Expresiones algebraicas con multiplicación y división

Ⓟ 1. Escriba las expresiones algebraicas sin los signos "×" y "÷".
a. $x \div 2 + 3 \times b$ b. $y \div 3 + a \div 2$ c. $4 \times c \times c \times c + z \div 2$

2. Escriba las expresiones algebraicas con los signos "×" y "÷", sin emplear potencias.
a. $2a^2 + 3b^3$ b. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2}$ c. $\frac{3a}{b} - \frac{c}{2}$

Ⓢ 1. a. $\frac{x}{2} + 3b$ b. $\frac{y}{3} + \frac{a}{2}$ c. $4c^3 + \frac{z}{2}$

2. a. $2 \times a \times a + 3 \times b \times b \times b$
b. $x \div 3 + y \div 2$ o $\frac{1}{3} \times x + \frac{1}{2} \times y$
c. $3 \times a \div b - c \div 2$ o $3 \times a \div b + c \div (-2)$ o $3 \times a \times \frac{1}{b} - \frac{1}{2} \times c$

Ⓒ Una expresión algebraica:
- Se ordenan las variables alfabéticamente.
- Se escribe primero el número y se omite el signo "×" en el producto de letras y un número.
- Se escribe en forma de fracción omitiendo el signo "÷" para la división.

Ⓔ 1. Escriba la expresión algebraica sin los signos "×" y "÷".
a. $a \div 5 + 4 \times b = \frac{a}{5} + 4b$ o $\frac{1}{5}a + 4b$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 6 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (1)

Aprendizaje esperado:
Representa una situación de la vida cotidiana usando una expresión algebraica.

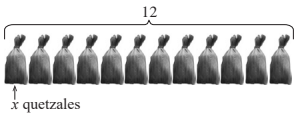
Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 6 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (1)

(P) a. María compró 12 chuchitos a x quetzales cada uno. Represente su vuelto con una expresión algebraica si pagó con un billete de 50 quetzales.

b. Un terreno tiene un largo de $7x$ km y ancho de x km. Represente el área del terreno con una expresión algebraica.

(S) Para representar una situación concreta con una expresión algebraica, se debe identificar el coeficiente y la variable.

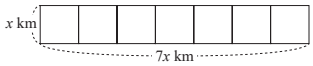
a.



El precio de 12 chuchitos a x quetzales cada uno fue de $12x$.
Si pagó con un billete de 50 quetzales, entonces el vuelto fue $50 - 12x$ quetzales.

Respuesta: $50 - 12x$ quetzales.

b.



El largo del terreno es $7x$ km y el ancho del terreno es x km. El área del terreno se calcula como $7x \times x$.

Respuesta: $7x^2$ km^2.

(C) Una expresión algebraica es una representación matemática de situaciones de la vida cotidiana, que utiliza números, variables y signos de operación.

(E) Represente las siguientes situaciones con expresiones algebraicas.

a. En una canasta hay 20 frutas en total, incluyendo naranjas y manzanas. Si hay x número de naranjas, represente el número de manzanas.

b. José compró 3 camisas. Cada camisa cuesta a quetzales. Represente su vuelto si pagó con un billete de 100 quetzales.

c. Lucrecia llevó 5 sillas y su hermana 2. Si una de las sillas que llevó Lucrecia pesa x kilogramos, y una de las sillas que llevó su hermana pesa y kilogramos, represente el peso total de sillas que llevaron Lucrecia y su hermana.

Solucionario de los ejercicios:

a. Total de frutas: 20
Naranjas: x
Manzanas: $20 - x$
R: $20 - x$ manzanas

b. José pagó: 100 quetzales
Precio de 3 camisas: $3 \times a = 3a$ quetzales
Vuelto: $100 - 3a$ quetzales
R: $100 - 3a$ quetzales

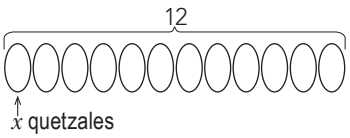
c. Peso de 5 sillas que llevó Lucrecia:
$5 \times x = 5x$ kilogramos
Peso de 2 sillas que llevó su hermana:
$2 \times y = 2y$ kilogramos
Peso total: $5x + 2y$ kilogramos
R: $5x + 2y$ kilogramos

Fecha: dd – mm – aa
2-2-6 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (1)

(P) a. María compró 12 chuchitos a x quetzales cada uno. Represente su vuelto con una expresión algebraica si pagó con un billete de 50 quetzales.

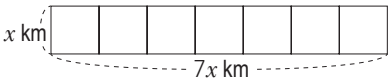
b. Un terreno tiene un largo de $7x$ km y ancho de x km. Represente el área del terreno con una expresión algebraica.

(S) a. El precio de 12 chuchitos a x quetzales cada uno fue de $12x$ quetzales.
Si pagó con un billete de 50 quetzales, el vuelto fue $50 - 12x$ quetzales.



R: $50 - 12x$ quetzales

b. Largo: $7x$ km
Ancho: x km
El área del terreno se calcula como $7x \times x$.
R: $7x^2$ km^2



(C) Una expresión algebraica es una representación matemática que utiliza números, variables y signos de operación.

(E) a. En una canasta hay 20 frutas, incluyendo naranjas y manzanas. Si hay x número de naranjas, represente el número de manzanas con una expresión algebraica.

Total de frutas: 20
Naranjas: x
Manzanas: $20 - x$

R: $20 - x$ manzanas

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 7 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (2)

Aprendizaje esperado:
Representa una situación de distancia y tiempo usando una expresión algebraica.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 7 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (2)

P Represente las siguientes situaciones cotidianas como expresiones algebraicas.

a. ¿A qué rapidez constante se desplaza un camión si recorre d kilómetros en 3 horas?

b. ¿Cuántas horas tarda un hombre en recorrer 10 kilómetros en bicicleta a una rapidez constante r kilómetros por hora?

c. ¿Cuántos kilómetros recorre un campesino si camina una distancia a rapidez constante de 5 kilómetros por hora en t horas?

S

a. (Rapidez constante) = (distancia) ÷ (tiempo)
$= d \div 3$
$= \frac{d}{3}$ (km/h)

Respuesta: se desplaza a una rapidez $\frac{d}{3}$ kilómetros por hora.

b. (Tiempo) = (distancia) ÷ (rapidez constante)
$= 10 \div r$
$= \frac{10}{r}$ (h)

Respuesta: tarda $\frac{10}{r}$ horas.

Rapidez constante (r) es la razón de una distancia (d) a un intervalo de tiempo (t).

$r = \frac{d}{t}$
$t = \frac{d}{r}$
$d = t \times r$

c. (Distancia) = (tiempo) × (rapidez constante)
$= t \times 5$
$= 5t$ (km)

Respuesta: recorre $5t$ kilómetros.

C Una relación entre varias cantidades en situaciones de la vida cotidiana se puede representar con expresiones algebraicas.

E Represente las siguientes situaciones cotidianas con expresiones algebraicas.

a. ¿A qué rapidez constante se desplaza un bus si recorre d kilómetros en 2 horas?

b. ¿Cuántos kilómetros recorre un carro si lleva una rapidez constante r kilómetros por hora en 3 horas?

c. ¿Cuántas horas tarda Jorge si camina 2 kilómetros a una rapidez constante r kilómetros por hora?

Solucionario de los ejercicios:

a. (Rapidez constante) = (distancia) ÷ (tiempo)
$= d \div 2$
$= \frac{d}{2}$ (km/h)

R: Se desplaza a una rapidez $\frac{d}{2}$ kilómetros por hora.

b. (Distancia) = (tiempo) × (rapidez constante)
$= 3 \times r$
$= 3r$ (km)

R: Recorre $3r$ kilómetros.

c. (Tiempo) = (distancia) ÷ (rapidez constante)
$= 2 \div r$
$= \frac{2}{r}$ (h)

R: Tarda $\frac{2}{r}$ horas.

Fecha: dd – mm – aa
2-2-7 Expresiones algebraicas en la vida cotidiana (2)

(P) Represente como expresiones algebraicas.

a. ¿A qué rapidez constante se desplaza un camión si recorre d km en 3 horas?

b. ¿Cuántas horas tarda un hombre en recorrer 10 km en bicicleta si va a una rapidez constante r km/h?

c. ¿Cuántos kilómetros recorre un campesino si camina una distancia a rapidez constante de 5 km/h durante t horas?

(S) a. (Rapidez constante) = (distancia) ÷ (tiempo)
$= d \div 3$
$= \frac{d}{3}$ (km/h)

R: Se desplaza a $\frac{d}{3}$ kilómetros por hora.

b. (Tiempo) = (distancia) ÷ (rapidez constante)
$= d \div r$
$= \frac{10}{r}$ (h)

R: Tarda $\frac{10}{r}$ horas.

c. (Distancia) = (tiempo) × (rapidez constante)
$= t \times 5$
$= 5t$ (km)

R: Recorre $5t$ kilómetros.

(E) a. ¿A qué rapidez constante se desplaza un bus si recorre d km en 2 horas?
(Rapidez constante) = (distancia) ÷ (tiempo)
$= d \div 2$
$= \frac{d}{2}$ (km/h)

R: Se desplaza a $\frac{d}{2}$ kilómetros por hora.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 8 Valor de una expresión (1)

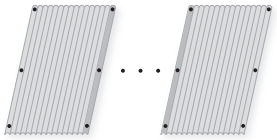
Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica cuando el valor de la variable es positivo.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 8 Valor de una expresión (1)

P Jimena utiliza láminas para techar su casa.
El número de clavos que necesita depende del número de láminas. La relación entre el número de láminas y el número de clavos se representa por $3x + 3$, donde x es el número de láminas.

Encuentre el número de clavos que se requieren para instalar:

a. 6 láminas
b. 8 láminas
c. 20 láminas



S Sustituya x por el número de láminas en la expresión algebraica $3x + 3$.

a. $x = 6$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 6 + 3$
$= 18 + 3$
$= 21$

Respuesta: se requieren 21 clavos para instalar 6 láminas.

b. $x = 8$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 8 + 3$
$= 24 + 3$
$= 27$

Respuesta: se requieren 27 clavos para instalar 8 láminas.

c. $x = 20$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 20 + 3$
$= 60 + 3$
$= 63$

Respuesta: se requieren 63 clavos para instalar 20 láminas.

C Una **sustitución** consiste en reemplazar la variable de una expresión por un número. Al resultado de la sustitución en una expresión se le llama **valor numérico de la expresión**.

E
1. Encuentre el valor numérico de la expresión $5a - 4$ para cada uno de los siguientes casos.
a. $a = 2$ b. $a = 3$ c. $a = 4$

2. Encuentre el valor numérico de $12 - 4x$ para cada uno de los siguientes casos.
a. $x = 1$ b. $x = 2$ c. $x = 3$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $5 \times a - 4 = 5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$
   b. $5 \times a - 4 = 5 \times 3 - 4 = 15 - 4 = 11$
   c. $5 \times a - 4 = 5 \times 4 - 4 = 20 - 4 = 16$
2. a. $12 - 4 \times x = 12 - 4 \times 1 = 12 - 4 = 8$
   b. $12 - 4 \times x = 12 - 4 \times 2 = 12 - 8 = 4$
   c. $12 - 4 \times x = 12 - 4 \times 3 = 12 - 12 = 0$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-8 Valor de una expresión (1)

Ⓟ La relación entre el número de láminas y el número de clavos se representa por $3x + 3$, donde x es el número de láminas. Encuentre el número de clavos que se requieren para instalar:

a. 6 láminas
b. 8 láminas
c. 20 láminas

Ⓢ a. $x = 6$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 6 + 3$
$= 18 + 3$
$= 21$

R: Se requieren 21 clavos para 6 láminas.

b. $x = 8$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 8 + 3$
$= 24 + 3$
$= 27$

R: Se requieren 27 clavos para 8 láminas.

c. $x = 20$
(Número de clavos) $= 3x + 3$
$= 3 \times x + 3$
$= 3 \times 20 + 3$
$= 60 + 3$
$= 63$

R: Se requieren 63 clavos para 20 láminas.

Ⓒ Una sustitución consiste en reemplazar la variable de una expresión algebraica por un número. Al resultado de la sustitución se le llama valor numérico de la expresión.

Ⓔ 1. Encuentre el valor numérico de $5a - 4$ para:

a. $a = 2$

$5a - 4 = 5 \times a - 4$
$= 5 \times 2 - 4$
$= 10 - 4$
$= 6$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 9 Valor de una expresión (2)

Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor numérico de una expresión algebraica cuando el valor de la variable es negativo.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 9 Valor de una expresión (2)

(P) Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones.

a. $2a-7$, cuando $a=-3$.

b. $12-x$, cuando $x=-8$.

c. $-3b+5$, cuando $b=-2$.

d. $-5y-10$, cuando $y=-4$.

(S)

a. $2a-7=2\times(-3)-7$
$=-6-7$
$=-13$

b. $12-x=12-(-8)$
$=12+8$
$=20$

c. $-3b+5=-3\times(-2)+5$
$=6+5$
$=11$

d. $-5y-10=-5\times(-4)-10$
$=20-10$
$=10$

$(+)\times(+)\rightarrow+$
$(-)\times(-)\rightarrow+$
$(+)\times(-)\rightarrow-$
$(-)\times(+)\rightarrow-$

(C) Se pueden sustituir valores negativos en las expresiones algebraicas, teniendo cuidado con los signos que anteceden a las variables en las expresiones.

(E) Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones.

a. $x-7$, cuando $x=-5$.

b. $-5y+4$, cuando $y=-2$.

c. $30-4z$, cuando $z=-6$.

d. $-8-a$, cuando $a=-7$.

e. $7b-10$, cuando $b=-3$.

f. $12c+54$, cuando $c=-4$.

Solucionario de los ejercicios:

a. $x-7=-5-7=-12$
b. $-5y+4=-5\times(-2)+4=10+4=14$
c. $30-4z=30-4\times(-6)=30-(-24)=30+24=54$
d. $-8-a=-8-(-7)=-8+7=-1$
e. $7b-10=7\times(-3)-10=-21-10=-31$
f. $12c+54=12\times(-4)+54=-48+54=6$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-9 Valor de una expresión (2)

(P) Encuentre el valor numérico de las expresiones.
a. $2a-7$, cuando $a=-3$.
b. $12-x$, cuando $x=-8$.
c. $-3b+5$, cuando $b=-2$.
d. $-5y-10$, cuando $y=-4$.

(S) a. $2a-7=2\times(-3)-7$
$=-6-7$
$=-13$

$(+)\times(-)\rightarrow-$

b. $12-x=12-(-8)$
$=12+8$
$=20$

Se cambia la resta a suma y el signo del sustraendo.

c. $-3b+5=-3\times(-2)+5$
$=6+5$
$=11$

$(-)\times(-)\rightarrow+$

d. $-5y-10=-5\times(-4)-10$
$=20-10$
$=10$

(E) Encuentre el valor numérico de las expresiones.

a. $x-7$, cuando $x=-5$.
$x-7=-5-7$
$=-12$

b. $-5y+4$, cuando $y=-2$.
$-5y+4=-5\times(-2)+4$
$=10+4$
$=14$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 10 Términos y coeficientes

Aprendizaje esperado:
Encuentra los términos y coeficientes en una expresión algebraica.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 10 Términos y coeficientes

P Escriba todos los términos de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $3x + 5$

b. $a - 5b - 7$

S

a. Los términos son $3x, 5$.

b. $a - 5b - 7 = a + (-5b) + (-7)$
Los términos son $a, -5b, -7$.

C A cada parte de una expresión algebraica que se conecta con los signos de suma, se le llama término.

Al número que multiplica la variable en un término se le llama **coeficiente**.

Ejemplo:

a. $-7x - 5 = (-7x) + (-5)$
Los términos son $-7x, -5$.
El coeficiente de x es -7.

b. $2a - b + 3 = 2a + (-b) + 3$
Los términos son $2a, -b, 3$.
El coeficiente de a es 2 y el de b es -1.

$-b = -1 \times b$

E Escriba todos los términos y el coeficiente de cada variable de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $6a + 7$ b. $x - 2y - 10$ c. $-4x - 5$

d. $7b + 5c - 4$ e. $-3y + 8z + 1$ f. $6a + 2b - 9$

Solucionario de los ejercicios:

	Términos	Coeficientes
a.	$6a, 7$	El coeficiente de a es 6.
b.	$x, -2y, -10$	El coeficiente de x es 1 y el de y es -2.
c.	$-4x, -5$	El coeficiente de x es -4.
d.	$7b, 5c, -4$	El coeficiente de b es 7 y el de c es 5.
e.	$-3y, 8z, 1$	El coeficiente de y es -3 y el de z es 8.
f.	$6a, 2b, -9$	El coeficiente de a es 6 y el de b es 2.

Fecha: dd – mm – aa
2-2-10 Términos y coeficientes

Ⓟ Escriba todos los términos de las expresiones algebraicas.
a. $3x + 5$
b. $a - 5b - 7$

Ⓢ a. Los términos son $3x, 5$.

b. $a - 5b - 7 = a + (-5b) + (-7)$
Los términos son $a, -5b, -7$.

Ⓒ A cada parte de una expresión algebraica que se conecta con los signos de suma o resta, se le llama término.

Al número que multiplica la variable en un término se le llama coeficiente.

Ejemplo:

a. $-7x - 5 = (-7x) + (-5)$
Los términos son $-7x, -5$.
El coeficiente de x es -7.

b. $2a - b + 3 = 2a + (-b) + 3$
Los términos son $2a, -b, 3$.
El coeficiente de a es 2 y el de b es -1.

Ⓔ Escriba todos los términos y el coeficiente de cada variable.

a. $6a + 7$
Los términos son $6a, 7$.
El coeficiente de a es 6.

b. $x - 2y - 10 = x + (-2y) + (-10)$
Los términos son $x, -2y, -10$.
El coeficiente de x es 1 y el de y es -2.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 11 Reducción de términos en una expresión algebraica

Aprendizaje esperado:
Reduce términos en una expresión algebraica con una variable.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 11 Reducción de términos en una expresión algebraica

P En una tienda, Luisa compró 4 pelotas plásticas de color gris y Pedro compró 2 de color blanco. Cada pelota costó x quetzales.

a. Escriba la expresión algebraica que representa el total de quetzales gastados en las pelotas.
b. Escriba la expresión algebraica que representa la diferencia de gastos entre Luisa y Pedro.

Luisa

Pedro

S La representación algebraica de las compras es:

Luisa: $\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$ $4x$

Pedro: $\boxed{x}\boxed{x}$ $2x$

a. El total de gastos de Luisa y Pedro es una suma:

$\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\ \boxed{x}\boxed{x}$

$4x + 2x = (4 + 2)x$
$= 6x$

Respuesta: el total gastado en pelotas es $6x$ quetzales.

b. La diferencia de gastos entre Luisa y Pedro es una resta:

$\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$
$\boxed{x}\boxed{x}$

$4x - 2x = (4 - 2)x$
$= 2x$

Respuesta: la diferencia de gastos entre Luisa y Pedro es $2x$ quetzales.

C Al proceso utilizado en las operaciones anteriores se le llama **reducción de términos en una expresión algebraica**.

En este proceso se aplica la propiedad distributiva:

$$ax + bx = (a + b)x$$

E Reduzca términos en las siguientes expresiones aplicando la propiedad distributiva.

a. $5x + 3x$	b. $8b + 6b$	c. $-20a + 10a$	d. $y + 4y$
e. $7x + 3x$	f. $-2c + 11c$	g. $7z + 13z$	h. $11x + 14x$
i. $3b - b$	j. $5a - 8a$	k. $-7y - 4y$	l. $6x - 5x$
m. $-4a - 11a$	n. $15c - 5c$	o. $-9z - 12z$	p. $12x - 17x$

Solucionario de los ejercicios:

a. $5x + 3x = (5 + 3)x = 8x$
b. $8b + 6b = (8 + 6)b = 14b$
c. $-20a + 10a = (-20 + 10)a = -10a$
d. $y + 4y = (1 + 4)y = 5y$
e. $7x + 3x = (7 + 3)x = 10x$
f. $-2c + 11c = (-2 + 11)c = 9c$
g. $7z + 13z = (7 + 13)z = 20z$
h. $11x + 14x = (11 + 14)x = 25x$
i. $3b - b = (3 - 1)b = 2b$
j. $5a - 8a = (5 - 8)a = -3a$
k. $-7y - 4y = (-7 - 4)y = -11y$
l. $6x - 5x = (6 - 5)x = x$
m. $-4a - 11a = (-4 - 11)a = -15a$
n. $15c - 5c = (15 - 5)c = 10c$
o. $-9z - 12z = (-9 - 12)z = -21z$
p. $12x - 17x = (12 - 17)x = -5x$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-11 Reducción de términos en una expresión algebraica

(P) Luisa compró 4 pelotas de color gris y Pedro 2 de color blanco. Cada pelota costó x quetzales.
a. Escriba la expresión algebraica que representa el total de quetzales gastados en las pelotas.
b. Escriba la expresión algebraica que representa la diferencia de gastos entre Luis y Pedro.

(S) Representación de las compras:

Luisa: $\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$ 4 veces $x = 4x$

Pedro: $\boxed{x}\boxed{x}$ 2 veces $x = 2x$

a. Total de gastos:

$\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\ \boxed{x}\boxed{x}$

$4x + 2x = (4 + 2)x$
$= 6x$

R: El total gastado en pelotas es $6x$ quetzales.

b. Diferencia entre gastos:

$\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$
$\boxed{x}\boxed{x}$

$4x - 2x = (4 - 2)x$
$= 2x$

R: La diferencia de gastos entre Luisa y Pedro es $2x$ quetzales.

(C) En el proceso de reducción de términos en una expresión algebraica se aplica la propiedad distributiva:

$$ax + bx = (a + b)x$$

(E) Reduzca términos aplicando la propiedad distributiva.

a. $5x + 3x = (5 + 3)x$
$= 8x$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 12 Reducción de términos semejantes

Aprendizaje esperado:
Reduce términos semejantes en una expresión algebraica con una variable y término numérico.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 12 Reducción de términos semejantes

(P) Reduzca términos con la misma variable y sin variable en las siguientes expresiones algebraicas.

a. $7x+3-4x+2$

b. $-10z-4-3-5z$

c. $6y+8-9y-2-3$

(S)

a. $7x+3-4x+2=7x-4x+3+2$
$=(7-4)x+3+2$
$=3x+5$

b. $-10z-4-3-5z=-10z-5z-4-3$
$=(-10-5)z-4-3$
$=-15z-7$

c. $6y+8-9y-2-3=6y-9y+8-2-3$
$=(6-9)y+8-5$
$=-3y+3$

(C) En una expresión algebraica se pueden reducir los términos según el tipo de los mismos:
Entre los términos que tienen la misma variable.
Entre los términos numéricos, es decir, los que no tienen variable.
A los términos que tienen las mismas variables y los mismos exponentes se les llama **términos semejantes**.

(E) Reduzca términos semejantes en las siguientes expresiones algebraicas.

a. $3x-4+2x-5$ b. $4x-7+5x+1$ c. $6x+x-2-9-9x$

d. $-3+2x+5-8x$ e. $6+7x-4x-2x-4$ f. $x+3x-7+6x-3$

Solucionario de los ejercicios:

a. $3x-4+2x-5=3x+2x-4-5$
$=(3+2)x-4-5=5x-9$

b. $4x-7+5x+1=4x+5x-7+1$
$=(4+5)x-7+1=9x-6$

c. $6x+x-2-9-9x=6x+x-9x-2-9$
$=(6+1-9)x-2-9=-2x-11$

d. $-3+2x+5-8x=2x-8x-3+5$
$=(2-8)x-3+5=-6x+2$

e. $6+7x-4x-2x-4=7x-4x-2x+6-4$
$=(7-4-2)x+6-4=x+2$

f. $x+3x-7+6x-3=x+3x+6x-7-3$
$=(1+3+6)x-7-3=10x-10$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-12 Reducción de términos semejantes

(P) Reduzca términos con la misma variable y sin variable en las expresiones algebraicas.

a. $7x+3-4x+2$
b. $-10z-4-3-5z$
c. $6y+8-9y-2-3$

(S) a. $7x+3-4x+2=7x-4x+3+2$
$=(7-4)x+3+2$
$=3x+5$

b. $-10z-4-3-5z=-10z-5z-4-3$
$=(-10-5)z-4-3$
$=-15z-7$

c. $6y+8-9y-2-3=6y-9y+8-2-3$
$=(6-9)y+8-5$
$=-3y+3$

(C) Se pueden reducir:
- Los términos que tienen la misma variable
- Los términos numéricos
A los términos que tienen las mismas variables y los mismos exponentes se les llama términos semejantes.

(E) Reduzca términos semejantes.

a. $3x-4+2x-5=3x+2x-4-5$
$=(3+2)x-4-5$
$=5x-9$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 13 Multiplicación de una expresión algebraica de un término y un número

Aprendizaje esperado:
Multiplica una expresión algebraica de un término y un número.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 13 Multiplicación de una expresión algebraica de un término y un número

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $-5x \times 3$

b. $3y \times (-2)$

c. $-4 \times (-7b)$

(S)

a. $-5x \times 3 = (-5) \times x \times 3$
$= (-5) \times 3 \times x$
$= -15x$

b. $3y \times (-2) = 3 \times y \times (-2)$
$= 3 \times (-2) \times y$
$= -6y$

c. $-4 \times (-7b) = (-4) \times (-7) \times b$
$= 28b$

(+) × (+) → +
(−) × (−) → +
(+) × (−) → −
(−) × (+) → −

(C) Para multiplicar una expresión algebraica de un término por un número, se calcula el coeficiente del término por el número y se copia la variable.

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $-7a \times 2$ | b. $4x \times (-5)$ | c. $-3c \times (-6)$

d. $-8 \times (-2b)$ | e. $-5y \times (-2)$ | f. $-5 \times 6x$

g. $-4z \times 7$ | h. $7 \times (-8y)$ | i. $-9 \times (-4c)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $-7a \times 2 = (-7) \times a \times 2 = (-7) \times 2 \times a = -14a$
b. $4x \times (-5) = 4 \times x \times (-5) = 4 \times (-5) \times x = -20x$
c. $-3c \times (-6) = (-3) \times c \times (-6) = (-3) \times (-6) \times c = 18c$
d. $-8 \times (-2b) = (-8) \times (-2) \times b = 16b$
e. $-5y \times (-2) = (-5) \times y \times (-2) = (-5) \times (-2) \times y = 10y$
f. $-5 \times 6x = (-5) \times 6 \times x = -30x$
g. $-4z \times 7 = (-4) \times z \times 7 = (-4) \times 7 \times z = -28z$
h. $7 \times (-8y) = 7 \times (-8) \times y = -56y$
i. $-9 \times (-4c) = (-9) \times (-4) \times c = 36c$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-13 Multiplicación de una expresión algebraica de un término y un número

(P) Calcule.

a. $-5x \times 3$
b. $3y \times (-2)$
c. $-4 \times (-7b)$

(+) × (+) → +
(−) × (−) → +
(+) × (−) → −
(−) × (+) → −

(S) a. $-5x \times 3 = (-5) \times x \times 3$
$= (-5) \times 3 \times x$
$= -15x$

b. $3y \times (-2) = 3 \times y \times (-2)$
$= 3 \times (-2) \times y$
$= -6y$

c. $-4 \times (-7b) = (-4) \times (-7) \times b$
$= 28b$

(C) Para multiplicar una expresión algebraica de un término por un número, se calcula el coeficiente del término por el número y se copia la variable.

(E) Calcule.
a. $-7a \times 2 = (-7) \times a \times 2$
$= (-7) \times 2 \times a$
$= -14a$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 14 División de una expresión algebraica de un término entre un número

Aprendizaje esperado:
Divide una expresión algebraica de un término entre un número.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 14 División de una expresión algebraica de un término entre un número

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $27x \div (-3)$

b. $-32y \div (-8)$

c. $-21b \div 7$

(S)

a. $27x \div (-3) = \frac{27x}{-3} = -9x$

b. $-32y \div (-8) = \frac{-32y}{-8} = 4y$

c. $-21b \div 7 = \frac{-21b}{7} = -3b$

(+) ÷ (+) → +
(−) ÷ (−) → +
(+) ÷ (−) → −
(−) ÷ (+) → −

(C) Para dividir una expresión algebraica de un término entre un número, se divide el coeficiente del término entre el número y se copia la variable.

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $36x \div (-4)$ b. $-12a \div (-3)$ c. $-18y \div 6$

d. $30b \div (-5)$ e. $-18z \div (-9)$ f. $-28x \div 4$

g. $35b \div (-7)$ h. $-45z \div (-9)$ i. $-33c \div 11$

Solucionario de los ejercicios:

a. $36x \div (-4) = \frac{36x}{-4} = -9x$

b. $-12a \div (-3) = \frac{-12a}{-3} = 4a$

c. $-18y \div 6 = \frac{-18y}{6} = -3y$

d. $30b \div (-5) = \frac{30b}{-5} = -6b$

e. $-18z \div (-9) = \frac{-18z}{-9} = 2z$

f. $-28x \div 4 = \frac{-28x}{4} = -7x$

g. $35b \div (-7) = \frac{35b}{-7} = -5b$

h. $-45z \div (-9) = \frac{-45z}{-9} = 5z$

i. $-33c \div 11 = \frac{-33c}{11} = -3c$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-14 División de una expresión algebraica de un término entre un número

(P) Calcule.

a. $27x \div (-3)$
b. $-32y \div (-8)$
c. $-21b \div 7$

(S)

a. $27x \div (-3) = \frac{27x}{-3} = -9x$

(+) ÷ (−) → −

b. $-32y \div (-8) = \frac{-32y}{-8} = 4y$

(−) ÷ (−) → +

c. $-21b \div 7 = \frac{-21b}{7} = -3b$

(−) ÷ (+) → −

(C) Para dividir una expresión algebraica de un término entre un número, se divide el coeficiente del término entre el número y se copia la variable.

(E) Calcule.

a. $36x \div (-4) = \frac{36x}{-4} = -9x$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 15 Multiplicación de un número y una expresión algebraica de dos términos

Aprendizaje esperado:
Multiplica un número y una expresión algebraica de dos términos.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 15 Multiplicación de un número y una expresión algebraica de dos términos

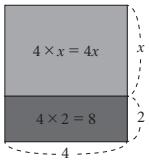
P Calcule las siguientes expresiones.

a. $4(x+2)$

b. $(5-y)\times 3$

c. $(-2b-7)\times(-5)$

S a. Considerando el área del rectángulo cuya base es 4 y cuya altura es $x+2$:
El área del rectángulo es $4(x+2)$.
El rectángulo está formado por dos rectángulos pequeños cuyas áreas son $4x$ y 8.
El área total del rectángulo es la suma de los dos rectángulos pequeños.
Por tanto, $4(x+2)=4x+8$
Eso significa que $4(x+2)=4\times x+4\times 2$
$=4x+8$



b. $(5-y)\times 3=5\times 3+(-y)\times 3$
$=15-3y$

c. $(-2b-7)\times(-5)=-2b\times(-5)+(-7)\times(-5)$
$=10b+35$

C Para multiplicar un número por una expresión algebraica de dos términos, se aplica la propiedad distributiva:

$$a(x+y)=a\times x+a\times y$$
$$=ax+ay$$

$$(x+y)\times a=x\times a+y\times a$$
$$=ax+ay$$

E Calcule las siguientes expresiones.

a. $2(5y+6)$ b. $(4-c)\times 11$ c. $(-7-2x)\times(-6)$

d. $3(-2x-4)$ e. $(3a+4)\times 4$ f. $-12(b+2)$

g. $(3z+7)\times(-5)$ h. $-7(a+7)$ i. $(6b-2)\times(-8)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $2(5y+6)=2\times 5y+2\times 6=10y+12$

b. $(4-c)\times 11=4\times 11+(-c)\times 11=44-11c$

c. $(-7-2x)\times(-6)=-7\times(-6)+(-2x)\times(-6)$
$=42+12x$

d. $3(-2x-4)=3\times(-2x)+3\times(-4)=-6x-12$

e. $(3a+4)\times 4=3a\times 4+4\times 4=12a+16$

f. $-12(b+2)=-12\times b+(-12)\times 2=-12b-24$

g. $(3z+7)\times(-5)=3z\times(-5)+7\times(-5)=-15z-35$

h. $-7(a+7)=-7\times a+(-7)\times 7=-7a-49$

i. $(6b-2)\times(-8)=6b\times(-8)+(-2)\times(-8)$
$=-48b+16$

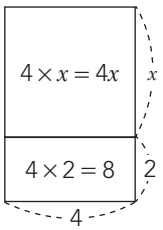
Fecha: dd – mm – aa

2-2-15 Multiplicación de un número y una expresión algebraica de dos términos

Ⓟ Calcule.

a. $4(x+2)$
b. $(5-y)\times 3$
c. $(-2b-7)\times(-5)$

Ⓢ a. $4(x+2)=4\times x+4\times 2$
$=4x+8$



b. $(5-y)\times 3=5\times 3+(-y)\times 3$
$=15-3y$

c. $(-2b-7)\times(-5)=-2b\times(-5)+(-7)\times(-5)$
$=10b+35$

Ⓒ Para multiplicar un número por una expresión algebraica de dos términos, se aplica la propiedad distributiva:

$$a(x+y)=a\times x+a\times y$$
$$=ax+ay$$

$$(x+y)\times a=x\times a+y\times a$$
$$=ax+ay$$

Ⓔ Calcule.

a. $2(5y+6)=2\times 5y+2\times 6$
$=10y+12$

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 16 División de una expresión algebraica de dos términos entre un número

Aprendizaje esperado:
Divide una expresión algebraica de dos términos entre un número.

Sección 2 Expresiones algebraicas
Clase 16 División de una expresión algebraica de dos términos entre un número

(P) Calcule las siguientes expresiones.

a. $(27x-9)\div 3$

b. $(-8-32y)\div(-8)$

c. $(-21b-14)\div 7$

(S)

a. $(27x-9)\div 3=(27x-9)\times\frac{1}{3}$
$=\frac{27x}{3}-\frac{9}{3}$
$=9x-3$

$\frac{27x}{3}+\frac{-9}{3}$ se puede expresar $\frac{27x}{3}-\frac{9}{3}$ también.

b. $(-8-32y)\div(-8)=(-8-32y)\times\left(-\frac{1}{8}\right)$
$=\frac{8}{8}+\frac{32y}{8}$
$=1+4y$

$\frac{-8}{-8}+\frac{-32y}{-8}$ se puede expresar $\frac{8}{8}+\frac{32y}{8}$ también.

c. $(-21b-14)\div 7=(-21b-14)\times\frac{1}{7}$
$=\frac{-21b}{7}-\frac{14}{7}$
$=-3b-2$

$\frac{-21b}{7}+\frac{-14}{7}$ se puede expresar $\frac{-21b}{7}-\frac{14}{7}$ también.

(C) Para dividir una expresión algebraica de dos términos entre un número, se convierte a una multiplicación utilizando el recíproco del divisor y luego se aplica la propiedad distributiva.

$$(x+y)\div a=(x+y)\times\frac{1}{a}$$
$$=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$$

(E) Calcule las siguientes expresiones.

a. $(20x-10)\div 2$

b. $(24-42a)\div(-6)$

c. $(-12y-18)\div 3$

d. $(-33-11b)\div 11$

e. $(36a-12)\div(-4)$

f. $(-30c-40)\div 10$

g. $(18-45b)\div 9$

h. $(-32z-48)\div(-8)$

Solucionario de los ejercicios:

a. $(20x-10)\div 2=(20x-10)\times\frac{1}{2}=\frac{20x}{2}-\frac{10}{2}$
$=10x-5$

b. $(24-42a)\div(-6)=(24-42a)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\frac{24}{-6}+\frac{42a}{6}=-4+7a$

c. $(-12y-18)\div 3=(-12y-18)\times\frac{1}{3}=\frac{-12y}{3}-\frac{18}{3}$
$=-4y-6$

d. $(-33-11b)\div 11=(-33-11b)\times\frac{1}{11}=\frac{-33}{11}-\frac{11b}{11}$
$=-3-b$

e. $(36a-12)\div(-4)=(36a-12)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{36a}{-4}+\frac{12}{4}$
$=-9a+3$

f. $(-30c-40)\div 10=(-30c-40)\times\frac{1}{10}=\frac{-30c}{10}-\frac{40}{10}$
$=-3c-4$

g. $(18-45b)\div 9=(18-45b)\times\frac{1}{9}=\frac{18}{9}-\frac{45b}{9}=2-5b$

h. $(-32z-48)\div(-8)=(-32z-48)\times\left(-\frac{1}{8}\right)$
$=\frac{32z}{8}+\frac{48}{8}=4z+6$

Fecha: dd – mm – aa
2-2-16 División de una expresión algebraica de dos términos entre un número

(P) Calcule.

a. $(27x-9)\div 3$
b. $(-8-32y)\div(-8)$
c. $(-21b-14)\div 7$

(S) a. $(27x-9)\div 3=(27x-9)\times\frac{1}{3}$
$=\frac{27x}{3}-\frac{9}{3}$
$=9x-3$

b. $(-8-32y)\div(-8)=(-8-32y)\times\left(-\frac{1}{8}\right)$
$=\frac{8}{8}+\frac{32y}{8}$
$=1+4y$

c. $(-21b-14)\div 7=(-21b-14)\times\frac{1}{7}$
$=\frac{-21b}{7}-\frac{14}{7}$
$=-3b-2$

(C) Para dividir una expresión algebraica de dos términos entre un número, se convierte a una multiplicación utilizando el recíproco del divisor y luego se aplica la propiedad distributiva.

$$(x+y)\div a=(x+y)\times\frac{1}{a}$$
$$=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$$

(E) Calcule.

a. $(20x-10)\div 2=(20x-10)\times\frac{1}{2}$
$=\frac{20x}{2}-\frac{10}{2}$
$=10x-5$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 1 Igualdad de dos expresiones numéricas

Aprendizaje esperado:
Escribe una igualdad de dos expresiones numéricas.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 1 Igualdad de dos expresiones numéricas

P Con base en la igualdad de la balanza 1, encuentre la igualdad matemática de la balanza 2 en donde el peso del miembro izquierdo es igual al miembro derecho.
Encuentre el valor del peso de cada objeto del miembro izquierdo para que los pesos sean iguales en ambos lados.

Balanza 1

4 + 4 = 8

Balanza 2

? + ? + ? = 6

S Para encontrar la igualdad matemática de la balanza 2.

? + ? + ? = 6
2 + 2 + 2 = 6

C Se utiliza el signo igual "=" para representar la igualdad entre dos cantidades.

E Llene los espacios en blanco para completar la igualdad matemática.

a. 3 + ☐ = 7 b. 8 − ☐ = 5 c. 4 + 5 = 1 + ☐ d. 10 − 1 = ☐ + 7

e. 7 + ☐ = 14 f. 15 + ☐ = 17 g. 21 − 1 = 5 + ☐ h. 18 − 6 = 10 + ☐

i. 21 = ☐ + 7 j. 22 − 2 = 10 + ☐ k. 45 + ☐ = 50 l. 80 − ☐ = 40

Solucionario de los ejercicios:

a. 3 + 4 = 7
b. 8 − 3 = 5
c. 4 + 5 = 1 + 8
d. 10 − 1 = 2 + 7
e. 7 + 7 = 14
f. 15 + 2 = 17
g. 21 − 1 = 5 + 15
h. 18 − 6 = 10 + 2
i. 21 = 14 + 7
j. 22 − 2 = 10 + 10
k. 45 + 5 = 50
l. 80 − 40 = 40

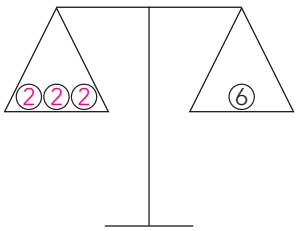
Fecha: dd – mm – aa

2-3-1 Igualdad de dos expresiones numéricas

Ⓟ Encuentre la igualdad matemática.

? + ? + ? = 6

Ⓢ



2 + 2 + 2 = 6

Ⓒ Se utiliza el signo "=" para representar la igualdad entre dos cantidades.

Ⓔ Llene para completar la igualdad matemática.

a. 3 + 4 = 7

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 2 Igualdad de dos expresiones algebraicas

Aprendizaje esperado:
Escribe una igualdad de dos expresiones algebraicas.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 2 Igualdad de dos expresiones algebraicas

P Escriba la expresión algebraica que representa la balanza.

S (Lado izquierdo de la balanza)
$= x + x + x + 8$
$= 3x + 8$
(Lado derecho de la balanza)
$= 17$

Entonces, el lado izquierdo y el lado derecho de la balanza están equilibrados. Por tanto, se puede representar como $3x + 8 = 17$.

$3x + 8 = 17$
Miembro izquierdo de la ecuación — Miembro derecho de la ecuación
Ambos miembros de la ecuación

C Se utiliza el signo igual "=" para representar la igualdad entre dos expresiones algebraicas.

E Escriba la igualdad matemática que representa cada una de las siguientes balanzas.

a.

b.

c.

d.

e.

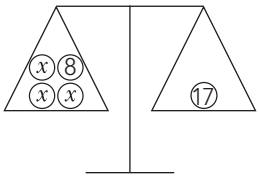
f.

Solucionario de los ejercicios:

a. $2x + 1 = 9$
b. $x + 23 = 38$
c. $3x + 9 = 30$
d. $4x = x + 6$
e. $x + 8 = 3x + 4$
f. $3x + 2 = x + 12$

Fecha: dd – mm – aa
2-3-2 Igualdad de dos expresiones algebraicas

Ⓟ Escriba la expresión algebraica que representa la balanza.

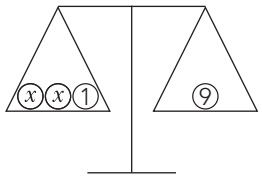


Ⓢ (Lado izquierdo de la balanza)
$= x + x + x + 8$
$= 3x + 8$
(Lado derecho de la balanza)
$= 17$

$3x + 8 = 17$
Miembro izquierdo de la ecuación — Miembro derecho de la ecuación
Ambos miembros de la ecuación

Ⓒ Se utiliza el signo "=" para representar la igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Ⓔ Escriba la igualdad matemática.

a.


$2x + 1 = 9$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 3 Solución de ecuaciones

Aprendizaje esperado:
Identifica si un valor es solución de una ecuación.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 3 Solución de ecuaciones

(P) Encuentre el valor de la variable x en $2x + 10 = 20$.

(S) Para encontrar el valor de la variable x en $2x + 10 = 20$, se sustituye la variable x con algunos valores para completar la igualdad matemática.

Valor de x	Miembro izquierdo $2x + 10$	Valor del miembro izquierdo	¿Se cumple la igualdad?
Si $x = 1$	$2 \times 1 + 10$	12	No
Si $x = 2$	$2 \times 2 + 10$	14	No
Si $x = 3$	$2 \times 3 + 10$	16	No
Si $x = 4$	$2 \times 4 + 10$	18	No
Si $x = 5$	$2 \times 5 + 10$	20	Sí
Si $x = 6$	$2 \times 6 + 10$	22	No

Respuesta: el valor de la variable x es 5.

(C) A la igualdad de dos expresiones matemáticas que incluyen una o más variables, se le llama **ecuación**.

En una ecuación, al valor desconocido que se representa por una variable se le llama **incógnita**.

Al valor numérico de la incógnita que cumple la igualdad matemática se le llama **solución de una ecuación**.

(E) 1. Encuentre las ecuaciones que tienen como solución el número 2.

a. $2x + 5 = 11$ b. $3x + 1 = 7$ c. $-4x + 2 = -8$

2. Encuentre las ecuaciones que tienen como solución el número -3.

a. $4x + 6 = 18$ b. $5x - 2 = 17$ c. $-6x - 2 = 16$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. (Miembro izquierdo)
$= 2x + 5$
$= 2 \times 2 + 5$
$= 9$ No

b. (Miembro izquierdo)
$= 3x + 1$
$= 3 \times 2 + 1$
$= 7$ Sí

c. (Miembro izquierdo)
$= -4x + 2$
$= -4 \times 2 + 2$
$= -6$ No

R: La ecuación que tiene como solución 2 es el inciso b.

2. a. (Miembro izquierdo)
$= 4x + 6$
$= 4 \times (-3) + 6$
$= -6$ No

b. (Miembro izquierdo)
$= 5x - 2$
$= 5 \times (-3) - 2$
$= -17$ No

c. (Miembro izquierdo)
$= -6x - 2$
$= -6 \times (-3) - 2$
$= 16$ Sí

R: La ecuación que tiene como solución -3 es el inciso c.

Fecha: dd – mm – aa
2-3-3 Solución de ecuaciones

(P) Encuentre el valor de la variable x en $2x + 10 = 20$.

(S)

Valor de x	Miembro izquierdo $2x + 10$	Valor del miembro izquierdo	¿Se cumple la igualdad?
1	$2 \times 1 + 10$	12	No
2	$2 \times 2 + 10$	14	No
3	$2 \times 3 + 10$	16	No
4	$2 \times 4 + 10$	18	No
5	$2 \times 5 + 10$	20	Sí
6	$2 \times 6 + 10$	22	No

R: El valor de x es 5.

(C) A la igualdad de dos expresiones matemáticas que incluyen una o más variables, se le llama ecuación. Al valor desconocido que se representa por una variable en una ecuación se le llama incógnita. Al valor numérico de la incógnita que cumple la igualdad matemática se le llama solución de una ecuación.

(E) 1. Encuentre las ecuaciones que tienen como solución 2.
a. $2x + 5 = 11$ b. $3x + 1 = 7$ c. $-4x + 2 = -8$

a. (Miembro izquierdo) $= 2x + 5$
$= 2 \times 2 + 5$
$= 9$ No

b. (Miembro izquierdo) $= 3x + 1$
$= 3 \times 2 + 1$
$= 7$ Sí

c. (Miembro izquierdo) $= -4x + 2$
$= -4 \times 2 + 2$
$= -6$ No

R: La ecuación que tiene como solución 2 es el inciso b.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 4 Propiedades de igualdad

Aprendizaje esperado:
Identifica las propiedades de la igualdad matemática.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 4 Propiedades de igualdad

P Encuentre el valor de x en la ecuación $4x + 2 = 10$, representándola como el peso equilibrado de una balanza.

Representa la unidad

Representa x

S Para encontrar la solución de la ecuación $4x + 2 = 10$, como el equilibrio de una balanza:

Se restan 2 cubos en ambos lados de la balanza.

Se dividen ambos lados de la balanza entre 4.

$x = 2$

C La igualdad matemática se mantiene cuando:

Propiedad 1. Se suma el mismo número o expresión en ambos miembros. Si $A = B$, entonces $A + C = B + C$.
Propiedad 2. Se resta el mismo número o expresión en ambos miembros. Si $A = B$, entonces $A - C = B - C$.
Propiedad 3. Se multiplican ambos miembros por el mismo número o expresión. Si $A = B$, entonces $A \times C = B \times C$.
Propiedad 4. Se dividen ambos miembros entre el mismo número o expresión (excepto 0). Si $A = B$, entonces $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$.

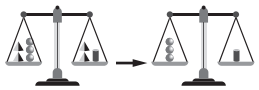
A las afirmaciones anteriores se les llama **propiedades de la igualdad matemática**.

E Identifique la propiedad que representa cada una de las siguientes igualdades.

a.

b.

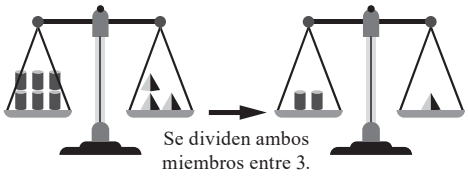
c.



d.

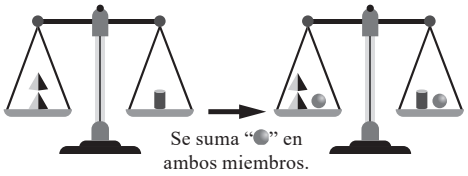
Solucionario de los ejercicios:

a.



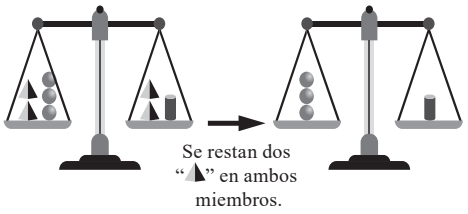
R: Propiedad 4

b.



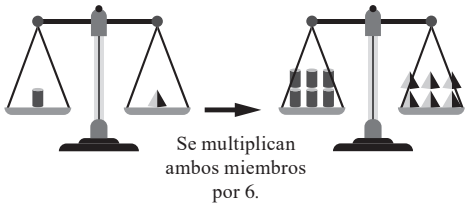
R: Propiedad 1

c.



R: Propiedad 2

d.



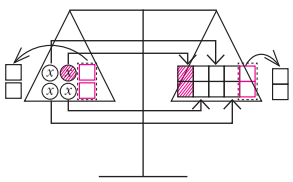
R: Propiedad 3

Fecha: dd – mm – aa
2-3-4 Propiedades de igualdad

Ⓟ Encuentre el valor de x en la ecuación $4x + 2 = 10$.

☐ Representa la unidad
ⓧ Representa x

Ⓢ



Se restan 2 cubos en ambos lados de la balanza.

Se dividen ambos lados de la balanza entre 4.

$x = 2$

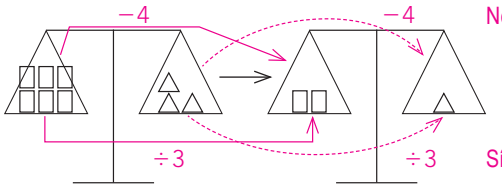
Ⓒ La igualdad matemática se mantiene cuando:

Propiedad 1. Se suma el mismo número o expresión en ambos miembros. Si $A = B$, entonces $A + C = B + C$.
Propiedad 2. Se resta el mismo número o expresión en ambos miembros. Si $A = B$, entonces $A - C = B - C$.
Propiedad 3. Se multiplican ambos miembros por el mismo número o expresión. Si $A = B$, entonces $A \times C = B \times C$.
Propiedad 4. Se dividen ambos miembros entre el mismo número o expresión (excepto 0). Si $A = B$, entonces $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$.

Son propiedades de la igualdad matemática.

Ⓔ Identifique la propiedad que representa.

a.



Número de "☐": $6 \div 3 = 2$ Número de "△": $3 \div 3 = 1$

R: Propiedad 4. Se dividen ambos miembros entre 3.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 5 Solución de ecuaciones de la forma $x - a = b$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $x - a = b$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 5 Solución de ecuaciones de la forma $x - a = b$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $x - 5 = 10$

b. $-2 + x = 2$

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de x.

S

a. $x - 5 = 10$
$x - 5 + 5 = 10 + 5$ Se suma 5 en ambos miembros de la ecuación.
$x = 15$

b. $-2 + x = 2$
$-2 + 2 + x = 2 + 2$ Se suma 2 en ambos miembros de la ecuación.
$x = 4$

Para verificar si la respuesta es la solución de una ecuación, se sustituye el valor de x encontrado en la ecuación.
Por ejemplo, en caso del inciso a, se sustituye x por 15 en $x - 5 = 10$:
(miembro izquierdo) $= 15 - 5 = 10$
(miembro derecho) $= 10$
Los resultados de ambos miembros son iguales. Entonces, 15 es el valor de x de la ecuación.

C Para resolver una ecuación de la forma $x - a = b$, se suma a en ambos miembros de la ecuación.

$x - a = b$ $\qquad$ $x - 5 = 10$
$x - a + a = b + a$ $\qquad$ $x - 5 + 5 = 10 + 5$
$x = b + a$ $\qquad$ $x = 15$

E

1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $x - 6 = 1$
$x - 6 + \square = 1 + \square$
$x = \square$

b. $-3 + x = -7$
$-3 + \square + x = -7 + \square$
$x = \square$

c. $x - 8 = 6$
$x - 8 + \square = 6 + \square$
$x = \square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $x - 2 = 4$ b. $x - 1 = -5$ c. $-3 + x = 2$

d. $-5 + x = -4$ e. $x - 6 = 3$ f. $-7 + x = -3$

g. $x - 8 = 8$ h. $-4 + x = -9$ i. $x - 11 = 4$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $x - 6 = 1$
$x - 6 + \boxed{6} = 1 + \boxed{6}$
$x = \boxed{7}$

b. $-3 + x = -7$
$-3 + \boxed{3} + x = -7 + \boxed{3}$
$x = \boxed{-4}$

c. $x - 8 = 6$
$x - 8 + \boxed{8} = 6 + \boxed{8}$
$x = \boxed{14}$

2. a. $x - 2 = 4$
$x - 2 + 2 = 4 + 2$
$x = 6$

b. $x - 1 = -5$
$x - 1 + 1 = -5 + 1$
$x = -4$

c. $-3 + x = 2$
$-3 + 3 + x = 2 + 3$
$x = 5$

d. $-5 + x = -4$
$-5 + 5 + x = -4 + 5$
$x = 1$

e. $x - 6 = 3$
$x - 6 + 6 = 3 + 6$
$x = 9$

f. $-7 + x = -3$
$-7 + 7 + x = -3 + 7$
$x = 4$

g. $x - 8 = 8$
$x - 8 + 8 = 8 + 8$
$x = 16$

h. $-4 + x = -9$
$-4 + 4 + x = -9 + 4$
$x = -5$

i. $x - 11 = 4$
$x - 11 + 11 = 4 + 11$
$x = 15$

Fecha: dd – mm – aa
2-3-5 Solución de ecuaciones de la forma $x - a = b$

(P) Resuelva.

a. $x - 5 = 10$
b. $-2 + x = 2$

(S) a. $x - 5 = 10$
$x - 5 + 5 = 10 + 5$ Se suma 5 en ambos miembros.
$x = 15$

b. $-2 + x = 2$
$-2 + 2 + x = 2 + 2$ Se suma 2 en ambos miembros.
$x = 4$

Para verificar si la respuesta es solución de la ecuación, se sustituye el valor de x encontrado en la ecuación.
En $x - 5 = 10$ se sustituye x por 15:
(miembro izquierdo) $= 15 - 5 = 10$
(miembro derecho) $= 10$
Los resultados de ambos miembros son iguales. Es decir, 15 es el resultado de la ecuación.

(C) Para resolver $x - a = b$, se suma a en ambos miembros de la ecuación.

$x - a = b$
$x - a + a = b + a$
$x = b + a$

(E) 2. Resuelva.

a. $x - 2 = 4$
$x - 2 + 2 = 4 + 2$
$x = 6$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 6 Solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $x + a = b$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 6 Solución de ecuaciones de la forma $x+a=b$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $x+7=4$

b. $3+x=-2$

S

a. $x+7=4$
$x+7-7=4-7$ Se resta 7 en ambos miembros de la ecuación.
$x=-3$

b. $3+x=-2$
$3-3+x=-2-3$ Se resta 3 en ambos miembros de la ecuación.
$x=-5$

C Para resolver una ecuación de la forma $x+a=b$, se resta a en ambos miembros de la ecuación.

$x+a=b$ $\qquad$ $x+7=4$
$x+a-a=b-a$ $\qquad$ $x+7-7=4-7$
$x=b-a$ $\qquad$ $x=-3$

E

1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $x+6=2$
$x+6-\square=2-\square$
$x=\square$

b. $1+x=-4$
$1-\square+x=-4-\square$
$x=\square$

c. $x+8=10$
$x+8-\square=10-\square$
$x=\square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $x+5=9$ b. $4+x=-3$ c. $2+x=-7$

d. $3+x=-8$ e. $x+6=6$ f. $7+x=-5$

g. $x+8=7$ h. $5+x=6$ i. $3+x=-10$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $x+6=2$
$x+6-\boxed{6}=2-\boxed{6}$
$x=\boxed{-4}$

b. $1+x=-4$
$1-\boxed{1}+x=-4-\boxed{1}$
$x=\boxed{-5}$

c. $x+8=10$
$x+8-\boxed{8}=10-\boxed{8}$
$x=\boxed{2}$

2. a. $x+5=9$
$x+5-5=9-5$
$x=4$

b. $4+x=-3$
$4-4+x=-3-4$
$x=-7$

c. $2+x=-7$
$2-2+x=-7-2$
$x=-9$

d. $3+x=-8$
$3-3+x=-8-3$
$x=-11$

e. $x+6=6$
$x+6-6=6-6$
$x=0$

f. $7+x=-5$
$7-7+x=-5-7$
$x=-12$

g. $x+8=7$
$x+8-8=7-8$
$x=-1$

h. $5+x=6$
$5-5+x=6-5$
$x=1$

i. $3+x=-10$
$3-3+x=-10-3$
$x=-13$

Fecha: dd – mm – aa

2-3-6 Solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$

(P) Resuelva.

a. $x+7=4$
b. $3+x=-2$

(S) a. $x+7=4$
$x+7-7=4-7$ Se resta 7 en ambos miembros.
$x=-3$

b. $3+x=-2$
$3-3+x=-2-3$ Se resta 3 en ambos miembros.
$x=-5$

(C) Para resolver $x+a=b$, se resta a en ambos miembros de la ecuación.

$x+a=b$
$x+a-a=b-a$
$x=b-a$

(E) 2. Resuelva.

a. $x+5=9$
$x+5-5=9-5$
$x=4$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 7 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 7 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $-\frac{x}{6} = 3$

b. $\frac{1}{4}x = 2$

S

a. $-\frac{x}{6} = 3$
$-\frac{x}{6} \times (-6) = 3 \times (-6)$ Se multiplican ambos miembros de la ecuación por -6.
$x = -18$

Un número multiplicado por su recíproco da como producto "1".
Ejemplo:
$\frac{1}{9} \times 9 = 1$
9 es el recíproco de $\frac{1}{9}$.

b. $\frac{1}{4}x = 2$
$\frac{1}{4}x \times 4 = 2 \times 4$ Se multiplican ambos miembros de la ecuación por 4.
$x = 8$

C Para resolver una ecuación de la forma $\frac{x}{a} = b$ o $\frac{1}{a}x = b$, se multiplican ambos miembros de la ecuación por a.

$\frac{x}{a} = b$ $\quad$ $-\frac{x}{6} = 3$
$\frac{x}{a} \times a = b \times a$ $\quad$ $-\frac{x}{6} \times (-6) = 3 \times (-6)$
$x = ab$ $\quad$ $x = -18$

E

1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{1}{5}x = 3$
$\frac{1}{5}x \times \square = 3 \times \square$
$x = \square$

b. $\frac{x}{8} = -6$
$\frac{x}{8} \times \square = -6 \times \square$
$x = \square$

c. $-\frac{1}{10}x = 5$
$-\frac{1}{10}x \times \square = 5 \times \square$
$x = \square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{1}{7}x = 4$

b. $\frac{x}{9} = -2$

c. $-\frac{x}{3} = 5$

d. $-\frac{x}{4} = -5$

e. $\frac{x}{6} = -6$

f. $-\frac{x}{10} = 3$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\frac{1}{5}x = 3$
$\frac{1}{5}x \times \boxed{5} = 3 \times \boxed{5}$
$x = \boxed{15}$

b. $\frac{x}{8} = -6$
$\frac{x}{8} \times \boxed{8} = -6 \times \boxed{8}$
$x = \boxed{-48}$

c. $-\frac{1}{10}x = 5$
$-\frac{1}{10}x \times \boxed{(-10)} = 5 \times \boxed{(-10)}$
$x = \boxed{-50}$

2. a. $\frac{1}{7}x = 4$
$\frac{1}{7}x \times 7 = 4 \times 7$
$x = 28$

b. $\frac{x}{9} = -2$
$\frac{x}{9} \times 9 = -2 \times 9$
$x = -18$

c. $-\frac{x}{3} = 5$
$-\frac{x}{3} \times (-3) = 5 \times (-3)$
$x = -15$

d. $-\frac{x}{4} = -5$
$-\frac{x}{4} \times (-4) = -5 \times (-4)$
$x = 20$

e. $\frac{x}{6} = -6$
$\frac{x}{6} \times 6 = -6 \times 6$
$x = -36$

f. $-\frac{x}{10} = 3$
$-\frac{x}{10} \times (-10) = 3 \times (-10)$
$x = -30$

Fecha: dd – mm – aa
2-3-7 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{1}{a}x = b$ o $\frac{x}{a} = b$

Ⓟ Resuelva.

a. $-\frac{x}{6} = 3$

b. $\frac{1}{4}x = 2$

Ⓢ a. $-\frac{x}{6} = 3$
$-\frac{x}{6} \times (-6) = -3 \times (-6)$ Se multiplican ambos miembros por -6.
$x = -18$

b. $\frac{1}{4}x = 2$
$\frac{1}{4}x \times 4 = 2 \times 4$ Se multiplican ambos miembros por 4.
$x = 8$

Ⓒ Para resolver $\frac{x}{a} = b$, o $\frac{1}{a}x = b$ se multiplican ambos miembros de la ecuación por a.

$\frac{x}{a} = b$
$\frac{x}{a} \times a = b \times a$
$x = ab$

Ⓔ 2. Resuelva.

a. $\frac{1}{7}x = 4$
$\frac{1}{7}x \times 7 = 4 \times 7$
$x = 28$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 8 Solución de ecuaciones de la forma $ax = b$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $ax = b$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 8 Solución de ecuaciones de la forma $ax = b$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $9x = -45$

b. $-10x = 20$

S

a. $9x = -45$
$\frac{9x}{9} = \frac{-45}{9}$
$x = -5$
Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 9.

b. $-10x = 20$
$\frac{-10x}{-10} = \frac{20}{-10}$
$x = -2$
Se dividen ambos miembros de la ecuación entre -10.

C Para resolver una ecuación de la forma $ax = b$, se dividen ambos miembros de la ecuación entre a.

$ax = b$
$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$
$x = \frac{b}{a}$

$9x = -45$
$\frac{9x}{9} = \frac{-45}{9}$
$x = -5$

E

1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $6x = 48$
$\frac{6x}{\square} = \frac{48}{\square}$
$x = \square$

b. $-3x = -21$
$\frac{-3x}{\square} = \frac{-21}{\square}$
$x = \square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $4x = 12$

b. $-5x = 25$

c. $8x = -56$

d. $-7x = -21$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $6x = 48$
$\frac{6x}{\boxed{6}} = \frac{48}{\boxed{6}}$
$x = \boxed{8}$

b. $-3x = -21$
$\frac{-3x}{\boxed{-3}} = \frac{-21}{\boxed{-3}}$
$x = \boxed{7}$

2. a. $4x = 12$
$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$
$x = 3$

b. $-5x = 25$
$\frac{-5x}{-5} = \frac{25}{-5}$
$x = -5$

c. $8x = -56$
$\frac{8x}{8} = \frac{-56}{8}$
$x = -7$

d. $-7x = -21$
$\frac{-7x}{-7} = \frac{-21}{-7}$
$x = 3$

Fecha: dd – mm – aa

2-3-8 Solución de ecuaciones de la forma $ax = b$

Ⓟ Resuelva.
a. $9x = -45$
b. $-10x = 20$

Ⓢ a. $9x = -45$
$\frac{9}{9}x = \frac{-45}{9}$ Se dividen ambos miembros entre 9.
$x = -5$

b. $-10x = 20$
$\frac{-10x}{-10} = \frac{20}{-10}$
$x = -2$

Ⓒ Para resolver $ax = b$, se dividen ambos miembros de la ecuación entre a.

$ax = b$
$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$
$x = \frac{b}{a}$

Ⓔ 2. Resuelva.
a. $4x = 12$
$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$
$x = 3$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 9 Solución de ecuaciones de la forma $ax+b=c$ o $ax-b=c$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $ax+b=c$ o $ax-b=c$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 9 Solución de ecuaciones de la forma $ax+b=c$ o $ax-b=c$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $2x+6=-12$

b. $6x-4=26$

S

a. $2x+6=-12$
$2x+6-6=-12-6$ Se resta 6 en ambos miembros de la ecuación.
$2x=-18$
$\frac{2x}{2}=\frac{-18}{2}$ Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 2.
$x=-9$

b. $6x-4=26$
$6x-4+4=26+4$ Se suma 4 en ambos miembros de la ecuación.
$6x=30$
$\frac{6x}{6}=\frac{30}{6}$ Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 6.
$x=5$

C Para resolver una ecuación de la forma $ax+b=c$ o $ax-b=c$:

Paso 1. Se suma o se resta b en ambos miembros de la ecuación.

Paso 2. Se dividen ambos miembros de la ecuación entre a.

$ax+b=c$	$ax-b=c$
$ax+b-b=c-b$	$ax-b+b=c+b$
$ax=c-b$	$ax=c+b$
$\frac{ax}{a}=\frac{c-b}{a}$	$\frac{ax}{a}=\frac{c+b}{a}$
$x=\frac{c-b}{a}$	$x=\frac{c+b}{a}$

E 1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $2x-5=7$
$2x-5+\square=7+\square$
$2x=\square$
$\frac{\square x}{\square}=\frac{\square}{\square}$
$x=\square$

b. $6+7x=34$
$6-\square+7x=34-\square$
$7x=\square$
$\frac{\square x}{\square}=\frac{\square}{\square}$
$x=\square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $3x+1=10$

b. $4x-1=-17$

c. $-5x+2=-8$

d. $6-8x=30$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $2x-5=7$
$2x-5+\boxed{5}=7+\boxed{5}$
$2x=\boxed{12}$
$\frac{\boxed{2}x}{\boxed{2}}=\frac{\boxed{12}}{\boxed{2}}$
$x=\boxed{6}$

b. $6+7x=34$
$6-\boxed{6}+7x=34-\boxed{6}$
$7x=\boxed{28}$
$\frac{\boxed{7}x}{\boxed{7}}=\frac{\boxed{28}}{\boxed{7}}$
$x=\boxed{4}$

2. a. $3x+1=10$
$3x+1-1=10-1$
$3x=9$
$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$
$x=3$

b. $4x-1=-17$
$4x-1+1=-17+1$
$4x=-16$
$\frac{4x}{4}=\frac{-16}{4}$
$x=-4$

c. $-5x+2=-8$
$-5x+2-2=-8-2$
$-5x=-10$
$\frac{-5x}{-5}=\frac{-10}{-5}$
$x=2$

d. $6-8x=30$
$6-6-8x=30-6$
$-8x=24$
$\frac{-8x}{-8}=\frac{24}{-8}$
$x=-3$

Fecha: dd – mm – aa
2-3-9 Solución de ecuaciones de la forma $ax+b=c$ o $ax-b=c$

Ⓟ Resuelva.

a. $2x+6=-12$
b. $6x-4=26$

Ⓢ a. $2x+6=-12$
$2x+6-6=-12-6$ Se resta 6 en ambos miembros.
$2x=-18$
$\frac{2}{2}x=\frac{-18}{2}$ Se dividen ambos miembros entre 2.
$x=-9$

b. $6x-4=26$
$6x-4+4=26+4$ Se suma 4 en ambos miembros.
$6x=30$
$\frac{6x}{6}=\frac{30}{6}$ Se dividen ambos miembros entre 6.
$x=5$

Ⓒ Para resolver $ax+b=c$ o $ax-b=c$:

Paso 1. Se suma o se resta b en ambos miembros.

Paso 2. Se dividen ambos miembros entre a.

Ⓔ 2. Resuelva.

a. $3x+1=10$
$3x+1-1=10-1$
$3x=9$
$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$
$x=3$

b. $4x-1=-17$
$4x-1+1=-17+1$
$4x=-16$
$\frac{4x}{4}=\frac{-16}{4}$
$x=-4$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 10 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 10 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$

Ⓟ Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{x}{7}+2=-4$

b. $\frac{x}{6}-3=5$

Ⓢ

a. $\frac{x}{7}+2=-4$

$\frac{x}{7}+2-2=-4-2$ Se resta 2 en ambos miembros de la ecuación.

$\frac{x}{7}=-6$

$\frac{x}{7}\times 7=-6\times 7$ Se multiplican ambos miembros de la ecuación por 7.

$x=-42$

b. $\frac{x}{6}-3=5$

$\frac{x}{6}-3+3=5+3$ Se suma 3 en ambos miembros de la ecuación.

$\frac{x}{6}=8$

$\frac{x}{6}\times 6=8\times 6$ Se multiplican ambos miembros de la ecuación por 6.

$x=48$

Ⓒ Para resolver una ecuación de la forma $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$:

Paso 1. Se suma o resta b en ambos miembros de la ecuación.
Paso 2. Se multiplican ambos miembros de la ecuación por a.

$\frac{x}{a}+b=c$	$\frac{x}{a}-b=c$
$\frac{x}{a}+b-b=c-b$	$\frac{x}{a}-b+b=c+b$
$\frac{x}{a}=c-b$	$\frac{x}{a}=c+b$
$\frac{x}{a}\times a=(c-b)\times a$	$\frac{x}{a}\times a=(c+b)\times a$
$x=a(c-b)$	$x=a(c+b)$

Ⓔ 1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{x}{4}+2=3$

$\frac{x}{4}+2-\square=3-\square$

$\frac{x}{4}=\square$

$\frac{x}{4}\times\square=\square\times\square$

$x=\square$

b. $\frac{x}{3}-4=1$

$\frac{x}{3}-4+\square=1+\square$

$\frac{x}{3}=\square$

$\frac{x}{3}\times\square=\square\times\square$

$x=\square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{x}{2}+6=4$ b. $\frac{x}{8}-7=-6$ c. $-4-\frac{x}{9}=-1$ d. $\frac{x}{5}+3=2$

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\frac{x}{4}+2=3$

$\frac{x}{4}+2-\boxed{2}=3-\boxed{2}$

$\frac{x}{4}=\boxed{1}$

$\frac{x}{4}\times\boxed{4}=\boxed{1}\times\boxed{4}$

$x=\boxed{4}$

b. $\frac{x}{3}-4=1$

$\frac{x}{3}-4+\boxed{4}=1+\boxed{4}$

$\frac{x}{3}=\boxed{5}$

$\frac{x}{3}\times\boxed{3}=\boxed{5}\times\boxed{3}$

$x=\boxed{15}$

2. a. $\frac{x}{2}+6=4$

$\frac{x}{2}+6-6=4-6$

$\frac{x}{2}=-2$

$\frac{x}{2}\times 2=-2\times 2$

$x=-4$

b. $\frac{x}{8}-7=-6$

$\frac{x}{8}-7+7=-6+7$

$\frac{x}{8}=1$

$\frac{x}{8}\times 8=1\times 8$

$x=8$

c. $-4-\frac{x}{9}=-1$

$-4+4-\frac{x}{9}=-1+4$

$-\frac{x}{9}=3$

$-\frac{x}{9}\times(-9)=3\times(-9)$

$x=-27$

d. $\frac{x}{5}+3=2$

$\frac{x}{5}+3-3=2-3$

$\frac{x}{5}=-1$

$\frac{x}{5}\times 5=-1\times 5$

$x=-5$

Fecha: dd – mm – aa

2-3-10 Solución de ecuaciones de la forma $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$

Ⓟ Resuelva.

a. $\frac{x}{7}+2=-4$

b. $\frac{x}{6}-3=5$

Ⓢ a. $\frac{x}{7}+2=-4$

$\frac{x}{7}+2-2=-4-2$ Se resta 2 en ambos miembros.

$\frac{x}{7}=-6$

$\frac{x}{7}\times 7=-6\times 7$ Se multiplican ambos miembros por 7.

$x=-42$

b. $\frac{x}{6}-3=5$

$\frac{x}{6}-3+3=5+3$ Se suma 3 en ambos miembros.

$\frac{x}{6}=8$

$\frac{x}{6}\times 6=8\times 6$ Se multiplican ambos miembros por 6.

$x=48$

Ⓒ Para resolver $\frac{x}{a}+b=c$ o $\frac{x}{a}-b=c$:

Paso 1. Se suma o resta b en ambos miembros.
Paso 2. Se multiplican ambos miembros por a.

Ⓔ 2. Resuelva.

a. $\frac{x}{2}+6=4$

$\frac{x}{2}+6-6=4-6$

$\frac{x}{2}=-2$

$\frac{x}{2}\times 2=-2\times 2$

$x=-4$

b. $\frac{x}{8}-7=-6$

$\frac{x}{8}-7+7=-6+7$

$\frac{x}{8}=1$

$\frac{x}{8}\times 8=1\times 8$

$x=8$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 11 Solución de ecuaciones de la forma $ax = bx + c$

Aprendizaje esperado:
Resuelve una ecuación de la forma $ax = bx + c$.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 11 Solución de ecuaciones de la forma $ax = bx + c$

P Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $8x = 6x + 4$

b. $5x = -6 + 3x$

S

a.
$$8x = 6x + 4$$
$8x - \mathbf{6x} = 6x - \mathbf{6x} + 4$ Se resta $6x$ en ambos miembros de la ecuación.
$$2x = 4$$
$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 2.
$$x = 2$$

b.
$$5x = -6 + 3x$$
$5x - \mathbf{3x} = -6 + 3x - \mathbf{3x}$ Se resta $3x$ en ambos miembros de la ecuación.
$$2x = -6$$
$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$ Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 2.
$$x = -3$$

C Para resolver una ecuación de la forma $ax = bx + c$:

Paso 1. Se resta bx en ambos miembros de la ecuación.

Paso 2. Se reducen los términos semejantes.

Paso 3. Se dividen ambos miembros de la ecuación entre $a - b$.

$ax = bx + c$
$ax - \mathbf{bx} = bx - \mathbf{bx} + c$
$(a-b)x = c$
$\frac{(a-b)x}{\mathbf{a-b}} = \frac{c}{\mathbf{a-b}}$
$x = \frac{c}{a-b}$

E 1. Complete la solución de las siguientes ecuaciones.

a. $10x = 7x + 15$
$10x - \square = 7x - \square + 15$
$\square x = 15$
$\frac{\square x}{\square} = \frac{\square}{\square}$
$x = \square$

b. $4x = 8 + 6x$
$4x - \square = 8 + 6x - \square$
$\square x = 8$
$\frac{\square x}{\square} = \frac{\square}{\square}$
$x = \square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a. $4x = 2x + 8$

b. $6x = -15 + 3x$

c. $7x = 8 + 11x$

d. $3x = 10x + 21$

Solucionario de los ejercicios:

1. a.
$$10x = 7x + 15$$
$10x - \boxed{7x} = 7x - \boxed{7x} + 15$
$$\boxed{3}x = 15$$
$\frac{\boxed{3}x}{\boxed{3}} = \frac{\boxed{15}}{\boxed{3}}$
$$x = \boxed{5}$$

b.
$$4x = 8 + 6x$$
$4x - \boxed{6x} = 8 + 6x - \boxed{6x}$
$$\boxed{-2}x = 8$$
$\frac{\boxed{-2}x}{\boxed{-2}} = \frac{\boxed{8}}{\boxed{-2}}$
$$x = \boxed{-4}$$

2. a.
$$4x = 2x + 8$$
$4x - 2x = 2x - 2x + 8$
$$2x = 8$$
$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$
$$x = 4$$

b.
$$6x = -15 + 3x$$
$6x - 3x = -15 + 3x - 3x$
$$3x = -15$$
$\frac{3x}{3} = \frac{-15}{3}$
$$x = -5$$

c.
$$7x = 8 + 11x$$
$7x - 11x = 8 + 11x - 11x$
$$-4x = 8$$
$\frac{-4x}{-4} = \frac{8}{-4}$
$$x = -2$$

d.
$$3x = 10x + 21$$
$3x - 10x = 10x - 10x + 21$
$$-7x = 21$$
$\frac{-7x}{-7} = \frac{21}{-7}$
$$x = -3$$

Fecha: dd – mm – aa

2-3-11 Solución de ecuaciones de la forma $ax = bx + c$

Ⓟ Resuelva.
a. $8x = 6x + 4$
b. $5x = -6 + 3x$

Ⓢ a.
$$8x = 6x + 4$$
$8x - 6x = 6x - 6x + 4$ Se resta $6x$ en ambos miembros.
$$2x = 4$$
$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ Se dividen ambos miembros entre 2.
$$x = 2$$

b.
$$5x = -6 + 3x$$
$5x - 3x = -6 + 3x - 3x$ Se resta $3x$ en ambos miembros.
$$2x = -6$$
$\frac{2x}{2} = -\frac{6}{2}$ Se dividen ambos miembros entre 2.
$$x = -3$$

Ⓒ Para resolver $ax = bx + c$:

Paso 1. Se resta bx en ambos miembros.
Paso 2. Se reducen términos semejantes.
Paso 3. Se dividen ambos miembros entre $a - b$.

Ⓔ 2. Resuelva.

a.
$$4x = 2x + 8$$
$4x - 2x = 2x - 2x + 8$
$$2x = 8$$
$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$
$$x = 4$$

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 12 Aplicación de ecuaciones

Aprendizaje esperado:
Resuelve un problema de una situación de la vida cotidiana usando ecuación de primer grado.

Sección 3 Ecuaciones de primer grado
Clase 12 Aplicación de ecuaciones

P

Marta compró en una librería una agenda y 5 cuadernos. La agenda costó 25 quetzales. Si pagó 65 quetzales en total, ¿cuánto costó cada cuaderno?

S

Identifique la incógnita y los valores conocidos.

25 quetzales

5×precio de cada cuaderno

65 quetzales

Plantee la situación con una ecuación. Utilice x como el precio de cada cuaderno.

(Precio de agenda) + (precio de cuadernos) = (cantidad pagada)

$25 + 5x = 65$

Resuelva la ecuación.

$$25 + 5x = 65$$
$$25 - 25 + 5x = 65 - 25$$
$$5x = 40$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{40}{5}$$
$$x = 8$$

Para resolver una ecuación, la incógnita se coloca en un miembro y los valores conocidos en el otro.

Respuesta: cada cuaderno costó 8 quetzales.

C

Para resolver situaciones de la vida cotidiana con el uso de una ecuación de primer grado:

Paso 1. Se define la cantidad que se representa con la incógnita.
Paso 2. Se escribe una ecuación.
Paso 3. Se resuelve la ecuación.

E

Plantee la situación con una ecuación y resuelva.

a. Antonio compró 6 chuchitos y pagó con un billete de 20 quetzales. Si recibió 2 quetzales de vuelto, ¿cuánto costó cada chuchito?

b. Violeta compró 50 naranjas. De las 50 naranjas, se quedó con 18 y repartió el resto en partes iguales entre sus 4 hijos.
¿Cuántas naranjas entregó a cada uno de sus hijos?

c. Dulce y Manuel obtuvieron una ganancia semanal de 1,500 quetzales. Si Dulce generó el doble de ganancias que Manuel, ¿cuánto ganó cada uno?

Solucionario de los ejercicios:

a. Siendo x el precio de un chuchito,

$$6x + 2 = 20$$
$$6x + 2 - 2 = 20 - 2$$
$$6x = 18$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{18}{6}$$
$$x = 3$$

R: Cada chuchito costó 3 quetzales.

b. Siendo x la cantidad de naranjas entregada a cada uno de sus hijos,

$$4x + 18 = 50$$
$$4x + 18 - 18 = 50 - 18$$
$$4x = 32$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$$
$$x = 8$$

R: Violeta entregó 8 naranjas a cada uno de sus hijos.

c. Siendo x la ganancia de Manuel,

$$2x + x = 1,500$$
$$3x = 1,500$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{1,500}{3}$$
$$x = 500$$

Ganancia de Dulce:

$$2 \times 500 = 1,000$$

R: Dulce ganó 1,000 quetzales y Manuel 500 quetzales.

Fecha: dd – mm – aa
2-3-12 Aplicación de ecuaciones

(P) Marta compró una agenda y 5 cuadernos. La agenda costó 25 quetzales. Si pagó 65 quetzales, ¿cuánto costó cada cuaderno?

(S) Se utiliza x como el precio de cada cuaderno. — Paso 1
Precio de la agenda ⟶ 25 quetzales
Precio de 5 cuadernos ⟶ $5x$ quetzales
Cantidad pagada ⟶ 65 quetzales

Ecuación: — Paso 2

$$25 + 5x = 65$$
$$25 - 25 + 5x = 65 - 25 \quad \text{— Paso 3}$$
$$5x = 40$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{40}{5}$$
$$x = 8$$

R: Cada cuaderno costó 8 quetzales.

(C) Para resolver situaciones con una ecuación:
Paso 1. Se define la incógnita.
Paso 2. Se escribe la ecuación.
Paso 3. Se resuelve.

(E) Plantee la situación con una ecuación y resuelva.
a. Antonio compró 6 chuchitos y pagó 20 quetzales. Si recibió 2 quetzales de vuelto, ¿cuánto costó cada chuchito?

Siendo x el precio de un chuchito,
Precio de chuchitos ⟶ $6x$ quetzales
Vuelto ⟶ 2 quetzales
Cantidad pagada ⟶ 20 quetzales

Ecuación:

$$6x + 2 = 20$$
$$6x + 2 - 2 = 20 - 2$$
$$6x = 18$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{18}{6}$$
$$x = 3$$

R: Cada chuchito costó 3 quetzales.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 1 Razones

Aprendizaje esperado:
Expresa una razón de cantidades.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 1 Razones

P Rosa utiliza 2 cucharadas de azúcar y 3 cucharadas de leche en polvo para preparar su café.

¿Cuál es la relación entre la cantidad de azúcar y la cantidad de leche utilizada?

S La relación entre la cantidad de azúcar y la cantidad de leche se representa como:

2 : 3
Se lee como "dos es a tres".

2 y 3 son términos de la razón.

A la cantidad relativa representada por las expresiones anteriores se le llama razón.

C A la comparación relativa de dos cantidades con la misma unidad de medida se le llama **razón**. Se escribe como $a : b$ y se lee como ***a* es a b**.

Al primer término a se le llama **antecedente** y al segundo término b se le llama **consecuente**.

Ejemplo:
La razón de 9 m a 300 cm.

Ajuste a la misma unidad.

9 m y 300 cm o 9 m y 300 cm
↓ ↓
900 cm 3 m

1 m = 100 cm

Por tanto, la razón de 9 m a 300 cm es 900 : 300 o 9 : 3.

E Exprese los siguientes incisos como razón.

a. 16 m es a 20 m
b. 12 km es a 36,000 m
c. 10 hombres es a 15 mujeres
d. 80 dL es a 32 L
e. 27 pinos es a 15 cipreses
f. 22 L es a 120 dL

Solucionario de los ejercicios:

a. 16 : 20

b. 12 km = 12,000 m
36,000 m = 36 km
R: 12 : 36 o 12,000 : 36,000

c. 10 : 15

d. 80 dL = 8 L
32 L = 320 dL
R: 8 : 32 o 80 : 320

e. 27 : 15

f. 22 L = 220 dL
120 dL = 12 L
R: 22 : 12 o 220 : 120

Fecha: dd – mm – aa
2-4-1 Razones

Ⓟ Rosa utiliza 2 cucharadas de azúcar y 3 cucharadas de leche en polvo. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de azúcar y la cantidad de leche utilizada?

Ⓢ 2 : 3
Se lee "dos es a tres".

Ⓒ A la comparación relativa de dos cantidades con la misma unidad de medida se le llama razón. Se escribe como $a : b$ y se lee como a es a b.

a ⟶ antecedente
b ⟶ consecuente

Ejemplo:
La razon de 9 m a 300 cm.

Ajuste a la misma unidad.

9 m y 300 cm o 9 m y 300 cm
↓ ↓
900 cm 3 m

R: La razón de 9 m a 300 cm es 900 : 300 o 9 : 3.

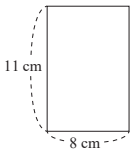
Ⓔ Exprese como razón.
a. 16 m es a 20 m
R: 16 : 20

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 2 Valor de razón

Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor de razón.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 2 Valor de razón

(P) Encuentre la razón de la altura a la base.



(S) La razón de la altura a la base es 11 : 8.

Divida el antecedente 11 entre el consecuente 8.

$11 \div 8 = \frac{11}{8}$

Se dice que $\frac{11}{8}$ es el valor de razón.

(C) Valor de razón de $a : b$:

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

(E) 1. Encuentre el valor de razón (simplifique si es posible).

a. 3 : 7

b. 2 : 3

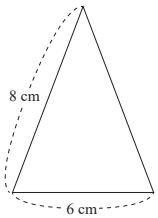
c. 6 : 8

d. 12 : 18

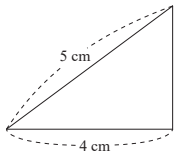
e. 15 : 10

2. Encuentre el valor de razón del lado a la base del siguiente triángulo. Simplifique si es posible.

a.



b.

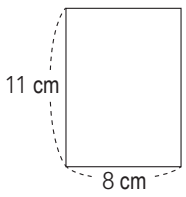


Solucionario de los ejercicios:

1. a. $3 \div 7 = \frac{3}{7}$
   b. $2 \div 3 = \frac{2}{3}$
   c. $6 \div 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
   d. $12 \div 18 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$
   e. $15 \div 10 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$
2. a. Razón del lado a la base es 8 : 6.
   Valor de razón: $8 \div 6 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
   b. Razón del lado a la base es 5 : 4.
   Valor de razón: $5 \div 4 = \frac{5}{4}$

Fecha: dd – mm – aa
2-4-2 Valor de razón

(P) Encuentre la razón de la altura a la base.



(S) La razón de la altura a la base es 11 : 8.

Divida el antecedente 11 entre el consecuente 8.

$11 \div 8 = \frac{11}{8}$

$\frac{11}{8}$ es el valor de razón.

(C) Valor de razón de $a : b$:

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

(E) 1. Encuentre el valor de razón. Simplifique si es posible.

a. 3 : 7

$3 \div 7 = \frac{3}{7}$

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 3 Razones equivalentes

Aprendizaje esperado:
Analiza si un par de razones son equivalentes.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 3 Razones equivalentes

P Ana disolvió 2 dL de concentrado de horchata en 24 dL de agua en el pichel A y 3 dL de concentrado de horchata en 36 dL de agua en el pichel B. Compare el valor de razón de la cantidad de concentrado de horchata a la cantidad de agua del pichel A con el del pichel B.

S

Pichel A
La razón del concentrado de horchata al agua es 2 : 24. Entonces, el valor de razón es:

$2 \div 24 = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

Pichel B
La razón del concentrado de horchata al agua es 3 : 36. Entonces, el valor de razón es:

$3 \div 36 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Los valores de razón son iguales para ambos picheles. Entonces, se dice que las razones 2 : 24 y 3 : 36 son equivalentes y se representa como:

$2 : 24 = 3 : 36$

C A dos razones que tienen el mismo valor de razón se les llama **razones equivalentes**. A una igualdad que muestra dos razones equivalentes se le llama **proporción**.

E

1. Analice si el par de razones en cada inciso es equivalente.
   a. 6 : 8 y 9 : 12
   b. 8 : 12 y 20 : 24
   c. 56 : 21 y 36 : 12
2. Resuelva.
   El edificio A mide 8 m de altura y el edificio B mide 12 m de altura. Si el edificio A proyecta una sombra de 6 m de largo y el edificio B una sombra de 9 m de largo a cierta hora del día, ¿la razón de las alturas es equivalente a la razón de las sombras de ambos edificios?

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Valor de razón de $6 : 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
   Valor de razón de $9 : 12 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$
   R: 6 : 8 y 9 : 12 son equivalentes.
   b. Valor de razón de $8 : 12 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
   Valor de razón de $20 : 24 = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$
   R: 8 : 12 y 20 : 24 no son equivalentes.
   c. Valor de razón de $56 : 21 = \frac{56}{21} = \frac{8}{3}$
   Valor de razón de $36 : 12 = \frac{36}{12} = 3$
   R: 56 : 21 y 36 : 12 no son equivalentes.
2. La razón de las alturas es 8 : 12.
   Valor de razón de las alturas:
   $8 \div 12 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
   La razón de las sombras de edificios es 6 : 9.
   Valor de razón de las sombras:
   $6 \div 9 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
   R: La razón de las alturas es equivalente a la razón de las sombras de ambos edificios.

Fecha: dd – mm – aa
2-4-3 Razones equivalentes

(P) Ana disolvió 2 dL de horchata en 24 dL de agua en el pichel A y 3 dL de horchata en 36 dL de agua en el pichel B. Compare el valor de razón de la cantidad de concentrado de horchata a la cantidad de agua del pichel A con el del pichel B.

(S)

Pichel A
La razón del concentrado de horchata al agua es 2 : 24.

Valor de razón:

$2 \div 24 = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

Pichel B
La razón del concentrado de horchata al agua es 3 : 36.

Valor de razón:

$3 \div 36 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

2 : 24 y 3 : 36 son equivalentes y se representan como:

$2 : 24 = 3 : 36$

(C) A dos razones que tienen el mismo valor de razón se les llama razones equivalentes. A una igualdad que muestra dos razones equivalentes se le llama proporción.

(E) 1. Analice si el par de razones es equivalente.

a. 6 : 8 y 9 : 12

Valor de razón:

$6 \div 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Valor de razón:

$9 \div 12 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

R: 6 : 8 y 9 : 12 son equivalentes.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 4 Relación entre razones equivalentes

Aprendizaje esperado:
Encuentra razones equivalentes.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 4 Relación entre razones equivalentes

P Doña Mary prepara café con azúcar y la razón de azúcar y café es $2:5$. Doña Luisa también prepara café con azúcar y la razón de azúcar y café es $4:10$.

a. Analice si las dos razones $2:5$ y $4:10$ son equivalentes.

b. Encuentre la relación entre las dos razones.

S a. Valor de razón del café de doña Mary: $2 \div 5 = \frac{2}{5}$

Valor de razón del café de doña Luisa: $4 \div 10 = \frac{4}{10}$

$= \frac{2}{5}$

Por tanto, estas dos razones son equivalentes.

b. Ambos números de la primera razón $2:5$ se pueden multiplicar por 2 para obtener la segunda razón $4:10$.

$$2:5 = 4:10 \quad (\times 2)$$

Ambos números de la segunda razón $4:10$ se pueden dividir entre 2 para obtener la primera razón $2:5$.

$$2:5 = 4:10 \quad (\div 2)$$

C Cuando los términos de una razón son multiplicados o divididos por el mismo número (excepto 0), se obtiene una razón equivalente.

Ejemplo:

$$1:2 = 3:6 = 9:18 \quad (\times 3,\ \div 3)$$

Dos razones equivalentes de $3:6$ son $1:2$ y $9:18$.

E Escriba dos razones equivalentes para las siguientes razones.

a. $2:3$ b. $8:5$

c. $5:10$ d. $18:15$

e. $4:9$ f. $10:8$

g. $3:4$ h. $14:12$

Solucionario de los ejercicios:

a. $2:3 = 4:6 = 12:18 = 24:36$ $(\times 2,\ \times 2,\ \times 3,\ \times 3)$ — Posibles razones equivalentes de $2:3$ son $4:6$, $12:18$ y $24:36$.

b. $8:5 = 16:10 = 32:20 = 96:60$ $(\times 2,\ \times 2,\ \times 3,\ \times 3)$ — Posibles razones equivalentes de $8:5$ son $16:10$, $32:20$. y $96:60$.

c. $1:2 = 5:10 = 25:50 = 50:100$ $(\times 5,\ \times 5,\ \div 5,\ \div 5,\ \times 2,\ \times 2)$ — Posibles razones equivalentes de $5:10$ son $1:2$, $25:50$ y $50:100$.

d. $6:5 = 18:15 = 54:45 = 108:90$ $(\times 3,\ \times 3,\ \div 3,\ \div 3,\ \times 2,\ \times 2)$ — Posibles razones equivalentes de $18:15$ son $6:5$, $54:45$ y $108:90$.

e. $4:9 = 8:18 = 16:36 = 48:108$ $(\times 2,\ \times 2,\ \times 2,\ \times 2,\ \times 3,\ \times 3)$ — Posibles razones equivalentes de $4:9$ son $8:18$, $16:36$ y $48:108$.

f. $5:4 = 10:8 = 20:16 = 100:80$ $(\times 2,\ \times 2,\ \div 2,\ \div 2,\ \times 5,\ \times 5)$ — Posibles razones equivalentes de $10:8$ son $5:4$, $20:16$ y $100:80$.

g. $3:4 = 6:8 = 12:16 = 36:48$ $(\times 2,\ \times 2,\ \times 2,\ \times 2,\ \times 3,\ \times 3)$ — Posibles razones equivalentes de $3:4$ son $6:8$, $12:16$ y $36:48$.

h. $7:6 = 14:12 = 28:24 = 140:120$ $(\times 2,\ \times 2,\ \div 2,\ \div 2,\ \times 5,\ \times 5)$ — Posibles razones equivalentes de $14:12$ son $7:6$, $28:24$ y $140:120$.

Fecha: dd – mm – aa

2-4-4 Relación entre razones equivalentes

Ⓟ Doña Mary prepara café con azúcar y la razón de azúcar y café es $2:5$. Doña Luisa también prepara café con azúcar y la razón de azúcar y café es $4:10$.

a. Analice si las dos razones $2:5$ y $4:10$ son equivalentes.
b. Encuentre la relación entre las dos razones.

Ⓢ a. Valor de razón del café de doña Mary $2 \div 5 = \frac{2}{5}$

Valor de razón del café de doña Luisa $4 \div 10 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ — Son equivalentes.

b. Ambos números de $2:5$ se pueden multiplicar por 2 para obtener la segunda razón $4:10$.

$$2:5 = 4:10 \quad (\times 2,\ \times 2)$$

Ambos números de $4:10$ se pueden dividir entre 2 para obtener la primera razón $2:5$.

$$2:5 = 4:10 \quad (\div 2,\ \div 2)$$

Ⓒ Cuando los términos de una razón son multiplicados o divididos por el mismo número (excepto 0), se obtiene una razón equivalente.

Ejemplo:

$1:2 = 3:6 = 9:18$ $(\times 3,\ \times 3,\ \div 3,\ \div 3)$ Dos razones equivalentes de $3:6$ son $1:2$ y $9:18$.

Ⓔ Escriba dos razones equivalentes.

a. $2:3 = 4:6 = 12:18$ $(\times 3,\ \times 3,\ \times 2,\ \times 2)$

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 5 Simplificación de razón

Aprendizaje esperado:
Encuentra la razón equivalente más simple.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 5 Simplificación de razón

P Encuentre la razón equivalente más simple de cada una de las siguientes razones.

a. 8 : 20

b. 27 : 18

S Encuentre una razón equivalente dividiendo ambos términos de la razón por el mismo número.

a.

$$8:20 \overset{\div 2}{=} 4:10 \overset{\div 2}{=} 2:5$$

Como no hay divisor común entre 2 y 5, 2 : 5 es la razón equivalente más simple.

b.

$$27:18 \overset{\div 3}{=} 9:6 \overset{\div 3}{=} 3:2$$

Como no hay divisor común entre 3 y 2, 3 : 2 es la razón equivalente más simple.

C Al transformar una razón a una razón equivalente con el menor número entero posible se le llama **simplificación de razón**.

E Simplifique las siguientes razones.

a. 6 : 12
b. 16 : 48
c. 96 : 12
d. 24 : 18
e. 56 : 14
f. 32 : 16
g. 14 : 21
h. 39 : 13
i. 35 : 28
j. 18 : 45
k. 7 : 28
l. 36 : 24

Solucionario de los ejercicios:

a. 6 : 12 = 1 : 2
R: 1 : 2 es la razón equivalente más simple.

b. 16 : 48 = 1 : 3
R: 1 : 3 es la razón equivalente más simple.

c. 96 : 12 = 8 : 1
R: 8 : 1 es la razón equivalente más simple.

d. 24 : 18 = 4 : 3
R: 4 : 3 es la razón equivalente más simple.

e. 56 : 14 = 4 : 1
R: 4 : 1 es la razón equivalente más simple.

f. 32 : 16 = 2 : 1
R: 2 : 1 es la razón equivalente más simple.

g. 14 : 21 = 2 : 3
R: 2 : 3 es la razón equivalente más simple.

h. 39 : 13 = 3 : 1
R: 3 : 1 es la razón equivalente más simple.

i. 35 : 28 = 5 : 4
R: 5 : 4 es la razón equivalente más simple.

j. 18 : 45 = 2 : 5
R: 2 : 5 es la razón equivalente más simple.

k. 7 : 28 = 1 : 4
R: 1 : 4 es la razón equivalente más simple.

l. 36 : 24 = 3 : 2
R: 3 : 2 es la razón equivalente más simple.

Fecha: dd – mm – aa
2-4-5 Simplificación de razón

(P) Encuentre la razón equivalente más simple.

a. 8 : 20
b. 27 : 18

(S) a.

$$8:20 \overset{\div 2}{=} 4:10 \overset{\div 2}{=} 2:5$$

2 es divisor común de 8 y 20.

Se dividen ambos términos de la razón por el mismo número.

R: 2 : 5 es la razón equivalente más simple.

b.

$$27:18 \overset{\div 3}{=} 9:6 \overset{\div 3}{=} 3:2$$

3 es divisor común de 27 y 18.

R: 3 : 2 es la razón equivalente más simple.

(C) Al transformar una razón a una razón equivalente con el menor número entero posible se le llama simplificación de razón.

(E) Simplifique las siguientes razones.

a. 6 : 12 = 1 : 2

R: 1 : 2

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 6 Proporciones (1)

Aprendizaje esperado:
Encuentra el valor de una incógnita en una proporción.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 6 Proporciones (1)

(P) Si la razón $x:3$ es equivalente a $10:15$, ¿cuál es el valor del término x?

(S) Como ambas razones son equivalentes, entonces se dice que:

$$x:3 = 10:15$$

Para encontrar el valor del término x:

Forma 1.
Utilice la relación entre razones equivalentes.

$$x:3 = 10:15 \quad (\div 5 \text{ en ambos})$$

$x = 10 \div 5 = 2$

Forma 2.
Encuentre el valor de x en la ecuación.

$\frac{x}{3} = \frac{10}{15}$ Se expresa el valor de razón.

$\frac{x}{3} \times 3 = \frac{10}{15} \times 3$ Se multiplican ambos miembros por 3.

$x = \frac{10}{5}$

$x = 2$ Se simplifica.

Respuesta: si la razón $x:3$ es equivalente a $10:15$, el valor de x es 2.

$$2:3 = 10:15$$

En la proporción $2:3 = 10:15$, a los términos 2 y 15 se les llama términos extremos y a los términos 3 y 10 se les llama términos medios.

En la proporción, el producto de los términos extremos 2×15 es igual al producto de los términos medios 3×10.

$$2 \times 15 = 30$$
$$2:3 = 10:15$$
$$3 \times 10 = 30$$

(C) En una proporción $a:b = c:d$ a los términos a y d se les llama **términos extremos** y a los términos b y c se les llama **términos medios**.
En una proporción $a:b = c:d$, el producto de los términos extremos ad es igual al producto de los términos medios bc. Si $a:b = c:d$, entonces $ad = bc$.

Ejemplo:
$x:4 = 15:20$

$20x = 4 \times 15$
$20x = 60$
$\frac{20x}{20} = \frac{60}{20}$
$x = 3$

(E) Encuentre el valor del término x en las siguientes proporciones.

a. $x:2 = 8:4$ b. $3:x = 2:6$ c. $9:6 = 12:x$ d. $9:12 = x:8$
e. $4:x = 7:21$ f. $x:14 = 10:35$ g. $10:6 = x:15$ h. $15:12 = 10:x$

Solucionario de los ejercicios:

a. $x:2 = 8:4$
$4x = 2 \times 8$
$4x = 16$
$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$
$x = 4$

b. $3:x = 2:6$
$2x = 3 \times 6$
$2x = 18$
$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$
$x = 9$

c. $9:6 = 12:x$
$9x = 6 \times 12$
$9x = 72$
$\frac{9x}{9} = \frac{72}{9}$
$x = 8$

d. $9:12 = x:8$
$12x = 9 \times 8$
$12x = 72$
$\frac{12x}{12} = \frac{72}{12}$
$x = 6$

e. $4:x = 7:21$
$7x = 4 \times 21$
$7x = 84$
$\frac{7x}{7} = \frac{84}{7}$
$x = 12$

f. $x:14 = 10:35$
$35x = 14 \times 10$
$35x = 140$
$\frac{35x}{35} = \frac{140}{35}$
$x = 4$

g. $10:6 = x:15$
$6x = 10 \times 15$
$6x = 150$
$\frac{6x}{6} = \frac{150}{6}$
$x = 25$

h. $15:12 = 10:x$
$15x = 12 \times 10$
$15x = 120$
$\frac{15x}{15} = \frac{120}{15}$
$x = 8$

Fecha: dd – mm – aa
2-4-6 Proporciones (1)

(P) Si $x:3$ es equivalente a $10:15$, ¿cuál es el valor del término x?

(S) Forma 1.

$$x:3 = 10:15 \quad (\div 5 \text{ en ambos})$$

$x = 10 \div 5 = 2$

Forma 2.

$\frac{x}{3} = \frac{10}{15}$ Se expresa el valor de razón.

$\frac{x}{3} \times 3 = \frac{10}{15} \times 3$ Se multiplican ambos miembros por 3.

$x = \frac{10}{5}$

$x = 2$ Se simplifica.

R: Si la razón $x:3$ es equivalente a $10:15$, el valor de x es 2.

$$2:3 = 10:15$$

(C) Términos extremos: $a:b = c:d$, Términos medios

Si $a:b = c:d$, entonces $ad = bc$.

Ejemplo:
$x:4 = 15:20$
$20x = 4 \times 15$
$20x = 60$
$\frac{20x}{20} = \frac{60}{20}$
$x = 3$

(E) Encuentre el valor del término x.

a. $x:2 = 8:4$
$4x = 2 \times 8$
$4x = 16$
$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$
$x = 4$

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 7 Proporciones (2)

Aprendizaje esperado:
Resuelve un problema usando proporción.

Sección 4 Razones y proporciones
Clase 7 Proporciones (2)

P La cantidad de azúcar y harina que se utilizan para preparar un pastel tiene una razón de $3:5$. Si se usan 150 g de harina, ¿cuántos gramos de azúcar se necesitarán?

S La proporción sería $3:5 = x:150$, siendo x los gramos de azúcar. Encuentre el valor del término x.

Si $a:b = c:d$, entonces $ad = bc$.
Por tanto,

$$3:5 = x:150$$
$$5x = 3 \times 150$$
$$5x = 450$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{450}{5}$$
$$x = 90$$

Respuesta: 90 gramos de azúcar

C En una proporción $a:b = c:d$ el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

Si $a:b = c:d$, entonces $ad = bc$.

E Resuelva los siguientes problemas.

a. En la sección "A" de primero básico, la razón del número de mujeres al de hombres es $3:4$. Si hay 30 mujeres, ¿cuántos hombres habrá en la sección?

b. La razón de la medida de la base a la altura de un rectángulo es $2:5$. Si la base mide 10 cm, ¿cuánto medirá la altura?

c. La razón de basura no reciclable a basura reciclable en un municipio es $5:11$. Si hay 550 quintales de basura reciclable, ¿cuántos quintales de basura no reciclable habrá?

Solucionario de los ejercicios:

a. Siendo x el número de hombres,
$3:4 = 30:x$
$3x = 4 \times 30$
$3x = 120$
$\frac{3x}{3} = \frac{120}{3}$
$x = 40$
R: Habrá 40 hombres.

b. Siendo x la medida de altura,
$2:5 = 10:x$
$2x = 5 \times 10$
$2x = 50$
$\frac{2x}{2} = \frac{50}{2}$
$x = 25$
R: Medirá 25 cm.

c. Siendo x la cantidad de basura no reciclable,
$5:11 = x:550$
$11x = 5 \times 550$
$11x = 2,750$
$\frac{11x}{11} = \frac{2,750}{11}$
$x = 250$
R: Habrá 250 quintales.

Fecha: dd – mm – aa
2-4-7 Proporciones (2)

(P) La razón de cantidad de azúcar a harina es $3:5$. Si se usan 150 g de harina, ¿cuántos gramos de azúcar se necesitarán?

(S) x representa los gramos de azúcar.

Proporción:
$3:5 = x:150$
$5x = 3 \times 150$
$5x = 450$
$\frac{5x}{5} = \frac{450}{5}$
$x = 90$

R: 90 gramos de azúcar

(C) En una proporción $a:b = c:d$ el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

Si $a:b = c:d$, entonces $ad = bc$.

(E) a. En la sección "A" de 1ro., la razón de mujeres a hombres es $3:4$. Si hay 30 mujeres, ¿cuántos hombres habrá en la sección?
Siendo x el número de hombres,

$3:4 = 30:x$
$3x = 4 \times 30$
$3x = 120$
$\frac{3x}{3} = \frac{120}{3}$
$x = 40$

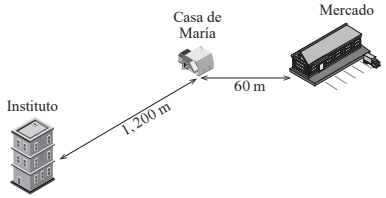
R: Habrá 40 hombres.

Sección 5 Sistemas de medición
Clase 1 Longitud

Aprendizaje esperado:
Convierte unidades de longitud a otras unidades.

Sección 5 Sistemas de medición
Clase 1 Longitud

(P)



a. Encuentre la distancia en km entre la casa de María y el instituto.

b. Encuentre la distancia en cm entre la casa de María y el mercado.

(S)

a. La distancia entre la casa de María y el instituto es 1,200 m.
1,000 m es equivalente a 1 km.
Para convertir de kilómetro a metro, se divide la distancia en kilómetros entre 1,000.
$1,200 \div 1,000 = 1.2$

Por tanto, 1.2 km.

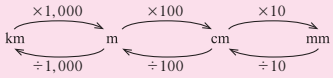
b. La distancia entre la casa de María y el mercado es 60 m.
1 m es equivalente a 100 cm.
Para convertir de metro a centímetro, se multiplica la distancia en metros por 100.
$60 \times 100 = 6,000$

Por tanto, 6,000 cm.

(C)

Algunas unidades de longitud en el sistema métrico decimal:

km	m	cm	mm
1	1,000	100,000	1,000,000
0.001	1	100	1,000
0.00001	0.01	1	10
0.000001	0.001	0.1	1



Ejemplo:
Convierta las unidades de longitud a las medidas indicadas.

a. 2 km a m
$2 \times 1,000 = 2,000$
Por tanto, 2,000 m.

Solucionario de los ejercicios:

a. $7 \times 1,000 = 7,000$
R: 7,000 m

b. $2 \times 100 = 200$
R: 200 cm

c. $30 \times 10 = 300$
R: 300 mm

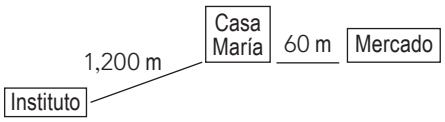
d. $2,500 \div 1,000 = 2.5$
R: 2.5 km

e. $400 \div 100 = 4$
R: 4 m

f. $150 \div 10 = 15$
R: 15 cm

Fecha: dd – mm – aa
2-5-1 Longitud

(P)

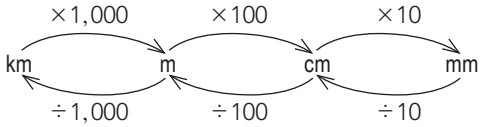


a. Encuentre la distancia en km entre la casa de María y el instituto.
b. Encuentre la distancia en cm entre la casa de María y el mercado.

(S) a. 1,000 m es equivalente a 1 km.
Para convertir de kilómetro a metro, se divide la distancia en kilómetros entre 1,000.
$1,200 \div 1,000 = 1.2$
Por tanto, 1.2 km.

b. 1 m es equivalente a 100 cm.
Para convertir de metro a centímetro, se multiplica la distancia en metros por 100.
$60 \times 100 = 6,000$
Por tanto, 6,000 cm.

(C)



Ejemplo:

a. 2 km a m
$2 \times 1,000 = 2,000$
R: 2,000 m

b. 3,000 cm a m
$3,000 \div 100 = 30$
R: 30 m

c. 15 cm a mm
$15 \times 10 = 150$
R: 150 mm

(E) Convierta.

a. 7 km a m
$7 \times 1,000 = 7,000$
R: 7,000 m

b. 2 m a cm
$2 \times 100 = 200$
R: 200 cm

c. 30 cm a mm
$30 \times 10 = 300$
R: 300 mm

b. 3,000 cm a m
3,000 ÷ 100 = 30
Por tanto, 30 m.

c. 15 cm a mm
15 × 10 = 150
Por tanto, 150 mm.

Convierta.

a. 7 km a m

b. 2 m a cm

c. 30 cm a mm

d. 2,500 m a km

e. 400 cm a m

f. 150 mm a cm

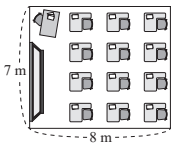
Sección 5 Sistemas de medición
Clase 2 Conversiones bidimensionales

Aprendizaje esperado:
Convierte unidades de área a otras unidades.

Sección 5 Sistemas de medición
Clase 2 Conversiones bidimensionales

P1 Observe la imagen del salón de clases que está a la derecha.

a. Encuentre el área de la clase en m^2.
b. Encuentre el área de la clase en cm^2.



S1

a. $8 \times 7 = 56$
Entonces, $56\ m^2$.

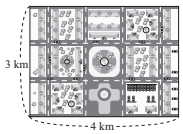
b. Para encontrar el área en cm^2, convierta la base y la altura de m a cm.
Base: $8 \times 100 = 800$ (cm)
Altura: $7 \times 100 = 700$ (cm)
Área: $800 \times 700 = 560,000$ (cm^2)
Entonces, $560,000\ cm^2$.

1 m = 100 cm

Los resultados de los incisos a y b son el área de la clase. Por tanto, $56\ m^2 = 560,000\ cm^2$.

P2 Observe la imagen de la ciudad que está a la derecha.

a. Encuentre el área de la ciudad en km^2.
b. Encuentre el área de la ciudad en m^2.



S2

a. $4 \times 3 = 12$
Entonces, $12\ km^2$.

b. Para encontrar el área en m^2, convierta la base y la altura de km a m.
Base: $4 \times 1,000 = 4,000$ (m)
Altura: $3 \times 1,000 = 3,000$ (m)
Área: $4,000 \times 3,000 = 12,000,000$ (m^2)
Entonces, $12,000,000\ m^2$.

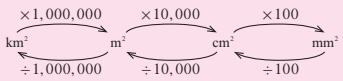
1 km = 1,000 m

Los resultados de los incisos a y b son el área de la ciudad. Por tanto, $12\ km^2 = 12,000,000\ m^2$.

C

Algunas unidades de área en el sistema métrico decimal:

km^2	m^2	cm^2	mm^2
1	1,000,000	10,000,000,000	1,000,000,000,000
0.000001	1	10,000	1,000,000
0.0000000001	0.0001	1	100
0.000000000001	0.000001	0.01	1



Solucionario de los ejercicios:

a. $2 \times 100 = 200$
R: $200\ mm^2$

b. $6 \times 10,000 = 60,000$
R: $60,000\ cm^2$

c. $9 \times 1,000,000 = 9,000,000$
R: $9,000,000\ m^2$

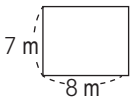
d. $400 \div 100 = 4$
R: $4\ cm^2$

e. $150,000 \div 10,000 = 15$
R: $15\ m^2$

f. $3,000,000 \div 1,000,000 = 3$
R: $3\ km^2$

Fecha: dd – mm – aa
2-5-2 Conversiones bidimensionales

(P1) a. Encuentre el área en m^2.
b. Encuentre el área en cm^2.

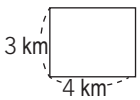


(S1) a. $8 \times 7 = 56$
Entonces, $56\ m^2$.

b. Convierta la base y la altura de m a cm.
Base: $8 \times 100 = 800$ (cm)
Altura: $7 \times 100 = 700$ (cm)
Área: $800 \times 700 = 560,000$ (cm^2)
Entonces, $560,000\ cm^2$.
Por tanto, $56\ m^2 = 560,000\ cm^2$.

1m = 100 cm

(P2) a. Encuentre el área en km^2.
b. Encuentre el área en m^2.

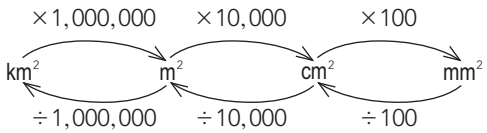


(S2) a. $4 \times 3 = 12$
Entonces, $12\ km^2$.

b. Convierta la base y la altura de km a m.
Base: $4 \times 1,000 = 4,000$ (m)
Altura: $3 \times 1,000 = 3,000$ (m)
Área: $4,000 \times 3,000 = 12,000,000$ (m^2)
Entonces, $12,000,000\ m^2$.
Por tanto, $12\ km^2 = 12,000,000\ m^2$.

1km = 1,000 m

(C)



(E) Convierta las siguientes unidades de área a las medidas indicadas.

a. $2\ cm^2$ a mm^2
$2 \times 100 = 200$
R: $200\ mm^2$

d. $400\ mm^2$ a cm^2
$400 \div 100 = 4$
R: $4\ cm^2$

Ejemplo:

a. $8\ cm^2$ a mm^2
$8 \times 100 = 800$
Por tanto, $800\ mm^2$.

b. $4,000,000\ cm^2$ a m^2
$4,000,000 \div 10,000 = 400$
Por tanto, $400\ m^2$.

c. $70,000,000\ m^2$ a km^2
$70,000,000 \div 1,000,000 = 70$
Por tanto, $70\ km^2$.

E Convierta las siguientes unidades de área a las medidas indicadas.

a. $2\ cm^2$ a mm^2

b. $6\ m^2$ a cm^2

c. $9\ km^2$ a m^2

d. $400\ mm^2$ a cm^2

e. $150,000\ cm^2$ a m^2

f. $3,000,000\ m^2$ a km^2

Sección 6 Porcentajes
Clase 1 Porcentajes

Aprendizaje esperado:
Convierte un número decimal a porcentaje.
Convierte un porcentaje a un número decimal.

Sección 6 Porcentajes
Clase 1 Porcentajes

(P) La siguiente tabla muestra el número de estudiantes de un instituto de Mazatenango.

Grado	Cantidad de estudiantes
1ro.	80
2do.	70
3ro.	50
Total	200

Encuentre el porcentaje de cada uno de los grados respecto al total de los estudiantes.

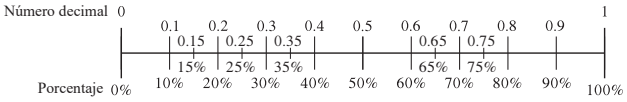
(S) $\frac{\text{(Estudiantes de primer grado)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{80}{200} = \frac{2}{5} = 0.40 \longrightarrow 0.40 \times 100 = 40(\%)$

$\frac{\text{(Estudiantes de segundo grado)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{70}{200} = \frac{7}{20} = 0.35 \longrightarrow 0.35 \times 100 = 35(\%)$

$\frac{\text{(Estudiantes de tercer grado)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0.25 \longrightarrow 0.25 \times 100 = 25(\%)$

Al multiplicar el número decimal por 100 se obtiene el porcentaje.

La relación entre el número decimal y el porcentaje es la siguiente:



(C) Para convertir un número decimal a porcentaje, se multiplica el número decimal por 100 y se escribe el símbolo "%".
Para convertir un porcentaje a un número decimal, se divide entre 100.

(E) 1. Convierta cada número decimal a porcentaje.
a. 0.56 b. 0.07 c. 0.3 d. 0.69

2. Convierta cada porcentaje a un número decimal.
a. 23% b. 47% c. 8% d. 60%

Solucionario de los ejercicios:

1. a. $0.56 \times 100 = 56$
R: 56%
b. $0.07 \times 100 = 7$
R: 7%
c. $0.3 \times 100 = 30$
R: 30%
d. $0.69 \times 100 = 69$
R: 69%

2. a. $23\% = \frac{23}{100} = 0.23$
R: 0.23
b. $47\% = \frac{47}{100} = 0.47$
R: 0.47
c. $8\% = \frac{8}{100} = 0.08$
R: 0.08
d. $60\% = \frac{60}{100} = 0.6$
R: 0.6

Fecha: dd – mm – aa
2-6-1 Porcentajes

(P) La tabla muestra el número de estudiantes de un instituto. Encuentre el porcentaje de cada grado respecto al total de los estudiantes.

Grado	Cantidad de estudiantes
1ro.	80
2do.	70
3ro.	50
Total	200

(S) $\frac{\text{(Estudiantes de 1ro.)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{80}{200} = \frac{2}{5} = 0.40 \longrightarrow 0.40 \times 100 = 40(\%)$

$\frac{\text{(Estudiantes de 2do.)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{70}{200} = \frac{7}{20} = 0.35 \longrightarrow 0.35 \times 100 = 35(\%)$

$\frac{\text{(Estudiantes de 3ro.)}}{\text{(Total de estudiantes)}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0.25 \longrightarrow 0.25 \times 100 = 25(\%)$

(C) Para convertir un número decimal a porcentaje, se multiplica el número decimal por 100 y se escribe el símbolo "%".

Para convertir un porcentaje a número decimal, se divide entre 100.

(E) 1. Convierta el número decimal a porcentaje.

a. 0.56
$0.56 \times 100 = 56$
R: 56%

Sección 6 Porcentajes
Clase 2 Una cantidad es porcentaje de otra cantidad

Aprendizaje esperado:
Expresa una cantidad como porcentaje de otra.

Sección 6 Porcentajes
Clase 2 Una cantidad es porcentaje de otra cantidad

P A una fiesta de cumpleaños se invitaron 200 personas y llegaron solo 60 personas. ¿Cuál es el porcentaje de las personas que asistieron a la fiesta con respecto al total de invitados?

S La razón de las personas que asistieron a la fiesta con respecto al total de invitados es $60:200$.

El porcentaje se puede calcular:

Forma 1.
Utilizando el concepto de proporción.

Si $a:b=c:d$, entonces $ad=bc$.

$60:200=x:100$
$60\times100=200x$
$200x=60\times100$
$200x=6,000$
$\frac{200x}{200}=\frac{6,000}{200}$
$x=30$
Por tanto, 30%.

Forma 2.
Multiplicando el valor de razón por 100.

$\frac{60}{200}=0.3$ Se determina el valor de razón.
$0.3\times100=30$

Por tanto, 30%.

Respuesta: el porcentaje de personas que asistieron a la fiesta fue 30%.

C Para expresar una cantidad como porcentaje de otra:

Paso 1. Se toma la cantidad que se compara como numerador.
Paso 2. Se toma la cantidad base (total) como denominador.
Paso 3. Se convierte a porcentaje.

E

a. Se invitaron a 150 personas al acto del día de la madre de primero básico sección "C". Llegaron 135 personas. ¿Cuál es el porcentaje de invitados que llegaron al acto?

b. En la final de un campeonato de fútbol, Regina lanzó 5 veces al marco, de las cuales anotó 3 goles. ¿Cuál es el porcentaje de goles anotados respecto al número de lanzamientos?

c. Daniel tiene 30 dulces, de los cuales regaló 18 a su hermana. ¿Cuál es el porcentaje de dulces que regaló?

d. El papá de José tiene un ingreso mensual de Q1,300.00. De esta cantidad, ahorra Q260.00 cada mes. ¿Qué porcentaje de su ingreso mensual ahorra?

Solucionario de los ejercicios:

a. $135:150=x:100$
$135\times100=150x$
$150x=135\times100$
$150x=13,500$
$\frac{150x}{150}=\frac{13,500}{150}$
$x=90$
R: El porcentaje de invitados que llegaron al acto es 90%.

b. $3:5=x:100$
$3\times100=5x$
$5x=3\times100$
$5x=300$
$\frac{5x}{5}=\frac{300}{5}$
$x=60$
R: El porcentaje de goles anotados es 60%.

c. $18:30=x:100$
$18\times100=30x$
$30x=18\times100$
$30x=1,800$
$\frac{30x}{30}=\frac{1,800}{30}$
$x=60$
R: El porcentaje que Daniel regaló es 60%.

d. $260:1,300=x:100$
$260\times100=1,300x$
$1,300x=260\times100$
$1,300x=26,000$
$\frac{1,300x}{1,300}=\frac{26,000}{1,300}$
$x=20$
R: Ahorra el 20% de su ingreso mensual.

Fecha: dd – mm – aa
2-6-2 Una cantidad es porcentaje de otra cantidad

(P) Se invitaron 200 personas y llegaron 60. ¿Cuál es el porcentaje de las personas que asistieron con respecto al total de invitados?

(S) La razón de personas que asistieron con respecto al total de invitados es $60:200$.

Forma 1.

Si $a:b=c:d$, entonces $ad=bc$.

$60:200=x:100$
$60\times100=200x$
$200x=60\times100$
$200x=6,000$
$\frac{200x}{200}=\frac{6,000}{200}$
$x=30$

Forma 2.

$\frac{60}{200}=0.3$ Se determina el valor de razón.

$0.3\times100=30$

R: El porcentaje de personas que asistieron a la fiesta fue 30%.

(E) a. Se invitaron 150 personas y llegaron 135. ¿Cuál es el porcentaje de invitados que llegaron?

$135:150=x:100$
$135\times100=150x$
$150x=135\times100$
$150x=13,500$
$\frac{150x}{150}=\frac{13,500}{150}$
$x=90$

R: El porcentaje de invitados que llegaron es 90%.

Sección 6 Porcentajes
Clase 3 Porcentaje de cantidades

Aprendizaje esperado:
Encuentra la cantidad que representa un porcentaje dado.

Sección 6 Porcentajes
Clase 3 Porcentaje de cantidades

P En el salón municipal de Cuyotenango, Suchitepéquez, hubo un concierto de marimba para 200 personas. Sin embargo, solo el 80% de las personas compraron boletos.
¿Cuántas personas compraron boletos?

S Multiplique el porcentaje por el total de personas, puede ser escrito de forma decimal o como fracción.

Decimal:

$$80\% \times 200 = 0.8 \times 200 = 160$$

Fracción:

$$80\% \times 200 = \frac{80}{100} \times 200 = \frac{80 \times 200}{100} = 160$$

Respuesta: equivale a 160 personas.

C Para encontrar la cantidad que representa un porcentaje, se multiplica el porcentaje dado por la cantidad total. Un porcentaje puede ser expresado en decimal o en fracción con denominador 100.

E

a. Un pequeño equipo de fútbol jugó 10 partidos en un torneo. De estos, ganó el 70% de los partidos. ¿Cuántos partidos ganó este equipo?

b. Sofía organizó un club de lectura con 100 personas. A la primera reunión se presentó el 40% de los miembros. ¿Cuántas personas se presentaron a la primera reunión?

c. Un agricultor tiene $3,000\ m^2$ para sembrar, de estos solo siembra en el 60% de los m^2. ¿Cuántos m^2 siembra él?

d. Un instituto tiene 400 alumnos inscritos. El 40% de los alumnos son mujeres. ¿Cuántas mujeres están inscritas en el instituto?

Solucionario de los ejercicios:

a. $70\% \times 10 = \frac{70}{100} \times 10 = \frac{70 \times 10}{100} = 7$
R: Este equipo ganó 7 partidos.

b. $40\% \times 100 = \frac{40}{100} \times 100 = \frac{40 \times 100}{100} = 40$
R: Se presentaron 40 personas a la primera reunión.

c. $60\% \times 3,000 = \frac{60}{100} \times 3,000 = \frac{60 \times 3,000}{100} = 1,800$
R: El agricultor sembró en $1,800\ m^2$.

d. $40\% \times 400 = \frac{40}{100} \times 400 = \frac{40 \times 400}{100} = 160$
R: En el instituto están inscritas 160 mujeres.

Fecha: dd – mm – aa
2-6-3 Porcentaje de cantidades

(P) Hubo un concierto para 200 personas. Sin embargo, solo el 80% compraron boletos. ¿Cuántas personas compraron boletos?

(S) Decimal:

$$80\% \times 200 = 0.8 \times 200 = 160$$

Fracción:

$$80\% \times 200 = \frac{80}{100} \times 200 = \frac{80 \times 200}{100} = 160$$

R: Equivale a 160 personas.

(C) Para encontrar la cantidad que representa un porcentaje, se multiplica el porcentaje dado por la cantidad total. Un porcentaje puede ser expresado en decimal o en fracción con denominador 100.

(E) a. Un equipo jugó 10 partidos. Ganó el 70% de los partidos. ¿Cuántos partidos ganó este equipo?

Decimal:

$$70\% \times 10 = 0.7 \times 10 = 7$$

Fracción:

$$70\% \times 10 = \frac{70}{100} \times 10 = \frac{70 \times 10}{100} = 7$$

R: Ganó 7 partidos.

Sección 6 Porcentajes
Clase 4 Descuentos

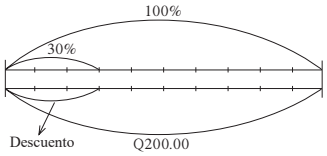
Aprendizaje esperado:
Encuentra el descuento y el precio pagado.

Sección 6 Porcentajes
Clase 4 Descuentos

P Una zapatería de Quetzaltenango está de aniversario y por este motivo ofrece varias ofertas a los clientes.
Katy va a la zapatería y compra unas zapatillas cuyo precio normal es de Q200.00, pero por el aniversario hubo un descuento del 30%.

a. ¿A cuántos quetzales equivale ese descuento?
b. ¿Cuánto pagó por las zapatillas?

S a. Encuentre el descuento calculando el 30% de Q200.00.



El descuento es una operación que reduce el precio original.

(Descuento)
= (Porcentaje de descuento) × (precio original)
= 30% × 200
$= \frac{30}{100} \times 200$
= 60

Respuesta: el descuento es de Q60.00.

b. Para conocer cuánto pagó por las zapatillas:

Q200.00 – Q60.00 = Q140.00

Respuesta: pagó Q140.00.

C

Descuento = porcentaje de descuento × precio original

Precio de venta = precio original – descuento

E 1. Encuentre el descuento y el precio en quetzales que se paga de las siguientes cantidades.

a. A Q500.00 se le descuenta el 10%.
b. A Q700.00 se le descuenta el 6%.
c. A Q800.00 se le descuenta el 12%.

2. Alberto compró una camisa. Su precio normal era de Q350.00, pero le hicieron un descuento del 20%.

a. ¿A cuánto equivale el descuento?
b. ¿Cuánto pagó Alberto por la camisa?

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Descuento:
$10\% \times 500 = \frac{10}{100} \times 500 = 50$
Precio que se paga:
Q500.00 – Q50.00 = Q450.00
R: El descuento es de Q50.00 y el precio que se paga es de Q450.00.

b. Descuento:
$6\% \times 700 = \frac{6}{100} \times 700 = 42$
Precio que se paga:
Q700.00 – Q42.00 = Q658.00
R: El descuento es de Q42.00 y el precio que se paga es de Q658.00.

c. Descuento:
$12\% \times 800 = \frac{12}{100} \times 800 = 96$
Precio que se paga:
Q800.00 – Q96.00 = Q704.00
R: El descuento es de Q96.00 y el precio que se paga es de Q704.00.

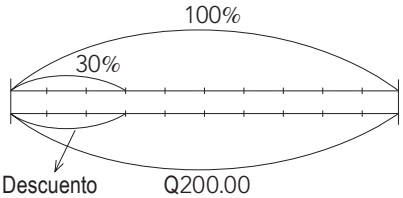
2. a. $20\% \times 350 = \frac{20}{100} \times 350 = 70$
R: El descuento es de Q70.00.

b. Q350.00 – Q70.00 = Q280.00
R: Alberto pagó Q280.00 por la camisa.

Fecha: dd – mm – aa
2-6-4 Descuentos

Ⓟ Katy compra unas zapatillas cuyo precio normal es Q200.00, pero hubo un descuento de 30%.
a. ¿A cuántos quetzales equivale ese descuento?
b. ¿Cuánto pagó por las zapatillas?

Ⓢ a. Descuento del 30% de Q200.00



(Descuento)
= (porcentaje de descuento) × (precio original)
$= 30\% \times 200 = \frac{30}{100} \times 200 = 60$
R: El descuento es de Q60.00.

b. Q200.00 – Q60.00 = Q140.00

R: Pagó Q140.00.

Ⓒ Descuento = Porcentaje de descuento × Precio original

Precio de venta = precio original – descuento

Ⓔ 1. Encuentre el descuento y el precio que se paga.
a. A Q500.00 se le descuenta el 10%.

Descuento: $10\% \times 500.00 = \frac{10}{100} \times 500 = 50$
Precio que se paga: Q500.00 – Q50.00 = Q450.00

R: El descuento es de Q50.00 y el precio que se paga es de Q450.00.

Sección 6 Porcentajes
Clase 5 Intereses

Aprendizaje esperado:
Encuentra el interés y el monto.

Sección 6 Porcentajes
Clase 5 Intereses

(P) Se invierte Q10,000.00 a una taza de interés del 10% anualmente. Encuentre el interés y el monto en la tabla.

A la cantidad de dinero que se obtiene como beneficio al invertir dinero se le llama **interés**.

Tiempo (después)	Interés	Monto
1 año		
2 años		
3 años		

(S) La taza de interés anual es 10%.

$10\% \times 10,000 = 0.1 \times 10,000 = 1,000$

El interés anual es Q1,000.00.

10% = 10 ÷ 100
= 0.1

Después de 1 año,
El interés: Q1,000.00
Monto: $Q10,000.00 + 1 \times Q1,000.00 = Q11,000.00$

Monto es capital más interés.

Después de 2 años,
El interés: $2 \times Q1,000.00 = Q2,000.00$
Monto: $Q10,000.00 + 2 \times Q1,000.00 = Q12,000.00$

Después de 3 años,
El interés: $3 \times Q1,000.00 = Q3,000.00$
Monto: $Q10,000.00 + 3 \times Q1,000.00 = Q13,000.00$

Tiempo (después)	Interés	Monto
1 año	Q1,000.00	Q11,000.00
2 años	Q2,000.00	Q12,000.00
3 años	Q3,000.00	Q13,000.00

(C) Interés anual = taza de interés × capital

Monto = capital + tiempo × interés anual

(E) a. Q30,000.00 son invertidos a una taza de interés del 5% anualmente. Encuentre el monto total después de 3 años.

b. Q4,500.00 son invertidos a una taza de interés del 6% anualmente. Encuentre el monto total después de 2 años.

Solucionario de los ejercicios:

a. Interés anual: $5\% \times Q30,000.00 = 0.05 \times Q30,000.00$
$= Q1,500.00$
Monto: $Q30,000.00 + 3 \times Q1,500.00 = Q34,500.00$
R: El monto después de 3 años es Q34,500.00.

b. Interés anual: $6\% \times Q4,500.00 = 0.06 \times Q4,500.00$
$= Q270.00$
Monto: $Q4,500.00 + 2 \times Q270.00 = Q5,040.00$
R: El monto después de 2 años es Q5,040.00.

Fecha: dd – mm – aa
2-6-5 Intereses

(P) Se invierte Q10,000.00 a una taza de interés del 10% anualmente. Encuentre el interés y el monto en la tabla.

(S)

Tiempo (después)	Interés	Monto
1 año	Q1,000.00	Q11,000.00
2 años	Q2,000.00	Q12,000.00
3 años	Q3,000.00	Q13,000.00

La tasa de interés anual es 10%.

$10\% \times Q10,000.00 = 0.1 \times Q10,000.00 = Q1,000.00$
El interés anual es Q1,000.00.

Después de 1 año.
Interés: Q1,000.00
Monto: $Q10,000 + 1 \times Q1,000.00 = Q11,000.00$

Después de 2 años.
Interés: $2 \times Q1,000.00 = Q2,000.00$
Monto: $Q10,000 + 2 \times Q1,000.00 = Q12,000.00$

Después de 3 años.
Interés: $3 \times Q1,000.00 = Q3,000.00$
Monto: $Q10,000 + 3 \times Q1,000.00 = Q13,000.00$

(C) Interés anual = taza de interés × capital
Monto = capital + tiempo × interés anual

(E) a. Q30,000.00 son invertidos a una taza de interés del 5% anualmente. Encuentre el monto total después de 3 años.

Interés anual: $5\% \times Q30,000.00 = 0.05 \times Q30,000.00$
$= Q1,500.00$
Monto: $Q30,000.00 + 3 \times Q1,500.00 = Q34,500.00$

R: El monto es Q34,500.00.

Ejercitación A

1. Represente las siguientes expresiones algebraicas sin el signo "×" y "÷".
   a. $6 \times a$ b. $x \div 3$ c. $x \times y \times 2$ d. $a \div (-4)$
   e. $-3 \times z \times y \times x$ f. $a \times a$ g. $b \times (-4) \times b \times c$ h. $-1 \times (a+b)$
   i. $(a+b) \div 2$ j. $1 \times (a-b)$ k. $(x+y) \div (-5)$
2. Represente las siguientes situaciones con expresiones algebraicas.
   a. Alberto compró 3 naranjas. Si una naranja cuesta x quetzales, represente el precio total.
   b. Carmen pagó y quetzales para comprar 10 caramelos. Represente el precio por un caramelo.
3. Represente las siguientes expresiones algebraicas sin el signo "×" y "÷".
   a. $x \div 4 + 5 \times y$ b. $a \div 2 + 6 \times b$ c. $7 \times x - 3 \times y \times y$
4. Encuentre el valor numérico de la expresión $5x + 1$.
   a. $x = 2$ b. $x = -3$
5. Encuentre todos los términos y el coeficiente cada variable de las siguientes expresiones algebraicas.
   a. $2x - 9y$ b. $-4a - 8b + 1$
6. Reduzca las siguientes expresiones.
   a. $4x + 3x$ b. $5x - x$ c. $-3a + 8a$ d. $-7b - 2b$
   e. $2x - 1 + 6x - 5$ f. $-4a + 8 - 5a - 6$ g. $7x - 2x - 3x - 11$
7. Calcule las siguientes expresiones.
   a. $4x \times (-5)$ b. $10x \div (-5)$ c. $-6a \times 2$ d. $-9y \div (-3)$
   e. $2(x+7)$ f. $(10a-4) \div 2$ g. $-3(x-5)$ h. $(9x+27) \div (-3)$
8. Identifique las ecuaciones que tienen como solución el número 3.
   a. $3x + 2 = 8$ b. $5x - 5 = 10$ c. $-2x + 6 = 12$
9. Resuelva las siguientes ecuaciones.
   a. $x - 3 = 5$ b. $-4 + x = 1$ c. $x + 9 = 11$ d. $7 + x = -2$
   e. $\frac{1}{3}x = 5$ f. $-\frac{x}{5} = 6$ g. $3x = 18$ h. $-7x = 21$
   i. $2x + 8 = 10$ j. $-3x + 6 = -3$ k. $\frac{x}{4} + 2 = 4$ l. $\frac{x}{2} - 8 = -3$
   m. $3x = x + 4$ n. $6x = -20 + 2x$ o. $x = -5x + 2$
10. Encuentre el valor del término x en las siguientes proporciones.
    a. $x : 3 = 2 : 6$ b. $2 : x = 6 : 15$
11. La razón de la medida de la base a la altura de una piscina es 3 : 8. Si la base mide 9 m, ¿cuánto medirá la altura?
12. Convierta las siguientes unidades de longitud a las medidas indicadas.
    a. 3 km a m b. 5 m a cm c. 10 mm a cm
13. Convierta las siguientes unidades de área a las medidas indicadas.
    a. 3 cm^2 a mm^2 b. 7 m^2 a cm^2 c. 4 km^2 a m^2
14. Resuelva.
    a. Lucía gastó 100 quetzales de 500 quetzales que tenía en su cartera. ¿Cuál es el porcentaje del monto gastado?
    b. Flora compró un pantalón con un descuento del 30%. Si el precio normal es de 200 quetzales, ¿cuánto pagó por el pantalón?
    c. Domingo invierte Q8,000.00 quetzales a una razón de interés del 5% anualmente. Encuentre el monto después de un año.

Solucionario:

1. a. $6 \times a = 6a$
   b. $x \div 3 = \frac{x}{3}$ o $\frac{1}{3}x$
   c. $x \times y \times 2 = 2xy$
   d. $a \div (-4) = -\frac{a}{4}$
   e. $-3 \times z \times y \times x = -3xyz$
   f. $a \times a = a^2$
   g. $b \times (-4) \times b \times c = -4b^2c$
   h. $-1 \times (a+b) = -(a+b)$
   i. $(a+b) \div 2 = \frac{a+b}{2}$ o $\frac{1}{2}(a+b)$
   j. $1 \times (a-b) = a - b$
   k. $(x+y) \div (-5) = \frac{x+y}{-5} = -\frac{x+y}{5}$ o $-\frac{1}{5}(x+y)$
2. a. $3 \times x = 3x$
   R: $3x$ quetzales
   b. $y \div 10 = \frac{y}{10}$
   R: $\frac{y}{10}$ quetzales
3. a. $x \div 4 + 5 \times y = \frac{x}{4} + 5y$
   b. $a \div 2 + 6 \times b = \frac{a}{2} + 6b$
   c. $7 \times x - 3 \times y \times y = 7x - 3y^2$
4. a. $5x + 1 = 5 \times 2 + 1$
   $= 10 + 1$
   $= 11$
   b. $5x + 1 = 5 \times (-3) + 1$
   $= -15 + 1$
   $= -14$
5.

	Términos	Coeficientes
a.	$2x, -9y$	El coeficiente de x es 2 y el de y es -9.
b.	$-4a, -8b, +1$	El coeficiente de a es -4 y el de b es -8.

6. a. $4x + 3x = (4+3)x$
   $= 7x$
   b. $5x - x = (5-1)x$
   $= 4x$
   c. $-3a + 8a = (-3+8)a$
   $= 5a$
   d. $-7b - 2b = (-7-2)b$
   $= -9b$
   e. $2x - 1 + 6x - 5 = 2x + 6x - 1 - 5$
   $= (2+6)x - 1 - 5$
   $= 8x - 6$
   f. $-4a + 8 - 5a - 6 = -4a - 5a + 8 - 6$
   $= (-4-5)a + 8 - 6$
   $= -9a + 2$
   g. $7x - 2x - 3x - 11 = (7-2-3)x - 11$
   $= 2x - 11$
7. a. $4x \times (-5) = 4 \times x \times (-5)$
   $= 4 \times (-5) \times x$
   $= -20x$
   b. $10x \div (-5) = \frac{10x}{-5} = -2x$

c. $-6a \times 2 = -6 \times a \times 2$
$= -6 \times 2 \times a$
$= -12a$

d. $-9y \div (-3) = \frac{-9y}{-3} = 3y$

e. $2(x+7) = 2 \times x + 2 \times 7$
$= 2x + 14$

f. $(10a - 4) \div 2 = \frac{10a}{2} - \frac{4}{2} = 5a - 2$

g. $-3(x-5) = -3 \times x + (-3) \times (-5)$
$= -3x + 15$

h. $(9x + 27) \div (-3) = \frac{9x}{-3} + \frac{27}{-3} = -3x - 9$

8. b
(*Explicación*)

a. $3x + 2 = 3 \times 3 + 2 = 11$
El número 3 no es solución de la ecuación a.

b. $5x - 5 = 5 \times 3 - 5 = 10$
El número 3 es solución de la ecuación b.

c. $-2x + 6 = -2 \times 3 + 6 = 0$
El número 3 no es solución de la ecuación c.

9. a. $x - 3 = 5$
$x - 3 + 3 = 5 + 3$
$x = 8$

b. $-4 + x = 1$
$-4 + 4 + x = 1 + 4$
$x = 5$

c. $x + 9 = 11$
$x + 9 - 9 = 11 - 9$
$x = 2$

d. $7 + x = -2$
$7 - 7 + x = -2 - 7$
$x = -9$

e. $\frac{1}{3}x = 5$
$\frac{1}{3}x \times 3 = 5 \times 3$
$x = 15$

f. $-\frac{x}{5} = 6$
$-\frac{x}{5} \times (-5) = 6 \times (-5)$
$x = -30$

g. $3x = 18$
$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$
$x = 6$

h. $-7x = 21$
$\frac{-7x}{-7} = \frac{21}{-7}$
$x = -3$

i. $2x + 8 = 10$
$2x + 8 - 8 = 10 - 8$
$2x = 2$
$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$
$x = 1$

j. $-3x + 6 = -3$
$-3x + 6 - 6 = -3 - 6$
$-3x = -9$
$\frac{-3x}{-3} = \frac{-9}{-3}$
$x = 3$

k. $\frac{x}{4} + 2 = 4$
$\frac{x}{4} + 2 - 2 = 4 - 2$
$\frac{x}{4} = 2$
$\frac{x}{4} \times 4 = 2 \times 4$
$x = 8$

l. $\frac{x}{2} - 8 = -3$
$\frac{x}{2} - 8 + 8 = -3 + 8$
$\frac{x}{2} = 5$
$\frac{x}{2} \times 2 = 5 \times 2$
$x = 10$

m. $3x = x + 4$
$3x - x = x - x + 4$
$2x = 4$
$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$
$x = 2$

n. $6x = -20 + 2x$
$6x - 2x = -20 + 2x - 2x$
$4x = -20$
$\frac{4x}{4} = \frac{-20}{4}$
$x = -5$

o. $x = -5x + 2$
$x + 5x = -5x + 5x + 2$
$6x = 2$
$\frac{6x}{6} = \frac{2}{6}$
$x = \frac{1}{3}$

10. a. $x : 3 = 2 : 6$
$6x = 3 \times 2$
$6x = 6$
$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$
$x = 1$

b. $2 : x = 6 : 15$
$6x = 2 \times 15$
$6x = 30$
$\frac{6x}{6} = \frac{30}{6}$
$x = 5$

11. Siendo x la altura,
$3 : 8 = 9 : x$
$3x = 8 \times 9$
$3x = 72$
$\frac{3x}{3} = \frac{72}{3}$
$x = 24$
R: 24 m

12. a. $3 \times 1,000 = 3,000$
R: 3,000 m

b. $5 \times 100 = 500$
R: 500 cm

c. $10 \div 10 = 1$
R: 1 cm

13. a. $3 \times 100 = 300$
R: 300 mm^2

b. $7 \times 10,000 = 70,000$
R: 70,000 cm^2

c. $4 \times 1,000,000 = 4,000,000$
R: 4,000,000 m^2

14. a Siendo x el porcentaje del monto gastado,
$100 : 500 = x : 100$

$$500x = 100 \times 100$$
$$500x = 10,000$$
$$\frac{500x}{500} = \frac{10,000}{500}$$
$$x = 20$$

R: El porcentaje del monto gastado es 20%.

b. Descuento: $30\% \times 200 = \frac{30}{100} \times 200 = 60$

El precio que se paga: $Q200.00 - Q60.00 = Q140.00$
R: Flora pagó Q140.00 por el pantalón.

c. Interés anual: $5\% \times Q8,000.00 = 0.05 \times Q8,000.00$
$= Q400.00$

Monto: $Q8,000.00 + 1 \times Q400.00 = Q8,400.00$
R: El monto después de 1 año es Q8,400.00.

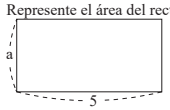
Ejercitación B

1. Represente las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo "×" y "÷".

   a. $2a$ b. $5xy$ c. $\frac{b}{5}$ d. $-\frac{xy}{4}$ e. $-7(x+y)$

   f. $2x^3+8y^2$ g. $\frac{a}{2}+\frac{b}{5}$ h. $\frac{x}{4}-9y^4$ i. $-\frac{5}{x}-11y^2$

2. Represente las siguientes situaciones con expresiones algebraicas.
   a. Lisa compró 3 tomates a x quetzales cada uno. Si pagó con un billete de 10 quetzales, represente su vuelto.
   b. Mario corre a una rapidez constante "v" km/h. Si corre 2 horas, represente cuántos kilómetros avanza.
   c. Represente el área del rectángulo que está abajo.



3. Encuentre el valor numérico de la expresión $10-4x^2$ si:
   a. $x=2$ b. $x=-3$

4. Si $2^{x+2}=64$, determine el valor de 2^{x-2}.

5. Calcule las siguientes expresiones.

   a. $2x\times\left(-\frac{1}{6}\right)$ b. $-\frac{a}{3}\times 9$ c. $\frac{3}{4}x\div\left(-\frac{3}{2}\right)$ d. $12\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}\right)$ e. $(16a-8)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones.

   a. $x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ b. $-\frac{1}{7}+x=1$ c. $4x+5=3$ d. $18x-2=7$

   e. $-2x=6x+24$ f. $2.5x-4=1.5x+1$ g. $5(x-4)=x$ h. $2(4x-6)=8-2x$

7. Plantee la siguiente situación como una ecuación y resuelva.
   Emanuel pagó 90 quetzales para comprar 3 cuadernos a x quetzales cada uno y un libro a 72 quetzales.

8. Encuentre el valor del término x en las siguientes proporciones.
   a. $2.5:4.5=10:x$ b. $2:x=\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$

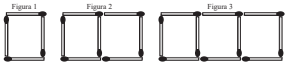
9. Resuelva.
   En una fiesta, la razón del número de hombres al de mujeres es $2:3$. Si hay 60 mujeres, ¿cuántas personas hay en total?

10. Convierta las unidades de longitud a las medidas indicadas.
    a. 700 m a km b. 1,200 cm a m c. 250 mm a cm

11. Convierta las unidades de área a las medidas indicadas.
    a. 250 mm^2 a cm^2 b. 1.5 km^2 a m^2 c. 350,000 cm^2 a m^2

12. Resuelva.
    a. Anita tiene un jardín de 80 m^2. En el jardín las flores están plantadas en 20 m^2 y el resto del área es para verduras. ¿Cúal es el porcentaje del área para verduras?
    b. Francisco compró un sombrero cuyo precio normal es de Q200.00, pero ese día había una oferta especial y pagó solo Q140.00. ¿Cuál es el porcentaje del descuento?

13. Se utilizan fósforos para construir las siguientes figuras. Si se continúa la misma secuencia, determine cuántos fósforos se usarían para hacer la figura 30.



Solucionario:

1. a. $2a=2\times a$
   b. $5xy=5\times x\times y$
   c. $\frac{b}{5}=b\div 5$
   d. $-\frac{xy}{4}=\frac{-xy}{4}=-x\times y\div 4$
   (*Solución alternativa*)
   $-\frac{xy}{4}=\frac{-xy}{4}=x\times(-y)\div 4$
   (*Solución alternativa*)
   $-\frac{xy}{4}=\frac{xy}{-4}=x\times y\div(-4)$
   e. $-7(x+y)=-7\times(x+y)$
   f. $2x^3+8y^2=2\times x\times x\times x+8\times y\times y$
   g. $\frac{a}{2}+\frac{b}{5}=a\div 2+b\div 5$ o $a\times\frac{1}{2}+b\times\frac{1}{5}$
   h. $\frac{x}{4}-9y^4=x\div 4-9\times y\times y\times y\times y$ o
   $x\times\frac{1}{4}-9\times y\times y\times y\times y$
   i. $-\frac{5}{x}-11y^2=\frac{-5}{x}-11y^2=-5\div x-11\times y\times y$ o
   $-5\times\frac{1}{x}-11\times y\times y$
   (*Solución alternativa*)
   $-\frac{5}{x}-11y^2=\frac{5}{-x}-11y^2=5\div(-x)-11\times y\times y$ o
   $5\times\left(-\frac{1}{x}\right)-11\times y\times y$

2. a. $10-3\times x=10-3x$
   R: $10-3x$ quetzales
   b. $2\times v=2v$
   R: $2v$ km
   c. $5\times a=5a$
   R: $5a$

3. a. $10-4x^2=10-4\times 2^2$
   $=10-4\times 4$
   $=10-16$
   $=-6$
   b. $10-4x^2=10-4\times(-3)^2$
   $=10-4\times 9$
   $=10-36$
   $=-26$

4. a. $2^{x+2}=64$
   $2^{x+2}=2^6$
   $x+2=6$
   $x+2-2=6-2$
   $x=4$
   Se sustituye x por 4 en 2^{x-2}.
   $2^{4-2}=2^2$
   $=4$

5. a. $2x\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{2x}{6}$
   $=-\frac{x}{3}$
   b. $-\frac{a}{3}\times 9=-\frac{9a}{3}$
   $=-3a$
   c. $\frac{3}{4}x\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{4}x\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
   $=-\left(\frac{\cancel{3}^{1}x\times\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}^{2}\times\cancel{3}^{1}}\right)$
   $=-\frac{1}{2}x$
   d. $12\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}\right)=12\times\frac{2}{3}x+12\times\frac{1}{4}$
   $=\frac{\cancel{12}^{4}\times 2x}{\cancel{3}^{1}}+\frac{\cancel{12}^{3}\times 1}{\cancel{4}^{1}}$
   $=8x+3$

e. $(16a-8)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=(16a-8)\times\left(-\frac{3}{2}\right)$

$=16a\times\left(-\frac{3}{2}\right)-8\times\left(-\frac{3}{2}\right)$

$=-\left(\frac{16^{8}a\times 3}{2^{1}}\right)+\frac{8^{4}\times 3}{2^{1}}$

$=-24a+12$

6. a. $x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$

$x=\frac{4}{2}$

$=2$

b. $-\frac{1}{7}+x=1$

$-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+x=1+\frac{1}{7}$

$x=\frac{8}{7}$

c. $4x+5=3$

$4x+5-5=3-5$

$4x=-2$

$\frac{4x}{4}=\frac{-2}{4}$

$x=-\frac{1}{2}$

d. $18x-2=7$

$18x-2+2=7+2$

$18x=9$

$\frac{18x}{18}=\frac{9}{18}$

$x=\frac{1}{2}$

e. $-2x=6x+24$

$-2x-6x=6x-6x+24$

$-8x=24$

$\frac{-8x}{-8}=\frac{24}{-8}$

$x=-3$

f. $2.5x-4=1.5x+1$

$2.5x-1.5x-4=1.5x-1.5x+1$

$x-4+4=1+4$

$x=5$

g. $5(x-4)=x$

$5x-20=x$

$5x-x-20=x-x$

$4x-20+20=0+20$

$4x=20$

$\frac{4x}{4}=\frac{20}{4}$

$x=5$

h. $2(4x-6)=8-2x$

$8x-12=8-2x$

$8x+2x-12=8-2x+2x$

$10x-12+12=8+12$

$10x=20$

$\frac{10x}{x}=\frac{20}{10}$

$x=2$

7. $3x+72=90$

$3x+72-72=90-72$

$3x=18$

$\frac{3x}{3}=\frac{18}{3}$

$x=6$

R: 6 quetzales

8. a. $2.5:4.5=10:x$

$2.5x=4.5\times 10$

$2.5x=45$

$\frac{2.5x}{2.5}=\frac{45}{2.5}$

$x=18$

b. $2:x=\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}x=2\times\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}x=1$

$\frac{1}{3}x\times 3=1\times 3$

$x=3$

9. Siendo x el número de hombres,

$2:3=x:60$

$3x=2\times 60$

$3x=120$

$\frac{3x}{3}=\frac{120}{3}$

$x=40$

Hay 60 mujeres y 40 hombres.

Entonces, el número total es: $60+40=100$.

R: Hay 100 personas en total.

10. a. $700\div 1,000=0.7$

R: 0.7 km

b. $1,200\div 100=12$

R: 12 m

c. $250\div 10=25$

R: 25 cm

11. a. $250\div 100=2.5$

R: 2.5 cm^2

b. $1.5\times 1,000,000=1,500,000$

R: 1,500,000 m^2

c. $350,000\div 10,000=35$

R: 35 m^2

12. a. El área para verduras: $80-20=60\ (m^2)$

Siendo x el porcentaje del área para verduras,

$60:80=x:100$

$80x=60\times 100$

$80x=6,000$

$\frac{80x}{80}=\frac{6,000}{80}$

$x=75$

R: El área para verduras es 75%.

b. Descuento: Q200.00 − Q140.00 = Q60.00

Siendo x el porcentaje del descuento,

$60:200=x:100$

$200x=60\times 100$

$200x=6,000$

$\frac{200x}{200}=\frac{6,000}{200}$

$x=30$

R: El porcentaje del descuento es 30%.

13. Para hacer la figura x,

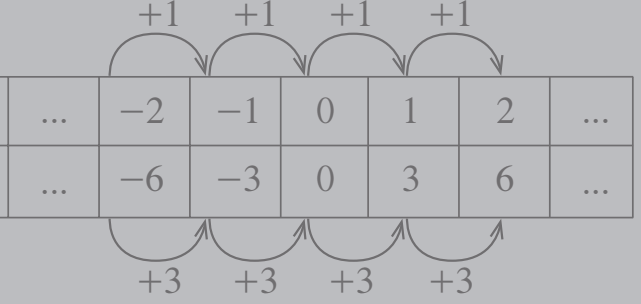
$3\times x+1=3x+1$

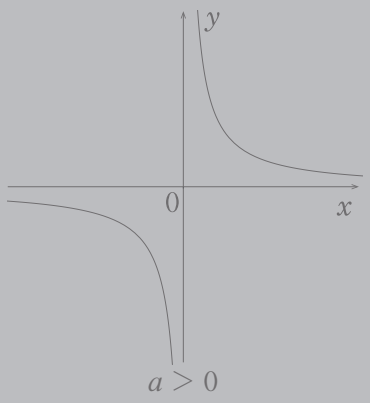
Es decir, se necesitan $3x+1$ fósforos.

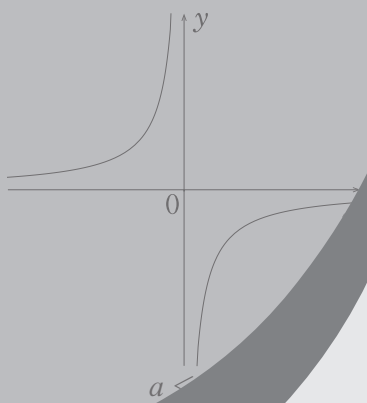
Cuando $x=30$,

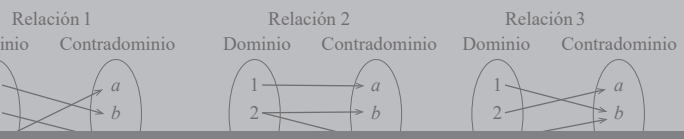
$3\times 30+1=91$

R: 91 fósforos









Unidad 3 •••

Función

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
2. Utiliza gráficas y símbolos en la representación de información y solución de problemas.	2.2 Representa de forma simbólica y gráfica las relaciones entre variables.	1. Conjuntos	1.1 Notación de conjuntos	Utiliza la notación de conjuntos para expresar conjuntos y elementos.
			1.2 Producto cartesiano	Encuentra un producto cartesiano.
			1.3 Gráfica del producto cartesiano	Grafica los pares ordenados de un producto cartesiano en el plano cartesiano.
	2.3 Distingue entre relaciones y funciones.	2. Relaciones y funciones	2.1 Concepto de relación	Encuentra los pares ordenados de la relación entre dos conjuntos.
			2.2 Concepto de función	Determina si una relación es una función.
		3. Proporcionalidad directa	3.1 Concepto de proporcionalidad directa	Encuentra la constante de proporcionalidad. Encuentra una ecuación de proporción directa donde $x \geq 0$.
			3.2 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a > 0)$	Encuentra la constante de proporcionalidad. Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa donde $a > 0$.
			3.3 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a < 0)$	Encuentra la constante de proporcionalidad. Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa donde $a < 0$.
			3.4 Ecuación de una proporcionalidad directa	Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa dados los valores de x y y.
			3.5 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a > 0)$	Grafica una proporcionalidad directa a partir de una tabla donde $a > 0$.
			3.6 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a < 0)$	Grafica una proporcionalidad directa a partir de una ecuación de proporcionalidad directa donde $a < 0$.
			3.7 Ecuación de una proporcionalidad directa a partir de una gráfica	Determina la ecuación de una proporcionalidad directa a partir de la gráfica.
			3.8 Relación entre tabla, gráfica y ecuación de una proporcionalidad directa	Identifica el valor de la constante a en la relación entre tabla, gráfica y ecuación de la proporcionalidad directa.
		4. Proporcionalidad inversa	4.1 Concepto de una proporcionalidad inversa	Encuentra la constante de proporcionalidad. Determina si una relación es una proporcionalidad inversa.
			4.2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables	Verifica si y es inversamente proporcional a x. Encuentra la constante de proporcionalidad.
			4.3 Ecuación de una proporcionalidad inversa	Encuentra la ecuación de una proporcionalidad inversa dados los valores de x y y.
			4.4 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a > 0)$	Grafica una proporcionalidad inversa a partir de una tabla donde $a > 0$.

			4.5 Gráfica de una proporcionalidad inversa ($a < 0$)	Grafica una proporcionalidad inversa a partir de una tabla donde $a < 0$.

Sección 1 Conjuntos
Clase 1 Notación de conjuntos

Aprendizaje esperado:
Utiliza la notación de conjuntos para expresar conjuntos y elementos.

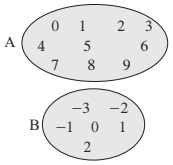
Sección 1 Conjuntos
Clase 1 Notación de conjuntos

P Resuelva los siguientes problemas observando las dos agrupaciones de números enteros.

a. ¿Cómo se representa la idea de conjunto en cada agrupación?

b. ¿En qué agrupación se ubica el −2?

S a. Un conjunto se puede representar de las siguientes maneras:

1. Enumerando los elementos entre llaves { }.	2. Describiendo las características de los elementos del conjunto.	3. Utilizando diagrama de Venn.
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}	A={los números dígitos}	
B = {−3, − 2, − 1, 0, 1, 2}	B={los números enteros mayores que −4 y menores que 3}	

b. −2 es un elemento del conjunto B. Se dice que −2 pertenece al conjunto B, y se escribe como: $-2 \in B$.
−2 no pertenece al conjunto A, y se escribe como: $-2 \notin A$.

C A una agrupación o colección de objetos se le llama **conjunto**. A cada objeto de un conjunto se le llama **elemento**.
Un conjunto se identifica con una letra mayúscula. Se representa entre llaves, de forma descriptiva o enumerativa, o por medio de diagrama de Venn.
Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, se utiliza el símbolo ∈. Si no pertenece, se utiliza el símbolo ∉.

E Dados los siguientes conjuntos, escriba ∈ o ∉ en el espacio indicado.

C = {2, 3, 4, 5, 7}
D = {−2, − 1, 0, 1, 2, 3}

a. 2 ☐ C
b. 0 ☐ D
c. 10 ☐ C
d. −2 ☐ C
e. −1 ☐ D
f. 4 ☐ D

Solucionario de los ejercicios:

a. $2 \in C$ b. $0 \in D$ c. $10 \notin C$
d. $-2 \notin C$ e. $-1 \in D$ f. $4 \notin D$

Fecha: dd – mm – aa
3-1-1 Notación de conjuntos

Ⓟ

a. ¿Cómo se representa la idea de conjunto en cada agrupación?
b. ¿En qué agrupación se ubica el −2?

Ⓢ a. 1. Enumerando los elementos entre llaves.
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

2. Describiendo las características de los elementos.
A = {los números dígitos}
B = {los números enteros mayores que −4 y menores que 3}

3. Utilizando diagrama de Venn.

b. −2 pertenece al conjunto B: $-2 \in B$.
−2 no pertenece al conjunto A: $-2 \notin A$.

Ⓒ A una agrupación o colección de objetos se le llama conjunto. A cada objeto de un conjunto se le llama elemento.

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, se utiliza ∈. Si no pertenece, se utiliza ∉.

Ⓔ Escriba ∈ o ∉.

C = {2, 3, 4, 5, 7}

a. 2 ∈ C
c. 10 ∉ C

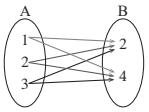
Aprendizaje esperado:
Encuentra un producto cartesiano.

Sección 1 Conjuntos
Clase 2 Producto cartesiano

(P) Dados los siguientes conjuntos, encuentre las parejas de números al relacionar cada uno de los elementos de A con cada uno de los elementos de B.

$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{2, 4\}$

(S) Al relacionar los elementos del conjunto A con los elementos del conjunto B, como se muestra en el siguiente diagrama:



se obtienen las siguientes parejas: $(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)$.

A estas parejas de números se les llama pares ordenados. El conjunto de los pares ordenados es llamado producto cartesiano, y se denota como: $A \times B = \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\}$

(C) Al conjunto de todos los **pares ordenados** (x, y), donde el primer elemento (x) pertenece al conjunto A y el segundo elemento (y) pertenece al conjunto B, se le llama **producto cartesiano** de los conjuntos A y B, y se denota como $A \times B$.

(E) Dados los siguientes conjuntos:

$A = \{0, 1, 2, 3\}$
$B = \{2, 4, 6\}$

a. Encuentre $A \times B$.
b. Encuentre $B \times A$.

Solucionario de los ejercicios:

a. $A \times B = \{(0,2), (0,4), (0,6), (1,2), (1,4), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6)\}$

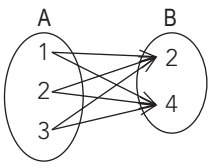
b. $B \times A = \{(2,0), (2,1), (2,2), (2,3), (4,0), (4,1), (4,2), (4,3), (6,0), (6,1), (6,2), (6,3)\}$

Fecha: dd – mm – aa
3-1-2 Producto cartesiano

(P) Encuentre las parejas de números al relacionar cada uno de los elementos de A con cada uno de los elementos de B.

$A = \{1,2,3\}$ $B = \{2,4\}$

(S)



Relacionar los elementos de A con los elementos de B.

$A \times B = \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\}$

(C) Al conjunto de todos los pares ordenados (x, y), donde el primer elemento (x) pertenece al conjunto A y el segundo elemento (y) pertenece al conjunto B, se le llama producto cartesiano de los conjuntos A y B, y se denota como $A \times B$.

(E) Dados los siguientes conjuntos:

$A = \{0,1,2,3\}$ $B = \{2,4,6\}$

a. Encuentre $A \times B$.

$A \times B = \{(0,2), (0,4), (0,6), (1,2), (1,4), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6)\}$

b. Encuentre $B \times A$.

$B \times A = \{(2,0), (2,1), (2,2), (2,3), (4,0), (4,1), (4,2), (4,3), (6,0), (6,1), (6,2), (6,3)\}$

Sección 1 Conjuntos
Clase 3 Gráfica del producto cartesiano

Aprendizaje esperado:
Grafica los pares ordenados de un producto cartesiano en el plano cartesiano.

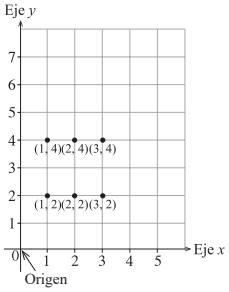
Sección 1 Conjuntos
Clase 3 Gráfica del producto cartesiano

P Dados los siguientes conjuntos, ubique los pares ordenados de $A \times B$ en un plano cartesiano.

$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{2, 4\}$

S El **plano cartesiano** está formado por dos rectas perpendiculares, y a cada recta se le llama eje de coordenada. La recta horizontal es el **eje *x***, y la vertical el **eje *y***. Al punto donde se intersecan los ejes de coordenadas se le llama **origen**. Un punto del plano cartesiano le corresponde a un único par ordenado (x, y), donde x representa la posición horizontal desde el origen y y representa la posición vertical desde el origen. El par ordenado del origen es $(0, 0)$.

A continuación, en el plano cartesiano se representan los pares ordenados de:
$A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$.



Para ubicar el par ordenado $(1, 2)$, se cuenta 1 unidad a partir del origen hacia la derecha, y a partir de esto, se cuentan 2 unidades hacia arriba.

Para ubicar el par ordenado $(1, 4)$, se cuenta 1 unidad a partir del origen hacia la derecha, y a partir de esto, se cuentan 4 unidades hacia arriba.

De la misma manera se representan los demás pares ordenados.

C Para ubicar un par ordenado (x, y) en el plano cartesiano:

1. Cuando el valor de x es positivo, se cuentan las unidades a partir del origen hacia la derecha; y cuando el valor de x es negativo, se cuentan las unidades a partir del origen hacia la izquierda.
2. Cuando el valor de y es positivo, se cuentan las unidades a partir del origen hacia arriba; y cuando el valor de y es negativo, se cuentan las unidades a partir del origen hacia abajo.

E Dados los siguientes conjuntos:

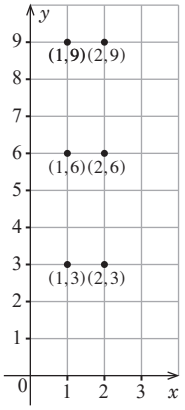
$C = \{1, 2\}$
$D = \{3, 6, 9\}$

a. Encuentre $C \times D$.
b. Ubique los pares ordenados en un plano cartesiano.

Solucionario de los ejercicios:

a. $C \times D = \{(1, 3), (1, 6), (1, 9), (2, 3), (2, 6), (2, 9)\}$

b.



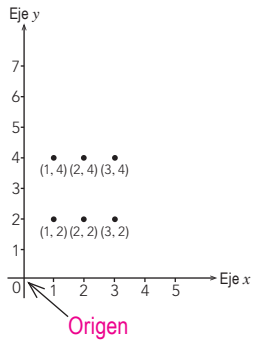
Fecha: dd – mm – aa

3-1-3 Gráfica del producto cartesiano

(P) Ubique los pares ordenados de $A \times B$ en un plano cartesiano.

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 4\}$

(S) $A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$

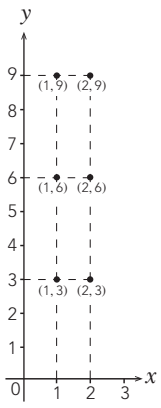


(E) Dados los siguientes conjuntos:

$C = \{1, 2\}$ $D = \{3, 6, 9\}$

a. Encuentre $C \times D$.
$C \times D = \{(1, 3), (1, 6), (1, 9), (2, 3), (2, 6), (2, 9)\}$

b. Ubique los pares ordenados en un plano cartesiano.



Sección 2 Relaciones y funciones
Clase 1 Concepto de relación

Aprendizaje esperado:
Encuentra los pares ordenados de la relación entre dos conjuntos.

Sección 2 Relaciones y funciones
Clase 1 Concepto de relación

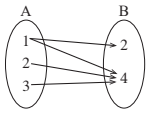
P Dados los siguientes conjuntos:
$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{2, 4\}$

a. Encuentre los pares ordenados (x, y), donde x es un elemento del conjunto A y y es un elemento del conjunto B, tal que y es mayor que x.

b. Encuentre los pares ordenados (x, y), donde x es un elemento del conjunto A y y es un elemento del conjunto B, tal que y es el doble de x.

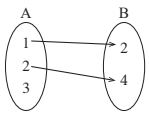
S a. Los pares ordenados (x, y), donde y es mayor que x son: $(1, 2), (1, 4), (2, 4), (3, 4)$.

En diagrama de Venn se representa así:



b. Los pares ordenados (x, y), donde y es el doble de x son: $(1, 2), (2, 4)$.

En diagrama de Venn se representa así:



C Una **relación** es una correspondencia entre dos conjuntos, tales que, a cada elemento del primer conjunto se le asigna uno o más elementos del segundo conjunto.

Al primer conjunto se le llama **dominio** de la relación y al segundo conjunto se le llama **contradominio**.

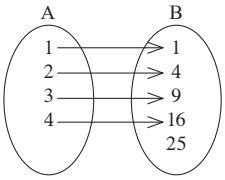
E Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$, encuentre los pares ordenados de la relación utilizando la regla de correspondencia indicada en cada inciso.

a. Relación A $\longrightarrow$ B: el segundo elemento es el cuadrado del primero.

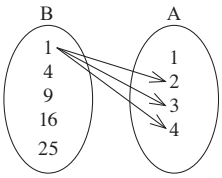
b. Relación B $\longrightarrow$ A: el primer elemento es menor que el segundo elemento.

Solucionario de los ejercicios:

a. $(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)$



b. $(1, 2), (1, 3), (1, 4)$



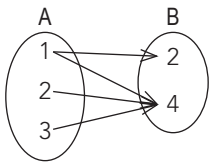
Unidad 3 Función

Fecha: dd – mm – aa
3-2-1 Concepto de relación

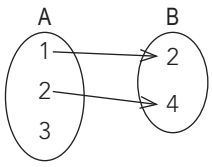
Ⓟ Dados $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{2, 4\}$:

a. Encuentre los pares ordenados (x, y), donde y es mayor que x.
b. Encuentre los pares ordenados (x, y), donde y es el doble de x.

Ⓢ a. $(1, 2), (1, 4), (2, 4), (3, 4)$



b. $(1, 2), (2, 4)$

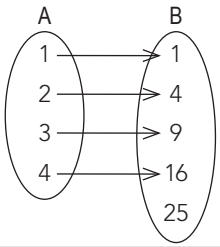


Ⓒ Una relación (R) es una correspondencia entre dos conjuntos.

Al primer conjunto se le llama dominio de la relación y al segundo conjunto se le llama contradominio.

Ⓔ Dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$, encuentre los pares ordenados.

a. R A $\longrightarrow$ B: el segundo elemento es el cuadrado del primero.
$(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)$

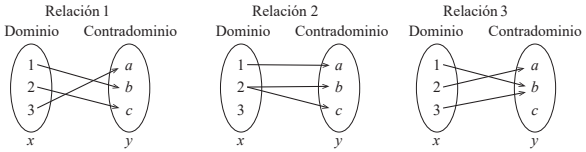


Sección 2 Relaciones y funciones
Clase 2 Concepto de función

Aprendizaje esperado:
Determina si una relación es una función.

Sección 2 Relaciones y funciones
Clase 2 Concepto de función

P Observe las siguientes relaciones.



a. ¿Cada elemento del dominio tiene correspondencia con un elemento del contradominio?

b. ¿Cada elemento del dominio tiene un solo elemento correspondiente en el contradominio?

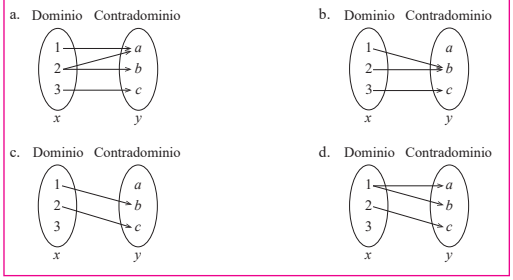
S

a. Relación 1: sí, sus pares ordenados son $(1, b), (2, c)$ y $(3, a)$.
Relación 2: no, 3 no tiene elementos correspondientes en el contradominio.
Relación 3: sí, sus pares ordenados son $(1, b), (2, a)$ y $(3, b)$.

b. Relación 1: sí, sus pares ordenados son $(1, b), (2, c)$ y $(3, a)$.
Relación 2: no, 2 tiene dos elementos correspondientes en el contradominio.
Relación 3: sí, sus pares ordenados son $(1, b), (2, a)$ y $(3, b)$.

C Se dice que una relación entre dos conjuntos es **función** si cada elemento en el primer conjunto (dominio) tiene un solo elemento correspondiente en el segundo conjunto (contradominio).
Por ejemplo, en el caso de las relaciones de arriba, la relación 1 y 3 son funciones, pero la 2 no es función.

E Analice si los siguientes diagramas muestran una relación de función.

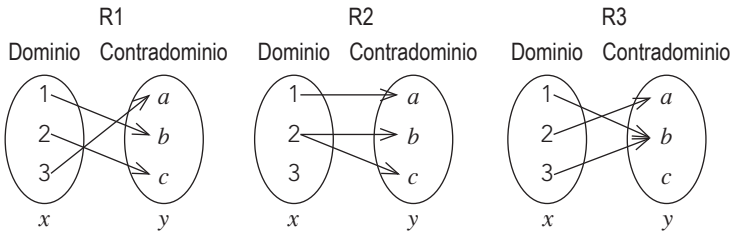


Solucionario de los ejercicios:

a. No es función: 2 tiene dos elementos correspondientes.
b. Es función: Cada elemento en el dominio tiene un solo elemento correspondiente en el contradominio.
c. No es función: 3 no tiene elementos correspondientes.
d. No es función: 1 tiene dos elementos correspondientes y 3 no tiene elementos correspondientes.

Fecha: dd – mm – aa
3-2-2 Concepto de función

Ⓟ



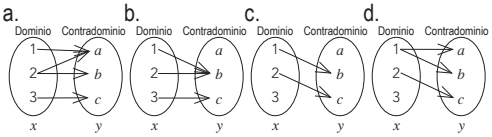
a. ¿Cada elemento del dominio tiene correspondencia con un elemento del contradominio?
b. ¿Cada elemento del dominio tiene un solo elemento correspondiente en el contradomio?

Ⓢ a. R1: Sí, son $(1, b)$, $(2, c)$ y $(3, a)$.
R2: No, 3 no tiene elementos correspondientes en el contradominio.
R3: Sí, son $(1, b)$, $(2, a)$ y $(3, b)$.

b. R1: Sí, son $(1, b)$, $(2, c)$ y $(3, a)$.
R2: No, 2 tiene dos elementos correspondientes en el contradominio.
R3: Sí, son $(1, b)$, $(2, a)$ y $(3, b)$.

Ⓒ Se dice que una relación entre dos conjuntos es función si cada elemento en el primer conjunto (dominio) tiene un solo elemento correspondiente en el segundo (contradominio).

Ⓔ Analice si los diagramas muestran una relación de función.



a. No es función: 2 tiene dos elementos correspondientes.
b. Es función.
c. No es función: 3 no tiene elementos correspondientes.
d. No es función: 1 tiene dos elementos correspondientes y 3 no tiene elementos correspondientes.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 1 Concepto de proporcionalidad directa

Aprendizaje esperado:
Encuentra la constante de proporcionalidad.
Encuentra una ecuación de proporción directa donde $x \geq 0$.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 1 Concepto de proporcionalidad directa

P En la sastrería de Agustín se confeccionan chumpas. La siguiente tabla muestra la relación entre el número de chumpas y el consumo de telas.

a. Complete la tabla.

x (chumpa)	1	2	3	4	5
y (yarda de tela)	2	4	6	8	10
$y \div x$	2				

b. Represente y en términos de x.

S a. Asigne x al número de chumpas y y al número de yardas de tela utilizada.

x (chumpa)	1	2	3	4	5
y (yarda de tela)	2	4	6	8	10
$y \div x$	2	2	2	2	2

En todas las divisiones de $y \div x$, el cociente es 2. A este número se le llama constante de proporcionalidad.

b. A partir de esta tabla se construye la relación.

$y = 2x$ ← Constante de proporcionalidad; Variable independiente; Variable dependiente

C Cuando y se expresa de la forma $y = ax$, se dice que y es **directamente proporcional** a x, y a es la **constante de proporcionalidad**.

E 1. Complete la tabla y calcule la constante de proporcionalidad, donde y es directamente proporcional a x.

x (chuchitos)	1	2	3	4	5
y (quetzales)	3				

2. Complete la tabla y exprese la ecuación de la forma $y = ax$ según los valores de la tabla.

x (pantalones)	1	2	3	4	5
y (yardas)	4				

3. Complete la tabla y calcule la constante de proporcionalidad. Exprese la ecuación de la forma $y = ax$.

x	1	2	3	4	5
y	5				

Solucionario de los ejercicios:

1.

x (chuchitos)	1	2	3	4	5
y (quetzales)	3	6	9	12	15
$y \div x$	3	3	3	3	3

La constante de proporcionalidad es 3.

2.

x (pantalones)	1	2	3	4	5
y (yardas)	4	8	12	16	20
$y \div x$	4	4	4	4	4

La constante de proporcionalidad es 4.
$y = 4x$

3.

x	1	2	3	4	5
y	5	10	15	20	25
$y \div x$	5	5	5	5	5

La constante de proporcionalidad es 5.
$y = 5x$

Fecha: dd – mm – aa
3-3-1 Concepto de proporcionalidad directa

Ⓟ La tabla muestra la relación entre el número de chumpas y el consumo de telas.

a. Complete la tabla.
b. Represente y en términos de x.

Ⓢ a.

x (chumpa)	1	2	3	4	5
y (yarda de tela)	2	4	6	8	10
$y \div x$	2	2	2	2	2

b. $y = 2x$ ← Constante de proporcionalidad; Variable independiente; Variable dependiente

Ⓒ Cuando y se expresa de la forma $y = ax$, se dice que y es directamente proporcional a x, y a es la constante de proporcionalidad.

Ⓔ 1. Complete la tabla y calcule la constante de proporcionalidad, donde y es directamente proporcional a x.

x (chuchitos)	1	2	3	4	5
y (quetzales)	3	6	9	12	15
$y \div x$	3	3	3	3	3

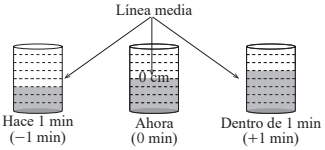
La constante de proporcionalidad es 3.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 2 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a > 0)$

Aprendizaje esperado:
Encuentra la constante de proporcionalidad.
Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa donde $a > 0$.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 2 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a > 0)$

P Se vierte agua en un recipiente a ritmo constante de 2 cm de altura por minuto tal como se muestra en el dibujo. Dado que el tiempo en este momento es 0 minutos y la línea media del recipiente es 0 cm de altura, encuentre la relación entre x minutos después y la altura y cm arriba de la línea media.



a. Complete la tabla.

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)				−2	0	2			

b. Represente la altura y cm de la forma $y = ax$, sustituyendo el valor de a.

c. ¿Se puede decir que y es directamente proporcional a x?

S a.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8

Al dividir cada uno de los valores de y entre los valores de x, el resultado es 2 (constante de flujo del agua por cada minuto).

b.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
$\frac{y}{x}$	2	2	2	2	×	2	2	2	2

Como la constante de proporcionalidad es 2, entonces $y = 2x$.

c. Sí, es directamente proporcional a x, porque se representa de la forma $y = ax$. Cuando el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente también cambia por 2, 3, 4... Por ejemplo, cuando x es 2, 3, 4..., el valor de y es: 4, 6, 8... Así mismo con negativos, cuando el valor de x es: −2, −3, −4..., el valor de y es −4, −6, −8...

C Aunque unas variables tomen valores negativos, las características de proporcionalidad siempre se cumplen. Es decir, las variables pueden tomar valores negativos en una **proporcionalidad directa**.

E

1. Tomando como referencia el problema inicial y considerando que se vierte el agua a flujo constante de 3 cm de altura por minuto.
   a. Complete la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9			0		6	

   b. Escriba la ecuación en forma de $y = ax$.

2. Complete la tabla que muestra la relación de proporcionalidad directa, y escriba la ecuación en forma de $y = ax$.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y				−4	0	4	8		

Solucionario de los ejercicios:

1. a.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9
$\frac{y}{x}$	3	3	3	×	3	3	3

b. La constante de proporcionalidad $\left(\frac{y}{x}\right)$ es 3.
Entonces, $y = 3x$.

2.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−16	−12	−8	−4	0	4	8	12	16
$\frac{y}{x}$	4	4	4	4	×	4	4	4	4

La constante de proporcionalidad $\left(\frac{y}{x}\right)$ es 4.
Entonces, $y = 4x$.

Fecha: dd – mm – aa

3-3-2 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a > 0)$

(P) Se vierte agua en un recipiente a ritmo constante de 2 cm de altura por minuto. En este momento es 0 min y 0 cm de altura.

a. Complete la tabla.
b. Represente la altura y cm de la forma $y = ax$.
c. ¿y es directamente proporcional a x?

(S) a.

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
$\frac{y}{x}$	2	2	2	2	×	2	2	2	2

b. La constante de proporcionalidad directa $\left(\frac{y}{x}\right)$ es 2. R: $y = 2x$

c. Sí, porque se representa de la forma $y = ax$. Cuando el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3..., el valor de y también cambia por 2, 3...

(C) Las variables pueden tomar valores negativos en la proporcionalidad directa.

(E) 1. Se vierte el agua a flujo constante de 3 cm de altura por min.

a. Complete la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9
$\frac{y}{x}$	3	3	3	×	3	3	3

b. Escriba la ecuación en forma $y = ax$.
La constante de proporcionalidad $\left(\frac{y}{x}\right)$ es 3.

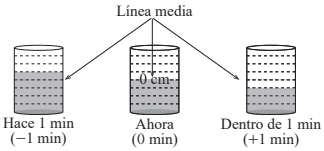
R: $y = 3x$

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 3 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a < 0)$

Aprendizaje esperado:
Encuentra la constante de proporcionalidad.
Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa donde $a < 0$.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 3 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a < 0)$

P Hay una fuga de agua en un recipiente a un ritmo constante de 2 cm de altura por minuto, tal como se muestra en el dibujo. Dado que el tiempo de este momento es 0 minutos y la línea media de recipiente es 0 cm de altura, determine la relación entre x minutos después y la altura y cm con respecto a la línea media.



a. Complete la tabla.

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)			4	2	0	−2	−4		

b. Escriba la relación entre las variables en la forma de $y = ax$.
c. ¿Se puede decir que y es directamente proporcional a x?

El valor de -4 para x significa 4 minutos antes. Un valor negativo para y significa que está debajo de la línea media del recipiente.
La constante es igual a $\frac{y}{x}$.

S a.

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8

b. Al dividir cada uno de los valores dados de y entre los de x, el resultado es -2 (constante de fuga de agua a cada minuto).

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8
$\frac{y}{x}$	−2	−2	−2	−2	×	−2	−2	−2	−2

Como la constante de proporcionalidad es -2, entonces $y = -2x$.

c. Sí, es directamente proporcional a x, porque se representa como $y = ax$. Cuando el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente también cambia por 2, 3, 4... Por ejemplo, cuando x es 2, 3, 4, el valor de y es -4, -6, -8. Cuando el valor de x es -2, -3, -4, el valor de y es 4, 6, 8.

C En una proporcionalidad directa, hay casos en que la constante es negativa. Es decir, el valor de a puede ser negativo $(a < 0)$ en la ecuación $y = ax$.

E Tomando como referencia el problema inicial y considerando que pierde 3 cm de altura por minuto:

a. Complete la tabla.

x (min)	−3	−2	−1	0	1	2	3
y (cm)				0	−3		

b. Escriba la relación entre las variables en la forma de $y = ax$.
c. ¿Se puede decir que y es directamente proporcional a x?

Solucionario de los ejercicios:

a.

x (min)	−3	−2	−1	0	1	2	3
y (cm)	9	6	3	0	−3	−6	−9
$\frac{y}{x}$	−3	−3	−3	×	−3	−3	−3

b. La constante de proporcionalidad $\left(\frac{y}{x}\right)$ es -3.
Entonces, $y = -3x$.

c. y es directamente proporcional a x porque se representa de la forma $y = ax$.

Unidad 3 Función

Fecha: dd – mm – aa

3-3-3 Proporcionalidad directa con valores negativos en las variables $(a < 0)$

(P) Hay una fuga de agua en un recipiente a ritmo constante de 2 cm de altura por minuto. En este momento es 0 min y 0 cm de altura.

a. Complete la tabla.
b. Escriba la relación entre las variables en la forma $y = ax$.
c. ¿y es directamente proporcional a x?

(S) a.

x (min)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8
$\frac{y}{x}$	−2	−2	−2	−2	×	−2	−2	−2	−2

b. Constante de proporcionalidad directa $\left(\frac{y}{x}\right)$ es -2. R: $y = -2x$

c. Sí, porque se representa de la forma $y = ax$. Cuando el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3..., el valor de y también cambia por 2, 3...

(C) El valor de a puede ser negativo $(a < 0)$ en la ecuación $y = ax$ en una proporcionalidad directa.

(E) Tomando como referencia el problema inicial, se pierde 3 cm de altura por min:

a. Complete la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	6	3	0	−3	−6	−9
$\frac{y}{x}$	−3	−3	−3	×	−3	−3	−3

b. Escriba la ecuación en la forma $y = ax$.
La constante de proporcionalidad directa es -3.
R: $y = -3x$

c. ¿y es directamente proporcional a x?
Sí, porque se representa de la forma $y = ax$.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 4 Ecuación de una proporcionalidad directa

Aprendizaje esperado:
Encuentra una ecuación de proporcionalidad directa dados los valores de x y y.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 4 Ecuación de una proporcionalidad directa

P Si y es directamente proporcional a x, cuando $x = 4$ y $y = 12$, represente la relación entre las variables en forma de $y = ax$.

Como ya se conocen los valores de x y y, solamente se necesita encontrar el valor de a.

S Para encontrar el valor de a, sustituya los valores de x y y en la ecuación $y = ax$ con $x = 4$ y $y = 12$.

$12 = a \times 4$
$12 = 4a$
$4a = 12$
$\frac{4a}{4} = \frac{12}{4}$
$a = 3$

Entonces, $y = 3x$.

C Para representar una relación de proporcionalidad directa de la forma $y = ax$, dado el valor de x y el valor de y:

Paso 1. Se sustituyen los valores de las variables en la ecuación $y = ax$.
Paso 2. Se encuentra el valor de la constante a en la ecuación.
Paso 3. Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

E Si y es directamente proporcional a x, encuentre el valor de la constante a en $y = ax$. y represente la relación en la forma $y = ax$.

a. $x = 5, y = 20$
b. $x = 2, y = 14$
c. $x = 3, y = 18$
d. $x = 5, y = -15$
e. $x = -6, y = 24$
f. $x = 4, y = -28$
g. $x = -7, y = 35$
h. $x = -3, y = 30$
i. $x = 3, y = 21$
j. $x = -2, y = 32$
k. $x = 6, y = -42$
l. $x = 9, y = -36$

Solucionario de los ejercicios:

a. $y = ax$
$20 = a \times 5$
$20 = 5a$
$5a = 20$
$\frac{5a}{5} = \frac{20}{5}$
$a = 4$
R: $y = 4x$

b. $y = ax$
$14 = a \times 2$
$14 = 2a$
$2a = 14$
$\frac{2a}{2} = \frac{14}{2}$
$a = 7$
R: $y = 7x$

c. $y = ax$
$18 = a \times 3$
$18 = 3a$
$3a = 18$
$\frac{3a}{3} = \frac{18}{3}$
$a = 6$
R: $y = 6x$

d. $y = ax$
$-15 = a \times 5$
$-15 = 5a$
$5a = -15$
$\frac{5a}{5} = -\frac{15}{5}$
$a = -3$
R: $y = -3x$

e. $y = ax$
$24 = a \times (-6)$
$24 = -6a$
$-6a = 24$
$\frac{-6a}{-6} = \frac{24}{-6}$
$a = -4$
R: $y = -4x$

f. $y = ax$
$-28 = a \times 4$
$-28 = 4a$
$4a = -28$
$\frac{4a}{4} = \frac{-28}{4}$
$a = -7$
R: $y = -7x$

g. $y = ax$
$35 = a \times (-7)$
$35 = -7a$
$-7a = 35$
$\frac{-7a}{-7} = \frac{35}{-7}$
$a = -5$
R: $y = -5x$

h. $y = ax$
$30 = a \times (-3)$
$30 = -3a$
$-3a = 30$
$\frac{-3a}{-3} = \frac{30}{-3}$
$a = -10$
R: $y = -10x$

i. $y = ax$
$21 = a \times 3$
$21 = 3a$
$3a = 21$
$\frac{3a}{3} = \frac{21}{3}$
$a = 7$
R: $y = 7x$

j. $y = ax$
$32 = a \times (-2)$
$32 = -2a$
$-2a = 32$
$\frac{-2a}{-2} = \frac{32}{-2}$
$a = -16$
R: $y = -16x$

k. $y = ax$
$-42 = a \times 6$
$-42 = 6a$
$6a = -42$
$\frac{6a}{6} = \frac{-42}{6}$
$a = -7$
R: $y = -7x$

l. $y = ax$
$-36 = a \times 9$
$-36 = 9a$
$9a = -36$
$\frac{9a}{9} = \frac{-36}{9}$
$a = -4$
R: $y = -4x$

Fecha: dd – mm – aa
3-3-4 Ecuación de una proporcionalidad directa

(P) Si y es directamente proporcional a x, cuando $x = 4$ y $y = 12$, represente la relación entre las variables en forma de $y = ax$.

(S) Se sustituyen los valores de x y y en $y = ax$ con $x = 4$ y $y = 12$.

$12 = a \times 4$
$12 = 4a$
$4a = 12$
$\frac{4a}{4} = \frac{12}{4}$
$a = 3$

R: $y = 3x$

(E) Si y es directamente proporcional a x, encuentre el valor de la constante a en $y = ax$ y represente la relación en la forma $y = ax$.

a. Cuando $x = 5$, $y = 20$,
$y = ax$
$20 = a \times 5$
$20 = 5a$
$5a = 20$
$\frac{5a}{5} = \frac{20}{5}$
$a = 4$
R: $y = 4x$

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 5 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a > 0)$

Aprendizaje esperado:
Grafica una proporcionalidad directa a partir de una tabla donde $a > 0$.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 5 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a > 0)$

P En las siguientes tablas, se muestran los pares ordenados de x y y, directamente proporcionales, que se relacionan mediante la expresión $y = 2x$.

a. Ubique los pares ordenados de la tabla 1 en el plano cartesiano.
Tabla 1

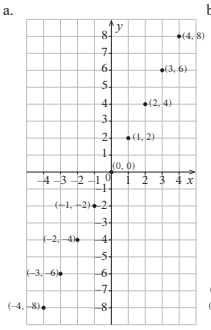
x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8	...

b. Ubique los pares ordenados de la tabla 2 en el plano cartesiano.
Tabla 2

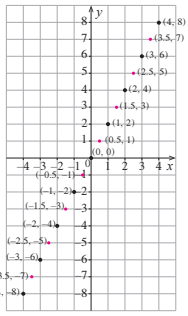
x	...	−4	−3.5	−3	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...
y	...	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...

c. Si el número de puntos, cuyos pares ordenados son x y y de $y = 2x$, se incrementa más, ¿qué se formará con estos puntos?

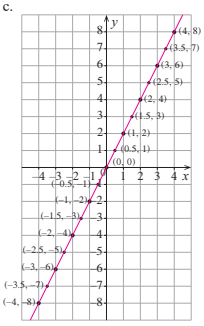
S a.



b.



c.



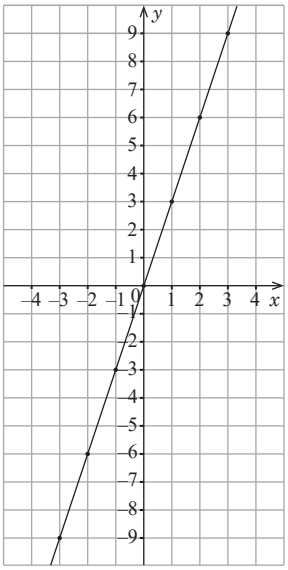
Con estos puntos se forma una recta. Esta recta es la gráfica de la proporcionalidad directa $y = 2x$.

C Los pares ordenados que corresponden a $y = ax$ forman una línea recta. A esta recta se le llama **gráfica de $y = ax$**.

E Trace la gráfica de $y = 3x$ a partir de la siguiente tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9

Solucionario de los ejercicios:



Unidad 3 Función

Fecha: dd – mm – aa

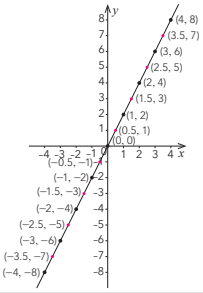
3-3-5 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a > 0)$

Ⓟ $y = 2x$

a. Ubique los pares ordenados de la tabla en el plano cartesiano.
b. Ubique los pares ordenados de la tabla en el plano cartesiano.
c. Si los puntos incrementan más, ¿qué se formará con estos puntos?

x	···	−4	−3.5	−3	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	···
y	···	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	···

Ⓢ a.
b.

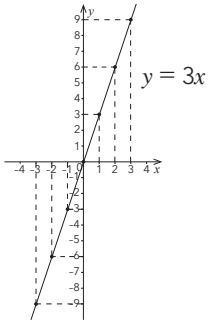


c. Se forma una recta.
Es la gráfica de $y = 2x$.

Ⓒ Los pares ordenados que corresponden a $y = ax$ forman una línea recta. A esta recta se le llama gráfica de $y = ax$.

Ⓔ Trace la gráfica de $y = 3x$ a partir de la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9



Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 6 Gráfica de una proporcionalidad directa ($a < 0$)

Aprendizaje esperado:
Grafica una proporcionalidad directa a partir de una ecuación de proporcionalidad directa donde $a < 0$.

Unidad 3 Función

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 6 Gráfica de una proporcionalidad directa ($a < 0$)

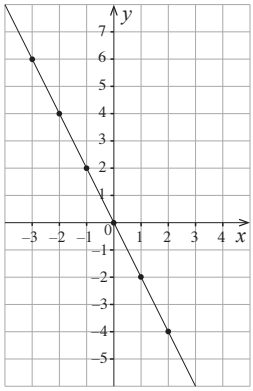
P Trace la gráfica de $y = -2x$.

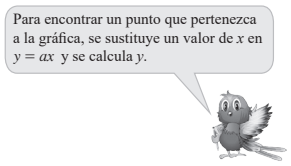
a. ¿Cuál es el punto común por el que pasan las gráficas de $y = -2x$ y $y = 2x$, que fue realizada en la clase anterior?

b. ¿Cuántos puntos se necesitan conocer para trazar la gráfica de una proporcionalidad directa? ¿Cuáles son?

S

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	...
y	...	6	4	2	0	-2	-4	...





a. El punto común por el que pasan las gráficas de proporcionalidad directa es $(0, 0)$. Tanto la gráfica de la clase anterior como esta gráfica pasan por el origen, donde el eje x se cruza con el eje y.

b. Para trazar la gráfica de proporcionalidad directa, se necesitan dos puntos, el origen $(0, 0)$ y otro punto.

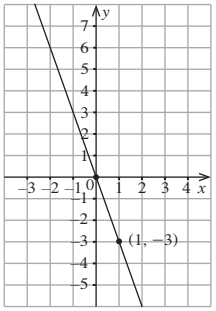
C Para trazar una gráfica de proporcionalidad directa $(y = ax)$, se necesitan dos puntos: el origen $(0, 0)$ y otro punto. Luego, se unen los dos puntos y se prolonga la recta.

E Realice la gráfica de cada proporcionalidad directa.

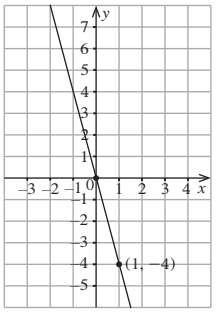
a. $y = -3x$ b. $y = -4x$ c. $y = -x$ d. $y = -\frac{x}{2}$

Solucionario de los ejercicios:

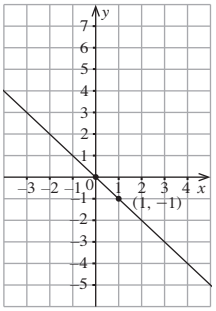
a.



b.



c.



Ver ejercicios restantes en la página G152.

Fecha: dd – mm – aa

3-3-6 Gráfica de una proporcionalidad directa $(a < 0)$

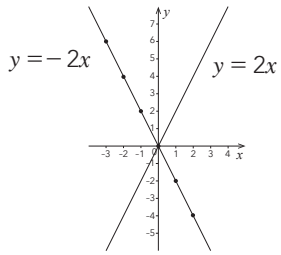
Ⓟ Trace la gráfica de $y = -2x$.

a. ¿Cuál es el punto común entre las gráficas de $y = -2x$ y $y = 2x$?

b. ¿Cuántos puntos se necesitan para trazar la gráfica? ¿Cuáles son?

Ⓢ

x	···	-3	-2	-1	0	1	2	···
y	···	6	4	2	0	-2	-4	···



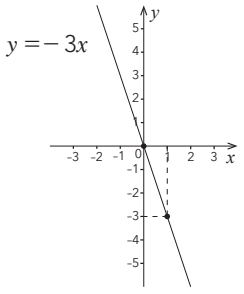
a. El punto común es $(0, 0)$.

b. Se necesitan dos puntos: el punto común $(0, 0)$ y otro punto.

Ⓒ Para trazar una gráfica de proporcionalidad directa $(y = ax)$, se necesitan dos puntos: el origen $(0, 0)$ y otro punto.

Ⓔ Realice la gráfica de la proporcionalidad directa.

a. $y = -3x$
Cuando $x = 1$, $y = -3 \times 1 = -3$.
Entonces, pasa por $(0, 0)$ y $(1, -3)$.



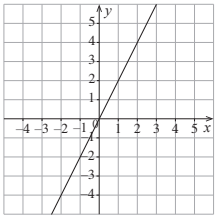
Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 7 Ecuación de una proporcionalidad directa a partir de una gráfica

Aprendizaje esperado:
Determina la ecuación de una proporcionalidad directa a partir de la gráfica.

Sección 3 Proporcionalidad directa

Clase 7 Ecuación de una proporcionalidad directa a partir de una gráfica

P Determine la ecuación de proporcionalidad directa $y = ax$ que representa la siguiente gráfica.



S Sustituyendo un par ordenado en $y = ax$, se puede encontrar la constante a.
Como la gráfica pasa por el punto $(1, 2)$, al sustituir los valores en x y y, se obtiene:

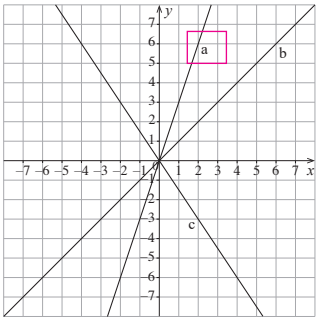
$y = ax$
$2 = a \times 1$
$a = 2$

Entonces, $y = 2x$.

C Para determinar una ecuación $y = ax$ a partir de una gráfica:

Paso 1. Se elige un punto (par ordenado) por el que pasa la gráfica, cuyos valores sean números enteros.
Paso 2. Se sustituyen los valores x y y del par ordenado en $y = ax$, y se encuentra el valor de la constante a.
Paso 3. Se escribe la ecuación de proporcionalidad $y = ax$, utilizando el valor de a encontrado en el paso 2.

E Determine la ecuación de proporcionalidad directa $y = ax$ para a, b y c, a partir de las gráficas.



Solucionario de los ejercicios:

a. Como la gráfica pasa por $(1, 3)$:
$y = ax$
$3 = a \times 1$
$a = 3$
R: $y = 3x$

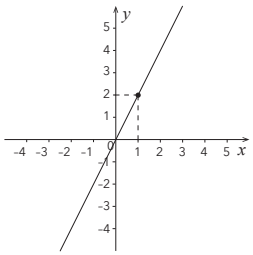
b. Como la gráfica pasa por $(1, 1)$:
$y = ax$
$1 = a \times 1$
$a = 1$
R: $y = x$

c. Como la gráfica pasa por $(2, -3)$:
$y = ax$
$-3 = a \times 2$
$-3 = 2a$
$2a = -3$
$a = -\frac{3}{2}$
R: $y = -\frac{3}{2}x$

Fecha: dd – mm – aa

3-3-7 Ecuación de una proporcionalidad directa a partir de una gráfica

Ⓟ Determine la ecuación de proporcionalidad directa $y = ax$ que representa la siguiente gráfica.



Ⓢ Sustituyendo un par ordenado en $y = ax$, se puede encontrar la constante a.
Como la gráfica pasa por (1, 2):

$y = ax$
$2 = a \times 1$
$a = 2$ R: $y = 2x$

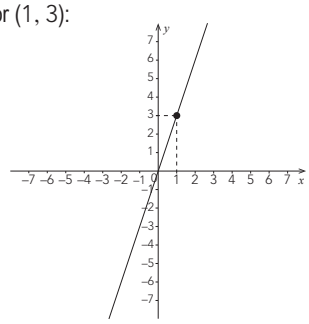
Ⓒ Para determinar una ecuación $y = ax$ a partir de una gráfica:
Paso 1. Se elige un punto (par ordenado) por el que pasa la gráfica, cuyos valores sean números enteros.
Paso 2. Se sustituyen los valores x y y del par ordenado en $y = ax$ para encontrar el valor de la constante a.
Paso 3. Se escribe la ecuación de proporcionalidad $y = ax$.

Ⓔ Determine la ecuación de proporcionalidad directa $y = ax$ a partir de la gráfica.

a. Como la gráfica pasa por (1, 3):

$y = ax$
$3 = a \times 1$
$a = 3$

R: $y = 3x$



Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 8 Relación entre tabla, gráfica y ecuación de una proporcionalidad directa

Aprendizaje esperado:
Identifica el valor de la constante a en la relación entre tabla, gráfica y ecuación de la proporcionalidad directa.

Sección 3 Proporcionalidad directa
Clase 8 Relación entre tabla, gráfica y ecuación de una proporcionalidad directa

P Identifique la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de $y = 3x$.

S

Tabla

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-6	-3	0	3	6	...

+1 +1 +1 +1 ; ×3 ×3 ×3 ×3 ; +3 +3 +3 +3

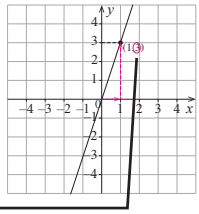
Cuando el valor de x aumenta 1, el valor de y aumenta 3.

$\frac{x}{y} = 3$ → Constante a

Ecuación de proporcionalidad directa

$y = 3x$

Gráfica



C La relación entre la tabla, la ecuación de proporcionalidad directa y la gráfica en términos de una constante a, se representa a continuación.

Tabla	Ecuación de proporcionalidad directa	Gráfica
Valor de $\frac{y}{x}$ cuando $x \neq 0$	a	Valor de y cuando $x = 1$

E

1. Encuentre el valor de la constante a de la relación de los valores x y y en los siguientes incisos.

a.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-10	-5	0	5	10	...

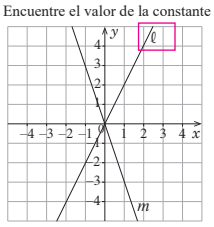
b.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	4	2	0	-2	-4	...

2. Encuentre el valor de la constante a de las siguientes ecuaciones.

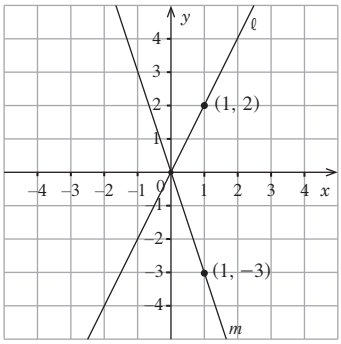
a. $y = -4x$
b. $y = 6x$

3. Encuentre el valor de la constante a de las gráficas de ℓ y m.



Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\frac{y}{x} = \frac{5}{1} = 5$ La constante $a = 5$ b. $\frac{y}{x} = \frac{-2}{1} = -2$ La constante $a = -2$
2. a. La constante $a = -4$ b. La constante $a = 6$
3. Gráfica ℓ: la constante $a = 2$
   Gráfica m: la constante $a = -3$



Fecha: dd – mm – aa
3-3-8 Relación entre tabla, gráfica y ecuación de una proporcionalidad directa

(P) Identifique la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de $y = 3x$.

(S)

Tabla

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-6	-3	0	3	6	...

+1 +1 +1 +1 ; ×3 ×3 ×3 ×3 ; +3 +3 +3 +3

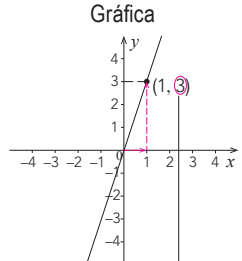
Cuando el valor de x aumenta 1, el valor de y aumenta 3.

$\frac{y}{x} = 3$ → Constante a

Ecuación de proporcionalidad directa

$y = 3x$

Gráfica



(E) Encuentre el valor de la constante a.

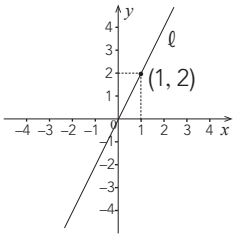
1. a.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-10	-5	0	5	10	...

$\frac{y}{x} = \frac{5}{1} = 5$ R: Constante $a = 5$

2. a. $y = -4x$ R: Constante $a = -4$

3. Gráfica ℓ R: Constante $a = 2$

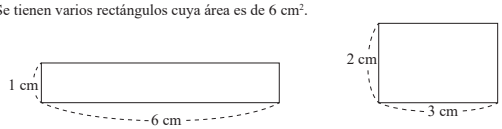


Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 1 Concepto de una proporcionalidad inversa

Aprendizaje esperado:
Encuentra la constante de proporcionalidad.
Determina si una relación es una proporcionalidad inversa.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 1 Concepto de una proporcionalidad inversa

(P) Se tienen varios rectángulos cuya área es de 6 cm².



Considerando que la medida de la base es x cm y la altura es y cm, resuelva.

a. Complete la tabla.

x	1	2	3	4	5	6	...
y	6				1.2		...

b. Escriba la expresión algebráica para encontrar el área de los rectángulos utilizando x y y.
c. Represente y en términos de x.

(S) a.

x	1	2	3	4	5	6	...
y	6	3	2	1.5	1.2	1	...

b. La ecuación que representa el área de los rectángulos es $xy = 6$. Es decir, x veces y es siempre 6.

c. Al resolver la ecuación para y se obtiene:

$xy = 6$

$\frac{xy}{x} = \frac{6}{x}$

$y = \frac{6}{x}$

(C) Cuando y se expresa de la forma $y = \frac{a}{x}$, se dice que y es **inversamente proporcional** a x y a es la constante de proporcionalidad.

(E) a. Calcule la constante de proporcionalidad y determine si las parejas de datos de la siguiente tabla son inversamente proporcionales.

x	1	2	3	4	...	6	...	12
y	12	6	4	3	...	2	...	1

b. Complete la tabla aplicando la ecuación $y = \frac{24}{x}$ para la constante de proporcionalidad $a = 24$.

x	1	2	3	4	...	8	...	12	...	24
y	24				...		...		...	

Solucionario de los ejercicios:

a.

x	1	2	3	4	...	6	...	12
y	12	6	4	3	...	2	...	1
xy	12	12	12	12	...	12	...	12

La constante de proporcionalidad es 12.
Como se expresa de la forma $y = \frac{12}{x}$, las parejas de datos de la tabla son inversamente proporcionales.

b.

x	1	2	3	4	...	8	...	12	...	24
y	24	12	8	6	...	3	...	2	...	1

$y = \frac{24}{x}$

Cuando $x = 2$, $y = \frac{24}{2} = 12$

$x = 3$, $y = \frac{24}{3} = 8$

$x = 4$, $y = \frac{24}{4} = 6$

$x = 8$, $y = \frac{24}{8} = 3$

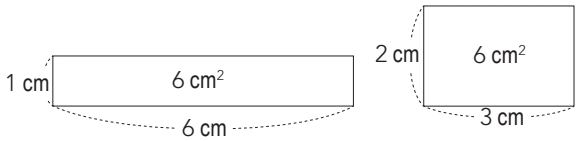
$x = 12$, $y = \frac{24}{12} = 2$

$x = 24$, $y = \frac{24}{24} = 1$

Unidad 3 Función

Fecha: dd – mm – aa
3-4-1 Concepto de una proporcionalidad inversa

(P)



Se tienen varios rectángulos cuya área es de 6 cm². Considerando que la medida de la base es x cm y la altura es y cm, resuelva.

a. Complete la tabla.
b. Escriba la expresión algebraica para encontrar el área de los rectángulos utilizando x y y.
c. Represente y en términos de x.

(S) a.

x	1	2	3	4	5	6
y	6	3	2	1.5	1.2	1

b. La ecuación que representa el área de los rectángulos es $xy = 6$.

c. $xy = 6$

$\frac{xy}{x} = \frac{6}{x}$ Se dividen ambos miembros de la ecuación entre x.

$y = \frac{6}{x}$

(C) Cuando y se expresa de la forma $y = \frac{a}{x}$, se dice que y es inversamente proporcional a x y a es la constante de proporcionalidad.

(E) a. Calcule la constante de proporcionalidad y determine si las parejas de datos de la tabla son inversamente proporcionales.

x	1	2	3	4	...	6	...	12
y	12	6	4	3	...	2	...	1
xy	12	12	12	12		12		12

La constante de proporcionalidad a es 12.

Como las parejas de datos se expresan de la forma $y = \frac{12}{x}$, son inversamente proporcionales.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables

Aprendizaje esperado:
Verifica si y es inversamente proporcional a x.
Encuentra la constante de proporcionalidad.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables

P Verifique si y es inversamente proporcional a x, a partir de la siguiente tabla.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	...

S Para verificar si y es inversamente proporcional a x, compruebe que el resultado de xy, es decir, la constante a sea siempre el mismo.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	...
xy	...	12	12	12	12		12	12	12	12	...

El resultado de xy es 12, entonces $y = \frac{12}{x}$.
Por tanto, se puede decir que y es inversamente proporcional a x.

C Cuando y es inversamente proporcional a x, aunque x tome valores negativos, la constante de proporcionalidad a se mantiene.

E 1. Verifique si y es inversamente proporcional a x.

a.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−1.5	−2	−3	−6		6	3	2	1.5	...

b.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−8	−6	−4	−2		2	4	6	8	...

2. Cuando y es inversamente proporcional a x, complete las tablas e identifique la constante a.

a.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...		−8		−24				8		...

b.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	4.5					−18			−4.5	...

Solucionario de los ejercicios:

1. a.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−1.5	−2	−3	−6		6	3	2	1.5	...
xy	...	6	6	6	6	×	6	6	6	6	...

El resultado de xy es 6, entonces $y = \frac{6}{x}$. Por tanto, y es inversamente proporcional a x.

b.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−8	−6	−4	−2		2	4	6	8	...
xy	...	32	18	8	2	×	2	8	18	32	...

El resultado de xy no es constante. Por tanto, y no es inversamente proporcional a x.

2. a.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−6	−8	−12	−24		24	12	8	6	...

Como y es inversamente proporcional a x, el resultado de xy es constante.
$xy = 3 \times 8 = 24$
Cuando $x = -4$,
$-4y = 24$
$\frac{-4y}{-4} = \frac{24}{-4}$
$y = -6$

De igual manera,
Cuando $x = -2$, $y = -12$
$x = 1$, $y = 24$
$x = 2$, $y = 12$
$x = 4$, $y = 6$

Ver ejercicios restantes en la página G152.

Fecha: dd – mm – aa
3-4-2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables

Ⓟ Verifique si y es inversamente proporcional a x a partir de la tabla.

Ⓢ

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	···
xy	···	12	12	12	12	×	12	12	12	12	···

El resultado de xy, es decir, la constante a es siempre 12, entonces $y = \frac{12}{x}$.

Por tanto, se puede decir que y es inversamente proporcional a x.

Ⓒ Cuando y es inversamente proporcional a x, aunque x tome valores negativos, la constante de proporcionalidad a se mantiene.

Ⓔ 1. Verifique si y es inversamente proporcional a x.

a.

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	−1.5	−2	−3	−6		6	3	2	1.5	···
xy	···	6	6	6	6	×	6	6	6	6	···

El resultado de xy es 6, entonces $y = \frac{6}{x}$.
Por tanto, y es inversamente proporcional a x.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 3 Ecuación de una proporcionalidad inversa

Aprendizaje esperado:
Encuentra la ecuación de una proporcionalidad inversa dados los valores de x y y.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 3 Ecuación de una proporcionalidad inversa

P Si y es inversamente proporcional a x, cuando $x = 2$ y $y = 3$, represente la relación entre las variables de la forma $y = \frac{a}{x}$.

S Como se sabe el valor de x y y, sustituya y encuentre el valor de a.

Utilizando $y = \frac{a}{x}$, cuando $x = 2, y = 3$:

$$3 = \frac{a}{2}$$
$$\frac{a}{2} = 3$$
$$\frac{a}{2} \times 2 = 3 \times 2$$
$$a = 6$$

Entonces, $y = \frac{6}{x}$.

C Para representar una relación de proporcionalidad inversa de la forma $y = \frac{a}{x}$, a partir de algunos valores determinados de las variables:

Paso 1. Se sustituyen los valores de las variables en la ecuación $y = \frac{a}{x}$.
Paso 2. Se encuentra el valor de la constante a en la ecuación.
Paso 3. Se sustituye el valor de la constante en $y = \frac{a}{x}$.

E Si y es inversamente proporcional a x, represente los siguientes incisos de la forma $y = \frac{a}{x}$.

a. Cuando $x = 4, y = 5$
b. Cuando $x = 5, y = 3$
c. Cuando $x = -2, y = 2$
d. Cuando $x = -4, y = 3$
e. Cuando $x = 3, y = -1$
f. Cuando $x = -1, y = -6$

Solucionario de los ejercicios:

a. $y = \frac{a}{x}$
$5 = \frac{a}{4}$
$\frac{a}{4} = 5$
$\frac{a}{4} \times 4 = 5 \times 4$
$a = 20$
R: $y = \frac{20}{x}$

b. $y = \frac{a}{x}$
$3 = \frac{a}{5}$
$\frac{a}{5} = 3$
$\frac{a}{5} \times 5 = 3 \times 5$
$a = 15$
R: $y = \frac{15}{x}$

c. $y = \frac{a}{x}$
$2 = \frac{a}{-2}$
$\frac{a}{-2} = 2$
$\frac{a}{-2} \times (-2) = 2 \times (-2)$
$a = -4$
R: $y = -\frac{4}{x}$

d. $y = \frac{a}{x}$
$3 = \frac{a}{-4}$
$\frac{a}{-4} = 3$
$\frac{a}{-4} \times (-4) = 3 \times (-4)$
$a = -12$
R: $y = -\frac{12}{x}$

e. $y = \frac{a}{x}$
$-1 = \frac{a}{3}$
$\frac{a}{3} = -1$
$\frac{a}{3} \times 3 = -1 \times 3$
$a = -3$
R: $y = -\frac{3}{x}$

f. $y = \frac{a}{x}$
$-6 = \frac{a}{-1}$
$\frac{a}{-1} = -6$
$\frac{a}{-1} \times (-1) = -6 \times (-1)$
$a = 6$
R: $y = \frac{6}{x}$

Unidad 3 Función

Fecha: dd – mm – aa
3-4-3 Ecuación de una proporcionalidad inversa

Ⓟ Si y es inversamente proporcional a x, cuando $x = 2$ y $y = 3$, represente la relación entre variables de la forma $y = \frac{a}{x}$.

Ⓢ Utilizando $y = \frac{a}{x}$, cuando $x = 2, y = 3$:

$3 = \frac{a}{2}$ Se sustituyen los valores de x y y.
$\frac{a}{2} = 3$
$\frac{a}{2} \times 2 = 3 \times 2$
$a = 6$

Entonces, $y = \frac{6}{x}$.

Ⓒ Para representar una relación de proporcionalidad inversa de la forma $y = \frac{a}{x}$, a partir de algunos valores determinados de las variables:
Paso 1. Se sustituyen los valores de las variables en la ecuación $y = \frac{a}{x}$.
Paso 2. Se encuentra el valor de la constante a en la ecuación.
Paso 3. Se sustituye el valor de la constante en $y = \frac{a}{x}$.

Ⓔ Si y es inversamente proporcional a x, represente de la forma $y = \frac{a}{x}$.

a. Cuando $x = 4, y = 5$
$y = \frac{a}{x}$
$5 = \frac{a}{4}$
$\frac{a}{4} = 5$
$\frac{a}{4} \times 4 = 5 \times 4$
$a = 20$
R: $y = \frac{20}{x}$

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 4 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a > 0)$

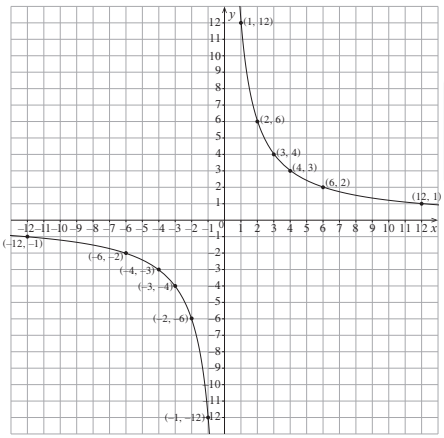
Aprendizaje esperado:
Grafica una proporcionalidad inversa a partir de una tabla donde $a > 0$.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 4 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a > 0)$

(P) Para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$, elabore la gráfica en el plano cartesiano.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	...

(S) Ubique los puntos en el plano cartesiano, utilizando las coordenadas de la tabla.



Otros puntos como (6, 2), (12, 1), (−6, −2), (−12, −1) ayudan a elaborar la gráfica. Si se toman más puntos, se forman curvas.

Si se ubican las coordenadas de $y = \frac{12}{x}$, entonces su representación gráfica son dos líneas curvas.

(C) La gráfica de una proporcionalidad inversa son dos líneas curvas.

(E) Complete la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabore la gráfica en el plano cartesiano.

a. $y = \frac{6}{x}$

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−1.5					6			1.5	...

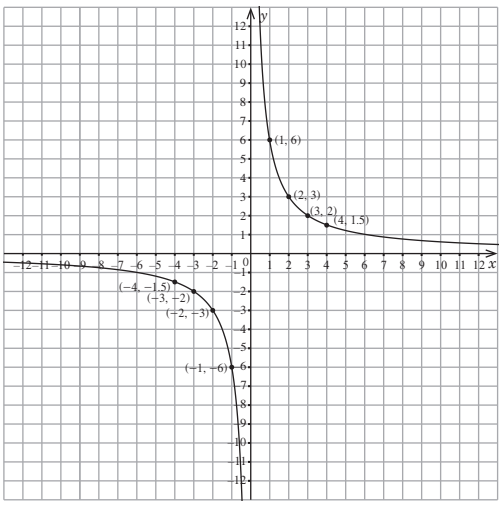
b. $y = \frac{18}{x}$

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...		−6				18		6		...

Solucionario de los ejercicios:

a.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−1.5	−2	−3	−6		6	3	2	1.5	...



Ver ejercicios restantes en la página G152.

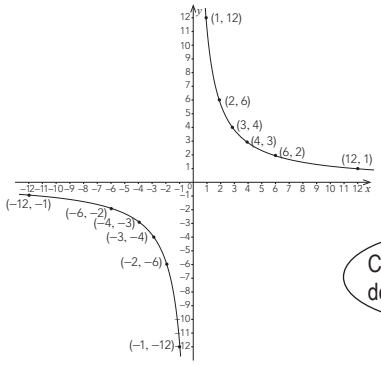
Fecha: dd – mm – aa

3-4-4 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a > 0)$

(P) Para la relación de proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$, elabore la gráfica en el plano cartesiano.

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	···

(S)



Si se ubican las coordenadas de $y = \frac{12}{x}$, entonces su representación gráfica son dos líneas curvas.

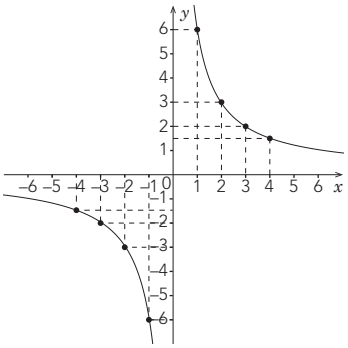
Cuando $x = 0$, el valor de y es indefinido.

(C) La gráfica de una proporcionalidad inversa son dos líneas curvas.

(E) Complete la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabore la gráfica en el plano cartesiano.

a. $y = \frac{6}{x}$

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	−1.5	−2	−3	−6		6	3	2	1.5	···



Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 5 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a < 0)$

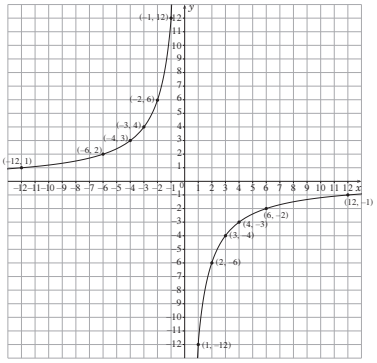
Aprendizaje esperado:
Grafica una proporcionalidad inversa a partir de una tabla donde $a < 0$.

Sección 4 Proporcionalidad inversa
Clase 5 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a < 0)$

Ⓟ Elabore la gráfica en el plano cartesiano para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = -\frac{12}{x}$.

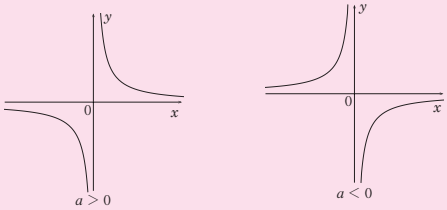
x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	3	4	6	12		−12	−6	−4	−3	...

Ⓢ Ubique los puntos en el plano cartesiano, utilizando los pares ordenados de la tabla.



Otros puntos como (6, −2),(12, −1), (−6, 2),(−12, 1) ayudan a elaborar la gráfica.

Ⓒ Una gráfica de proporcionalidad inversa depende del valor de la constante a, tal como se muestra a continuación.



Ⓔ Elabore la gráfica a partir de la tabla.

a. $y = -\frac{6}{x}$

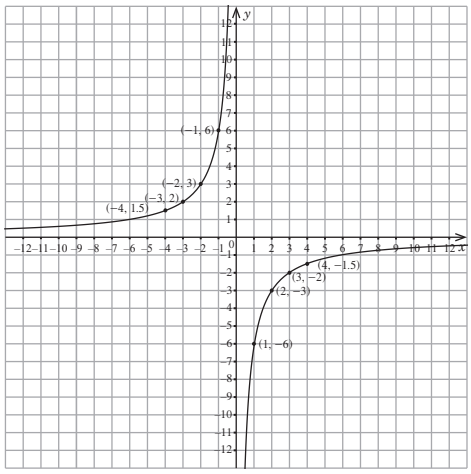
x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	1.5	2	3	6		−6	−3	−2	−1.5	...

b. $y = -\frac{18}{x}$

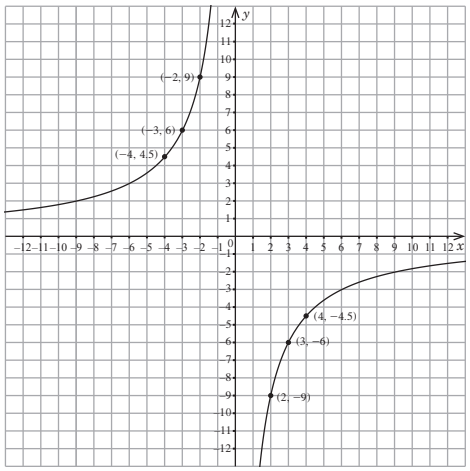
x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	4.5	6	9	18		−18	−9	−6	−4.5	...

Solucionario de los ejercicios:

a.



b.



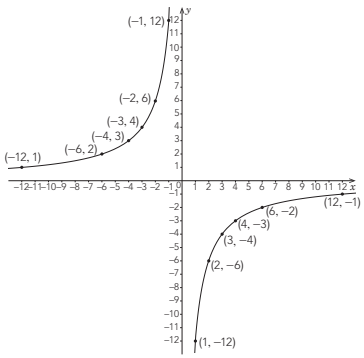
Fecha: dd – mm – aa

3-4-5 Gráfica de una proporcionalidad inversa $(a < 0)$

Ⓟ Elabore la gráfica en el plano cartesiano para la relación de proporcionalidad inversa $y = -\frac{12}{x}$.

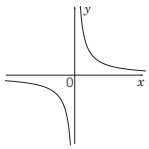
x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	3	4	6	12		−12	−6	−4	−3	···

Ⓢ

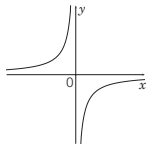


Ⓒ La gráfica de proporcionalidad inversa:

$a > 0$



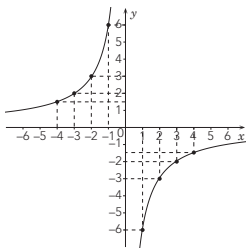
$a < 0$



Ⓔ Elabore la gráfica a partir de la tabla.

a. $y = -\frac{6}{x}$

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	1.5	2	3	6		−6	−3	−2	−1.5	···

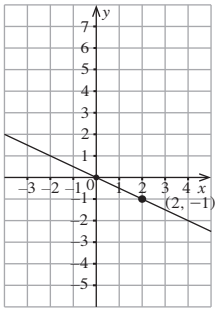


Unidad 3 Función

Complemento de solucionario de los ejercicios

Sección 3, clase 6

d.



Sección 4, clase 2

2. b.

x	···	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	···
y	···	4.5	6	9	18		−18	−9	−6	−4.5	···

Como y es inversamente proporcional a x, el resultado de xy es constante.

$xy = 1 \times (-18) = -18$

Cuando $x = -3$,

$-3y = -18$

$\frac{-3y}{-3} = \frac{-18}{-3}$

$y = 6$

De igual manera,

Cuando $x = -2$, $y = 9$

$x = -1$, $y = 18$

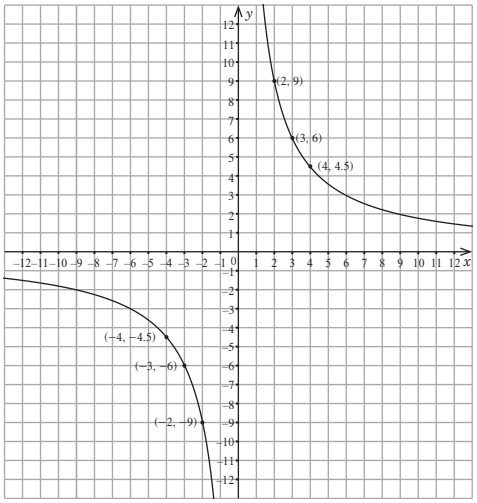
$x = 2$, $y = -9$

$x = 3$, $y = -6$

Sección 4, clase 4

b.

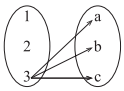
x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−4.5	−6	−9	−18		18	9	6	4.5	...

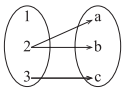


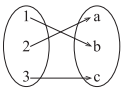
Ejercitación A

1. Dado el siguiente conjunto, escriba $\in$ o $\notin$ en el espacio indicado.
   $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
   a. $10 \square A$ b. $1 \square A$

2. Dados los conjuntos: $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{3, 6, 9\}$, encuentre el producto cartesiano de $A \times B$.

3. Encuentre el diagrama que muestra una relación de función.
   a. Dominio Contradominio
   

   b. Dominio Contradominio
   

   c. Dominio Contradominio
   

4. Resuelva los siguientes problemas.
   a. Complete la tabla y calcule la constante de proporcionalidad, donde y es directamente proporcional a x.

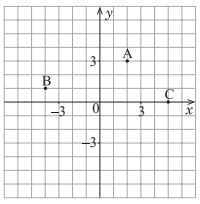
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12			0			

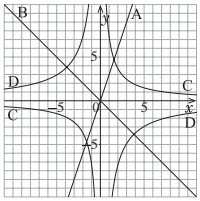
   b. Complete la tabla y calcule la constante de proporcionalidad, donde y es inversamente proporcional a x.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y					30		

5. Represente los siguientes incisos de la forma $y = ax$, si y es directamente proporcional a x.
   a. $x = 3,\ y = 6$ b. $x = 2,\ y = -10$

6. Represente los siguientes incisos de la forma $y = \frac{a}{x}$, si y es inversamente proporcional a x.
   a. $x = 2,\ y = 8$ b. $x = 4,\ y = -3$

7. Identifique los pares ordenados de los puntos A, B y C de acuerdo a la gráfica.
   

8. Determine la ecuación de proporcionalidad directa e inversa a partir de las gráficas de A, B, C y D.
   

Solucionario:

1. a. $10 \in A$ b. $1 \notin A$

2. $A \times B = \{(1,3), (1,6), (1,9), (2,3), (2,6), (2,9), (3,3), (3,6), (3,9)\}$

3. a. No es función: 3 tiene tres elementos correspondientes.
   b. No es función: 2 tiene dos elementos correspondientes.
   c. Es función: Cada elemento en el dominio tiene un solo elemento correspondiente en el contradominio.

4. a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-8	-4	0	4	8	12
$\frac{y}{x}$	4	4	4	$\times$	4	4	4

   La constante de proporcionalidad directa es 4.

   b.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-10	-15	-30		30	15	10
xy	30	30	30	$\times$	30	30	30

   La constante de proporcionalidad inversa es 30.

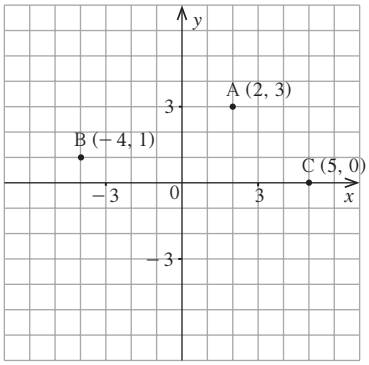
5. a. $y = ax$
   $6 = a \times 3$
   $6 = 3a$
   $3a = 6$
   $\frac{3a}{3} = \frac{6}{3}$
   $a = 2$
   R: $y = 2x$

   b. $y = ax$
   $-10 = a \times 2$
   $-10 = 2a$
   $2a = -10$
   $\frac{2a}{2} = -\frac{10}{2}$
   $a = -5$
   R: $y = -5x$

6. a. $y = \frac{a}{x}$
   $8 = \frac{a}{2}$
   $\frac{a}{2} = 8$
   $\frac{a}{2} \times 2 = 8 \times 2$
   $a = 16$
   R: $y = \frac{16}{x}$

   b. $y = \frac{a}{x}$
   $-3 = \frac{a}{4}$
   $\frac{a}{4} = -3$
   $\frac{a}{4} \times 4 = -3 \times 4$
   $a = -12$
   R: $y = -\frac{12}{x}$

7.



8. A: Como la gráfica pasa por $(1, 3)$,

$y = ax$

$3 = a \times 1$

$3 = a$

$a = 3$

R: $y = 3x$

B: Como la gráfica pasa por $(1, -1)$,

$y = ax$

$-1 = a \times 1$

$-1 = a$

$a = -1$

R: $y = -x$

C: Como la gráfica pasa por $(1, 7)$,

$y = \frac{a}{x}$

$7 = \frac{a}{1}$

$7 = a$

$a = 7$

R: $y = \frac{7}{x}$

D: Como la gráfica pasa por $(5, -3)$,

$y = \frac{a}{x}$

$-3 = \frac{a}{5}$

$\frac{a}{5} = -3$

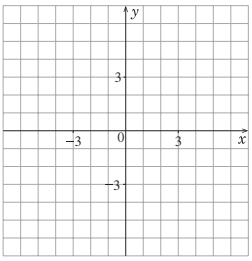
$\frac{a}{5} \times 5 = -3 \times 5$

$a = -15$

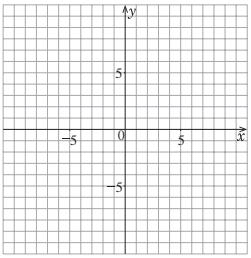
R: $y = -\frac{15}{x}$

Ejercitación B

1. Identifique las características de la proporcionalidad directa.
   a. Cuando el valor de x cambia multiplicando por 2, 3, 4, el valor de y correspondiente también cambia multiplicando por 2, 3, 4.
   b. Cuando el valor de x cambia multiplicando por 2, 3, 4, el valor de y correspondiente cambia multiplicando por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.
   c. El resultado de la multiplicación "$x \times y$" es constante.
   d. El resultado de la división "$y \div x$" es constante.
2. Relacione cada una de las ecuaciones a, b y c con la explicación que le corresponde.
   a. $y = 2x$ b. $y = \frac{2}{x}$ c. $y = -3x$
   (1) La gráfica de esta función pasa por el punto $(1, -3)$.
   (2) La gráfica de esta función son dos líneas curvas.
   (3) La gráfica de esta función pasa por el punto $(-1, -2)$.
3. Ubique los siguientes puntos en el plano cartesiano.
   a. $(4, 1)$ b. $(-2, -5)$ c. $(0, -2)$



4. Grafique las siguientes proporcionalidades directas e inversas.
   a. $y = -2x$ b. $y = \frac{1}{2}x$ c. $y = \frac{10}{x}$ d. $y = -\frac{8}{x}$



Solucionario:

1. a y d
2. a. (3) b. (2) y (3) c. (1)

(*Explicación*)

a. (1) Cuando $x = 1$,
$y = 2x$
$= 2 \times 1$
$= 2$
Entonces, la gráfica de función $y = 2x$ pasa por el punto (1, 2) y no pasa por el punto $(1, -3)$.

(2) $y = 2x$ es la ecuación de la proporcionalidad directa. Entonces, la gráfica de la función es una línea recta.

(3) Cuando $x = -1$,
$y = 2x$
$= 2 \times (-1)$
$= -2$
Entonces, la gráfica de función $y = 2x$ pasa por el punto $(-1, -2)$.

b. (1) Cuando $x = 1$,
$y = \frac{2}{x}$
$= \frac{2}{1}$
$= 2$
Entonces, la gráfica de función $y = \frac{2}{x}$ pasa por el punto (1, 2) y no pasa por el punto $(1, -3)$.

(2) $y = \frac{2}{x}$ es la ecuación de la proporcionalidad inversa. Entonces, la gráfica de la función son dos líneas curvas.

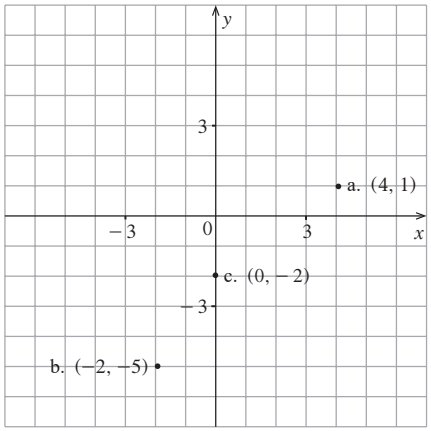
(3) Cuando $x = -1$,
$y = \frac{2}{x}$
$= \frac{2}{-1}$
$= -2$
Entonces, la gráfica de función $y = \frac{2}{x}$ pasa por el punto $(-1, -2)$.

c. (1) Cuando $x = 1$,
$y = -3x$
$= -3 \times 1$
$= -3$
Entonces, la gráfica de función $y = -3x$ pasa por el punto $(1, -3)$.

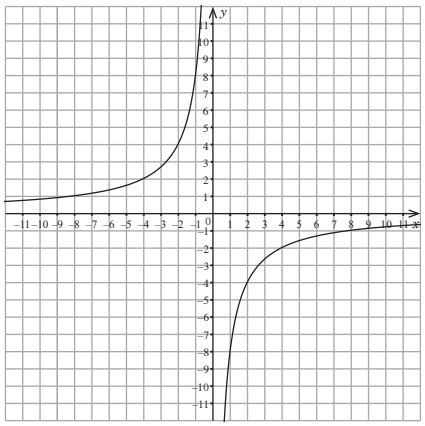
(2) $y = -3x$ es la ecuación de la proporcionalidad directa. Entonces, la gráfica de la función lineal es una línea recta.

(3) Cuando $x = -1$,
$y = -3x$
$= -3 \times (-1)$
$= 3$
Entonces, la gráfica de función $y = -3x$ pasa por el punto $(-1, 3)$ y no pasa por el punto $(-1, -2)$.

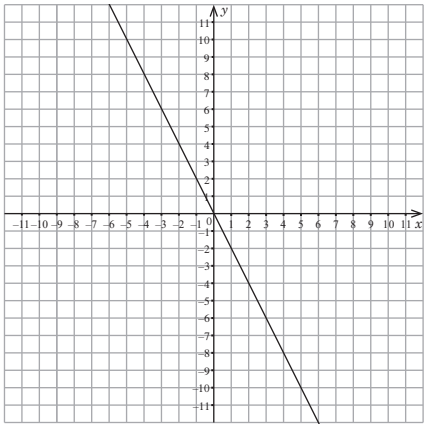
3.



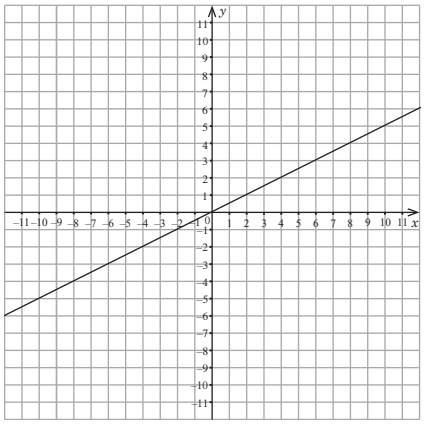
d.



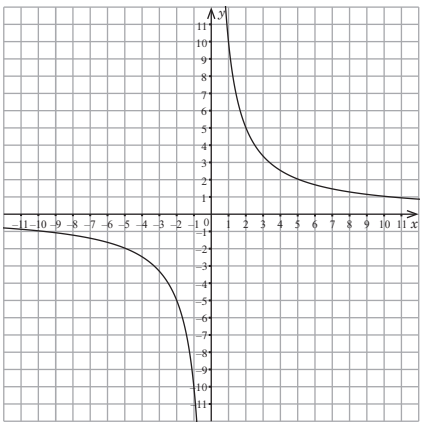
4. a.

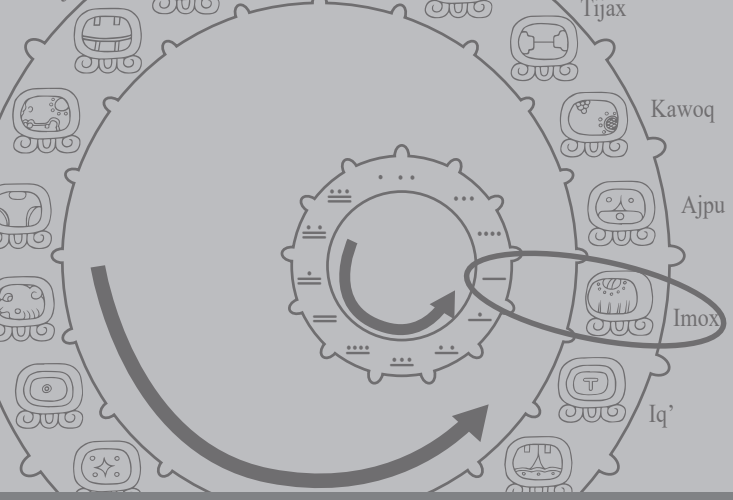


b.



c.





Unidad 4 ●●●●

Etnomatemática

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
5. Establece estrategias variadas al resolver problemas que surgen del contexto para matematizarlos.	5.2 Reconoce la función del universo, tiempo y espacio con enfoque cultural.	1. Tiempo y espacio en el pensamiento Maya	1.1 Ciclos: 1 día (Q'ij), 20 días (Winaq), 260 días (Cholq'ij) y 365 días (Ab')	Identifica las unidades de tiempo y su relación con los ciclos usados por los Mayas.
			1.2 Secuencia del 13 y 20 días	Utiliza la secuencia 13 y 20 para establecer los días de un mes del Calendario Maya Cholq'ij.
			1.3 Días del Calendario Maya y su significado	Escribe el significado literal de algunos días del Calendario Maya y los relaciona con algunos elementos de la naturaleza.
		2. El universo y sus cuadrantes	2.1 Centro cósmico y sus energías	Identifica las energías de los tres niveles del plano vertical del universo Maya.
			2.2 Movimiento del Sol: equinoccios y solsticios	Identifica el nombre de la posición de la salida del Sol según referencia dada.
	5.3 Identifica patrones y características del sistema vigesimal.	3. Patrones y su significación en el pensamiento Maya	3.1 3, 4 y 7 como patrones en el pensamiento Maya	Identifica el significado de los números 3, 4 y 7 en el pensamiento Maya y su relación con el entorno natural.
			3.2 Patrones en el tejido maya	Identifica patrones geométricos y numéricos en tejidos Mayas.
			3.3 Trece articulaciones del cuerpo humano y trece energías	Identifica las articulaciones del cuerpo humano y su relación con las 13 energías del Calendario Maya.
		4. Sistemas numéricos	4.1 Matemática Maya y sus características: referencial y cíclico	Identifica situaciones que se refieren a las características del pensamiento referencial y cíclico.
			4.2 Sistema de numeración vigesimal	Expresa números del sistema vigesimal al decimal, hasta la tercera posición. Expresa números del sistema decimal al vigesimal, hasta la tercera posición.
			4.3 Representación de cantidades en el Ábaco Maya	Representa cantidades en el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.
			4.4 Suma utilizando el Ábaco Maya	Suma cantidades usando el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.
			4.5 Resta utilizando el Ábaco Maya	Resta cantidades usando el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.
			4.6 (cero) y su significado	Identifica situaciones de la naturaleza que están relacionadas con el significado del cero desde el pensamiento Maya.

Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 1 Ciclos: 1 día (Q'ij), 20 días (Winaq), 260 días (Cholq'ij) y 365 días (Ab')

Aprendizaje esperado:
Identifica las unidades de tiempo y su relación con los ciclos usados por los Mayas.

Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 1 Ciclos: 1 día (Q'ij), 20 días (Winaq), 260 días (Cholq'ij) y 365 días (Ab')

Ⓟ
a. ¿Qué es un ciclo en el pensamiento Maya?
b. ¿Cuáles son los ciclos más pequeños del tiempo en el pensamiento Maya?

Ⓢ
a. Un ciclo es continuo y se presenta en forma de espiral, en donde el final de un ciclo es el inicio del siguiente. En el pensamiento Maya, el tiempo norma las actividades naturales y sociales de la vida. Por ejemplo:
Ciclo de vida de una persona: desde la concepción hasta su muerte (nacimiento, juventud, adultez y muerte).
Ciclos del tejido: desde la preparación de los materiales, urdido, tejido y comercialización, hasta el uso de la prenda.
Ciclos del cultivo: preparación del terreno, siembra, limpia, cosecha y nuevamente preparación del terreno.

b. Los ciclos más pequeños del tiempo en el pensamiento Maya son:
Q'ij (1 día): equivale al período que tarda el Sol en recorrer el cielo visible y no visible, que empieza con los primeros destellos del Sol en el horizonte hasta completar su ciclo.
Winaq (20 días): es el período de tiempo que abarca 20 unidades Q'ij. Es llamado también mes vigesimal, por la estrecha relación que hay con el sistema de numeración vigesimal.
Cholq'ij (260 días): es el período de tiempo que abarca 13 Winaq, es decir, $13 \times 20 = 260$ Q'ij. Es llamado año sagrado.
Ab' (365 días): es el período de tiempo que abarca 18 Winaq, es decir, $18 \times 20 = 360$ Q'ij más 5 días llamados Wayeb'. Este período se llama calendario solar.

Ⓒ
El pensamiento Maya es cíclico y se presenta en forma de espiral, en donde el fin de un ciclo es el inicio de otro.
Las unidades de tiempo más pequeñas que se utilizan para medir los ciclos Mayas son: Q'ij, Winaq, Cholq'ij y Ab'.

Ⓔ
Responda.
a. ¿Cómo se llama el período de tiempo más corto de los Mayas?
b. ¿Qué nombre recibe en Idioma Maya el período de tiempo compuesto de 20 días?
c. ¿Cuántos días tiene el período de tiempo conocido como Ab'?
d. ¿Qué nombre reciben los 5 días que se adicionan a los 360 días del período Ab'?

Solucionario de los ejercicios:

a. Q'ij (1 día)
b. Winaq
c. 365 días
d. Wayeb'

Fecha: dd – mm – aa
4-1-1 Ciclos: 1 día (Q'ij), 20 días (Winaq), 260 días (Cholq'ij) y 365 días (Ab')

Ⓟ a. ¿Qué es un ciclo en el pensamiento Maya?
b. ¿Cuáles son los ciclos más pequeños del tiempo en el pensamiento Maya?

Ⓢ a. Un ciclo es continuo y se presenta en forma espiral. El final de un ciclo es el inicio del siguiente.

Ejemplos:
Ciclo de vida de una persona
Ciclo del tejido
Ciclo del cultivo

b. Los ciclos más pequeños del tiempo son:
Q'ij (1 día)
Winaq (20 días)
Cholq'ij (260 días)
Ab' (365 días)

Ⓒ El pensamiento Maya es cíclico y se presenta en forma de espiral.

Ⓔ Responda.
a. ¿Cómo se llama el período de tiempo más corto de los Mayas?
R: Q'ij (1 día)
b. ¿Qué nombre recibe en Idioma Maya el período de tiempo de 20 días?
R: Winaq

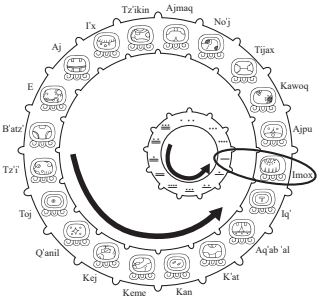
Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 2 Secuencia del 13 y 20 días

Aprendizaje esperado:
Utiliza la secuencia 13 y 20 para establecer los días de un mes del Calendario Maya Cholq'ij.

Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 2 Secuencia del 13 y 20 días

P Según el pensamiento Maya, ¿qué representa la relación del numeral 13 con 20 días?

S La relación del 13 y el 20 está expresada en el Calendario Sagrado o Cholq'ij, compuesto por 13 coeficientes numéricos y 20 días con sus respectivos nombres o nawales, como se muestra en la figura que está a la derecha. Los 20 días corresponden a un mes en el Calendario Maya Cholq'ij.



En la figura se muestra el día 5 Imox, el siguiente día es 6 Iq' y el día anterior es 4 Ajpu. Note que las ruedas giran de derecha a izquierda, contrario a las manecillas del reloj, como lo muestran las flechas de la figura.

Este día del Calendario Maya Cholq'ij está formado por los siguientes elementos:

5 Imox
Nivel energético — Nombre del día

La combinación de los niveles energéticos y los 20 días forma el año sagrado de 260 días ($13 \times 20 = 260$).

C La secuencia del 13 y 20 es una relación que los abuelos y abuelas utilizaron para contar el tiempo, considerado como uno de los sistemas calendáricos más avanzados en la historia de la humanidad.
El día del Calendario Sagrado o Cholq'ij está formado por un nivel energético y un nombre.
La combinación de los 13 niveles numéricos y los 20 días forma el año sagrado de 260 días.

E Realice.

a. Utilice las ruedas calendáricas anteriores para completar el primer mes, comenzando en 1 No'j, 2 Tijax, y así sucesivamente hasta llegar a 7 Ajmaq.

b. Continúe con el segundo mes siguiendo la secuencia anterior, comenzando en 8 No'j.

c. ¿Cuál será el primer día del tercer mes, siguiendo la secuencia calendárica?

Solucionario de los ejercicios:

a. 1 No'j, 2 Tijax, 3 Kawoq, 4 Ajpu, 5 Imox, 6 Iq', 7 Aq'ab'al, 8 K'at, 9 Kan, 10 Keme, 11 Kej, 12 Q'anil, 13 Toj, 1 Tz'i', 2 B'atz', 3 E, 4 Aj, 5 I'x, 6 Tz'kin y 7 Ajmaq

b. Winaq
8 No'j, 9 Tijax, 10 Kawoq, 11 Ajpu, 12 Imox, 13 Iq', 1 Aq'ab'al, 2 K'at, 3 Kan, 4 Keme, 5 Kej, 6 Q'anil, 7 Toj, 8 Tz'i', 9 B'atz', 10 E, 11 Aj, 12 I'x, 13 Tz'ikin y 1 Ajmaq

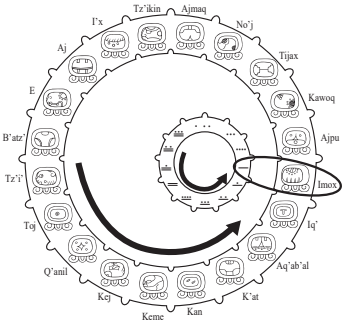
c. 2 No'j

Fecha: dd – mm – aa
4-1-2 Secuencia del 13 y 20 días

Ⓟ ¿Qué representa la relación del numeral 13 con 20 días?

Ⓢ La relación del 13 y 20 está expresada en el Calendario Sagrado o Cholq'ij, compuesto por 13 coeficientes numéricos y 20 días. La combinación de los 13 coeficientes energéticos y los 20 días forma el año sagrado de 260 días ($13 \times 20 = 260$).

5 Imox
Nivel energético — Nombre del día



Ⓒ La secuencia del 13 y 20 es una relación que los abuelos y abuelas utilizaron para contar el tiempo. Un día del Calendario Sagrado o Cholq'ij está formado por un coeficiente energético y un nombre.

Ⓔ Realice.
a. Utilice la rueda calendárica para completar el primer mes, comenzando en 1 No'j, 2 Tijax, hasta llegar a 7 Ajmaq.

R: 1 No'j, 2 Tijax, 3 Kawoq, 4 Ajpu, 5 Imox, 6 Iq', 7 Aq'ab'al, 8 K'at, 9 Kan, 10 Keme, 11 Kej, 12 Q'anil, 13 Toj, 1 Tz'i', 2 B'atz', 3 E, 4 Aj, 5 I'x, 6 Tz'ikin y 7 Ajmaq

Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 3 Días del Calendario Maya y su significado

Aprendizaje esperado:
Escribe el significado literal de algunos días del Calendario Maya y los relaciona con algunos elementos de la naturaleza.

Sección 1 Tiempo y espacio en el pensamiento Maya
Clase 3 Días del Calendario Maya y su significado

(P) ¿Qué significado tienen los días del Calendario Maya?

(S) Un mes del Calendario Maya tiene 20 días, cada día tiene un nombre y una representación simbólica o glifo. El significado de cada día puede ser literal o interpretado. En este texto se presenta una interpretación básica de cada día. Si se desea profundizar con la interpretación se debe consultar a las abuelas y abuelos ajq'ijab' o contadores del tiempo.

	Nombre del día (k'iche')	Significado literal	Interpretación básica general
1	B'atz'	Mono, hilo	Nawal de las artes, tejidos y artistas
2	E	Camino, diente	Nawal de los caminos y dirigentes
3	Aj	Caña, cañaveral	Nawal de la casa y de los niños
4	I'x	Jaguar	Nawal de la naturaleza y de los altares
5	Tz'ikin	Pájaro	Nawal del bienestar económico y fortuna
6	Ajmaq	Falta, culpa	Nawal de todas las faltas
7	No'j	Inteligencia	Nawal de la inteligencia, día para pedir sabiduría
8	Tijax	Obsidiana	Nawal de la muerte repentina y los sufrimientos
9	Kawoq	Trueno, dificultad	Nawal de los pleitos, día de la mujer y de curación
10	Ajpu	Divinidad	Nawal del sol, día para pedir sabiduría y fortaleza
11	Imox	Lagarto, locura	Nawal del mar, ríos y lagos.
12	Iq'	Viento, Luna	Nawal del aire y la Luna, del espíritu del ser humano
13	Aq'ab'al	Amanecer, mano	Nawal de la claridad, día para pedir luz en las cosas
14	K'at	Red, cautiverio	Nawal de las cárceles visibles e invisibles. Guardador
15	Kan	Serpiente	Nawal de la creación del hombre y de la mujer
16	Keme	Renovación, muerte	Nawal de la muerte, día para pedir que se aleje la muerte. La muerte es considerada complemento de la vida.
17	Kej	Venado, autoridad	Nawal de animales cuadrúpedos. Día para pedir fuerzas.
18	Q'anil	Semilla	Nawal de semillas de animales y vegetales.
19	Toj	Ofrenda, pago	Nawal de los cuatro señores del fuego
20	Tz'i'	Perro	Nawal de la justicia, autoridad material y espiritual

Glifos de los días del Calendario Maya:

(C) La mayoría de los nombres de los días del Calendario Maya se refieren a plantas y animales de la tierra y del cielo.
La interpretación del significado de cada día son patrones que se repiten en la naturaleza dilucidada por los ajq'ijab'. El ajq'ij es una persona que construye la explicación personal según las características del día.

(E) 1. Relacione el nombre del día con su significado literal, utilice una línea para indicar dicha relación.

B'atz'	I'x	Tijax	Imox	Kan	Tz'i'
Obsidiana	Hilo	Semilla	Jaguar Perro	Lagarto	Serpiente

2. Dibuje dos glifos de su preferencia.

Solucionario de los ejercicios:

1. B'atz' I'x Tijax Imox Kan Tz'i'
Obsidiana Hilo Semilla Jaguar Perro Lagarto Serpiente

2. Ejemplo:

Fecha: dd – mm – aa
4-1-3 Días del Calendario Maya y su significado

(P) ¿Qué significado tienen los días del Calendario Maya?

(S) Un día del Calendario Maya puede tener un significado literal o interpretado.

(C) La mayoría de los nombres de los días del Calendario Maya se refieren a plantas y animales. La interpretación del significado de cada día son patrones que se repiten en la naturaleza dilucidada por los ajq'ijab'.

(E) 1. Relacione el nombre del día con su significado literal.

B'atz' I'x Tijax Imox Kan Tz'i'
Obsidiana Hilo Semilla Jaguar Perro Lagarto Serpiente

Unidad 4 Etnomatemática

Sección 2 El universo y sus cuadrantes
Clase 1 Centro cósmico y sus energías

Aprendizaje esperado:
Identifica las energías de los tres niveles del plano vertical del universo Maya.

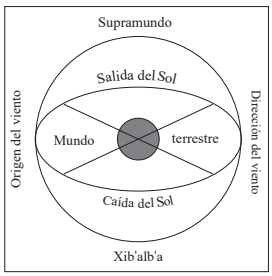
Sección 2 El universo y sus cuadrantes
Clase 1 Centro cósmico y sus energías

Ⓟ
a. ¿Qué es el centro cósmico?
b. ¿Cómo se relaciona el centro cósmico con las energías?

Ⓢ
a. El centro cósmico es el punto donde convergen las energías de los cuatro cuadrantes del plano horizontal, así como los tres niveles cósmicos en lo vertical. Este punto para los Mayas es la quinta dirección del mundo, la parte espiritual también llamada ombligo.

Los cuatro cuadrantes del plano horizontal de la tierra se presentan así: donde sale el Sol, donde cae el Sol, donde viene el viento y hacia donde se dirige el viento. Los cuadrantes forman lo que se denomina cruz cósmica.

Los tres niveles en el plano vertical: el supramundo o espacio celeste donde se encuentran las abuelas y abuelos que nos antecedieron; el mundo terrestre, donde se encuentra el ser humano, las plantas, los animales y las cosas; y el Xib'alb'a,que es el espacio oscuro.



b. El centro cósmico se relaciona con los cinco guardianes o nawales de cada cuadrante y con la energía positiva del supramundo y la energía negativa del Xib'alb'a.
El cuadrante que corresponde a la salida del Sol es representado por el fuego y sus nawales son: Toj, Kan, Imox, No'j, Aj.
El cuadrante de la caída del Sol es representado por la tierra y sus nawales son: B'atz', Tz'ikin, Kawoq, Aq'ab'al y Kej.
El cuadrante donde se origina el viento es representado por el aire y sus nawales son: Iq', Tijax, I'x, Keme y Tz'i'.
El cuadrante donde se dirige el viento es representado por el agua y sus nawales son: E, Ajmaq, Ajpu, Q'anil y K'at.

Ⓒ
El centro cósmico es el punto donde convergen las energías de los cuatro cuadrantes del plano horizontal, así como los tres niveles cósmicos en lo vertical. Es el espacio que ayuda al ser humano a ubicarse en el tiempo y en el espacio. Así mismo, es el punto donde inicia a dinamizarse cualquier energía.

Ⓔ
1. Responda.
   a. ¿Qué tipo de energía se encuentra en el supramundo?
   b. ¿Qué otro nombre recibe el centro cósmico?
   c. ¿Qué nombre recibe cada cuadrante del plano horizontal?
2. Escriba dos nawales que correspondan a cada cuadrante.
   a. Salida del Sol
   b. Caída del Sol
   c. Origen del viento
   d. Hacia donde se dirige el viento

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Positiva
   b. Ombligo
   c. Salida del Sol, caída del Sol, origen del viento y dirección del viento

2. Ejemplo:
   a. Toj, Kan
   b. Kawoq, Kej
   c. Tijax, I'x
   d. E, Ajmaq

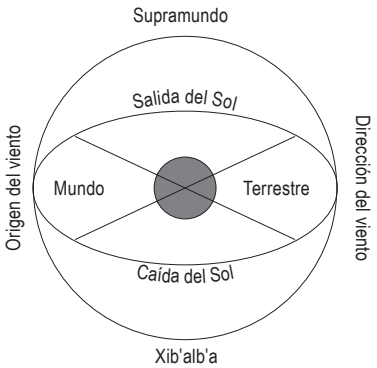
Fecha: dd – mm – aa
4-2-1 Centro cósmico y sus energías

Ⓟ a. ¿Qué es el centro cósmico?
b. ¿Cómo se relaciona el centro cósmico con las energías?

Ⓢ a. Es el punto donde convergen las energías de los cuatro cuadrantes del plano horizontal, así como los tres niveles cósmicos en lo vertical. A este punto corresponde la parte espiritual llamada ombligo.
- Salida del Sol
- Origen del viento
- Dirección del viento
- Caída del Sol

Plano vertical
- Supramundo o espacio celeste
- Mundo terrestre donde habitan plantas, animales
- Xib'alb'a o espacio oscuro

b. El centro cósmico se relaciona con cinco energías de cada cuadrante y con la energía positiva del supramundo y la energía negativa del Xib'alb'a.



Ⓒ El centro cósmico es el espacio que ayuda al ser humano a ubicarse en el tiempo y en el espacio.

Ⓔ 1. Responda.
a. ¿Qué tipo de energía se encuentra en el supramundo?
R: Positiva
b. ¿Qué otro nombre recibe el centro cósmico?
R: Ombligo
c. ¿Qué nombre recibe cada cuadrante del plano horizontal?
R: Salida del Sol, caída del Sol, origen del viento y dirección del viento

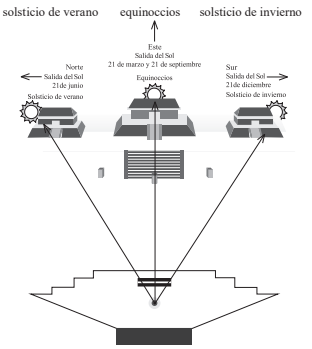
Sección 2 El universo y sus cuadrantes
Clase 2 Movimiento del Sol: equinoccios y solsticios

Aprendizaje esperado:
Identifica el nombre de la posición de la salida del Sol según referencia dada.

Sección 2 El universo y sus cuadrantes
Clase 2 Movimiento del Sol: equinoccios y solsticios

(P) ¿Cómo descubrieron los equinoccios y solsticios los Mayas del período clásico?

(S) Los Mayas observaron el Sol para producir conocimientos en Matemática, Astronomía, Arquitectura, medición del tiempo, entre otros. Realizaron construcciones acordes con el movimiento del Sol para determinar el tiempo que duraba el año solar o ciclo Ab' y sus estaciones. Entre las ciudades con observatorios más importantes se pueden mencionar Uaxactun, Chichen Itzá, Copán, entre otros.

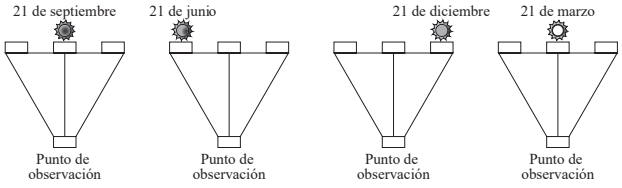


Según la figura que está a la derecha, se pueden determinar las posiciones del Sol en la fase de los equinoccios y solsticios.
En los equinoccios, las horas del día son iguales a las de la noche. El equinoccio de primavera es el 21 de marzo y el equinoccio de otoño el 21 de septiembre. Estas fechas son importantes porque en algunas comunidades del altiplano marcaban el inicio de la siembra y de la cosecha, respectivamente.

El solsticio de verano es el 21 de junio, se caracteriza porque los días son más largos que las noches. Esta fecha es el momento mágico, de purificación para la bendición de la abundancia y la jovialidad.
El solsticio de invierno es el 21 de diciembre, se caracteriza porque el día es más corto que la noche.

(C) Los Mayas lograron determinar las fechas de los solsticios y equinoccios a través de la observación de los movimientos del Sol y de sus complejas construcciones.

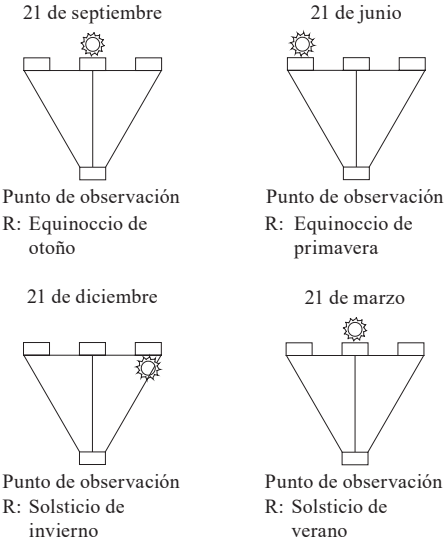
(E) 1. Observe los diagramas de un observatorio Maya, escriba el nombre de la posición de la salida del Sol según su referencia.



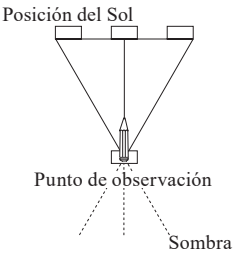
2. En grupo, discutan cómo construir un centro de observación del Sol en el instituto.

Solucionario de los ejercicios:

1.



2. Ejemplo:
Se busca un lugar donde alumbre el Sol todos los días por la mañana (punto de observación).
Se utiliza un objeto delgado, como un lápiz o lapicero, y se coloca con un poco de plasticina sobre una superficie plana.
Se marca la inclinación de la sombra y se toma nota de la variación cada 15 días.

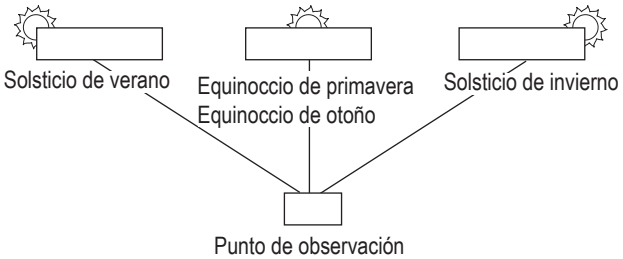


Unidad 4 Etnomatemática

Fecha: dd – mm – aa
4-2-2 Movimiento del Sol: equinoccios y solsticios

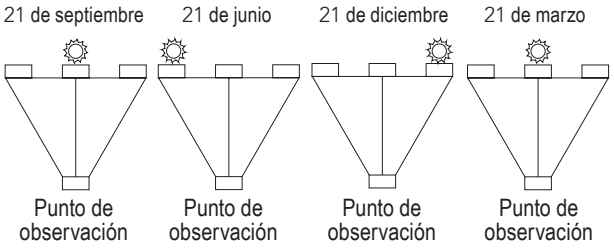
(P) ¿Cómo descubrieron los equinoccios y solsticios los Mayas del período clásico?

(S) Los Mayas utilizaron la observación y realizaron construcciones acordes con los movimientos del Sol para determinar el tiempo que duraba el año solar, sus estaciones y las posiciones del Sol en la fase de los equinoccios y solsticios. Entre las construcciones más importantes están Uaxactun, Chichen Itzá y Copán.



(C) Los Mayas determinaron las fechas de solsticios y equinoccios a través de la observación y de sus complejas construcciones.

(E) 1. Escriba el nombre de la posición de salida del Sol según su referencia.



Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya
Clase 1 3, 4 y 7 como patrones en el pensamiento Maya

Aprendizaje esperado:
Identifica el significado de los números 3, 4 y 7 en el pensamiento Maya y su relación con el entorno natural.

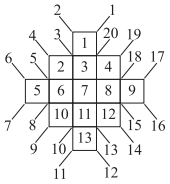
Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya
Clase 1 3, 4 y 7 como patrones en el pensamiento Maya

(P) ¿Qué significado tiene el 3, 4 y 7 desde el pensamiento Maya?

(S) El 3 está representado en el cosmos a través de los tres puntos cósmicos en el plano vertical: la bóveda celeste, la tierra y el Xib'alb'a. También está representado en las tres bases de la piedra de moler y en los tres tenamastes o piedras que sustentan el comal. La piedra de moler y el comal tienen un gran significado en la cultura Maya porque son instrumentos que se utilizan para la preparación de los alimentos para las personas. El 3 representa lo femenino, la naturaleza.

El 4 significa los cuatro cuadrantes del cosmos en el plano horizontal. También está representado en las 4 extremidades de la persona, los 4 colores del maíz y los 4 hombres de la mitología Maya. El 4 representa el hombre, los 4 pilares del hogar.

El 7 es el centro de los trece niveles de energía del calendario Maya, como se observa en la siguiente imagen. El 7 representa la familia.



(C) 3, 4 y 7 tienen un significado práctico y espiritual.

(E) Relacione los números de la izquierda con su significado de la derecha a través de una línea.

7	Supramundo, tierra y Xib'alb'a.
4	Centro de las trece fuentes de energía.
3	Cuadrantes del cosmos en el plano horizontal o extremidades del ser humano.

Solucionario de los ejercicios:

7 — Supramundo, tierra y Xib'alb'a
4 — Centro de las trece fuentes de energía
3 — Cuadrantes del cosmos en plano horizontal

Fecha: dd – mm – aa
4-3-1 3, 4 y 7 como patrones en el pensamiento Maya

(P) ¿Qué significado tiene el 3, 4 y 7 desde el pensamiento Maya?

(S) Significado del 3:
- Tres puntos cósmicos en el plano vertical: supramundo (bóveda Celeste), tierra y Xib'alb'a
- Tres bases de la piedra de moler
- El 3 representa lo femenino

Significado del 4:
- Cuatro cuadrantes del cosmos en el plano horizontal
- Cuatro extremidades de una persona
- Cuatro colores del maíz
- Cuatro hombres de la mitología Maya
- El 4 representa al hombre

Significado del 7:
- Siete es el centro de los trece niveles (fuentes) de energía
- El 7 representa la familia.

(C) El 3, 4 y 7 tienen un significado práctico y espiritual.

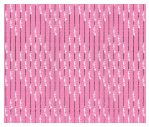
(E) Relacione los números de la izquierda con su significado de la derecha.

7 — Supramundo, tierra y Xib'alb'a
4 — Centro de las trece fuentes de energía
3 — Cuadrantes del cosmos en plano horizontal

Aprendizaje esperado:
Identifica patrones geométricos y numéricos en tejidos Mayas.

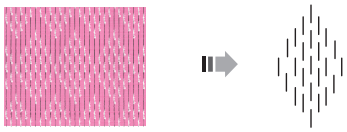
Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya
Clase 2 Patrones en el tejido Maya

(P) ¿Qué secuencias de figuras observa en los siguientes tejidos?

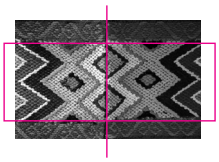
a. 
Güipil de Momostenango, Totonicapán

b.
Güipil de San Juan Comalapa, Chimaltenango

(S) a. En el güipil de Momostenango se observan líneas blancas que forman figuras con secuencias numéricas, según la cantidad de líneas 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 2, 3...



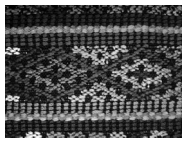
b. En el güipil de San Juan Comalapa se observa que la franja señalada en el recuadro, los colores y las figuras forman secuencias alrededor de la línea vertical. La secuencia de colores y figuras que forman las grecas proporcionan vistosidad y simetría e involucran otras nociones matemáticas que son transmitidas de generación a generación por las tejedoras.



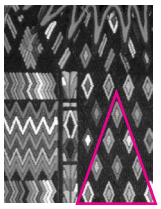
(C) A una secuencia repetida de figuras o números se le llama patrón.
En el tejido Maya se encuentran diferentes tipos de patrones geométricos, especialmente de plantas y animales, que las tejedoras transmiten de generación en generación.

(E) Encuentre algunos patrones en los siguientes tejidos.

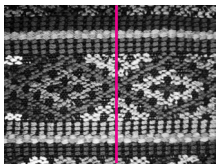
a.
Güipil de Chichicastenango,

b. 
Güipil de San Martín Jilotepeque, Chimaltenango

Solucionario de los ejercicios:

a. 
Güipil de Chichicastenango, Quiché

R: Las figuras tienen una secuencia numérica (1, 2, 3, 4).

b. 
Güipil de San Martín Jilotepeque, Chimaltenango

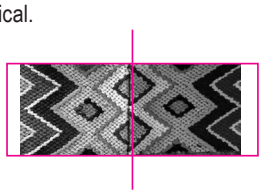
R: Se observa simetría entre el lado derecho e izquierdo.

Fecha: dd – mm – aa
4-3-2 Patrones en el tejido Maya

(P) ¿Qué secuencias de figuras observa en los tejidos dibujados en el texto?

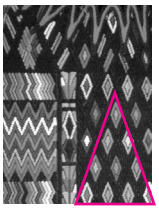
(S) a. En el güipil de Momostenango se observan líneas blancas que forman secuencias numéricas 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 2…

b. En el güipil de San Juan Comalapa se observa que en la franja señalada los colores y las figuras forman secuencias alrededor de la línea vertical.

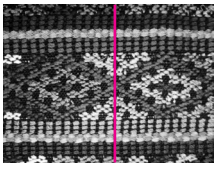


(C) A una secuencia repetida de figuras o números se le llama patrón. En el tejido Maya se encuentran diferentes tipos de patrones geométricos, especialmente de plantas y animales, que las tejedoras transmiten de generación en generación.

(E) Encuentre patrones en los tejidos.

a. 
Güipil de Chichicastenango, Quiché

R: Las figuras tienen una secuencia numérica (1, 2, 3, 4).

b. 
Güipil de San Martín Jilotepeque, Chimaltenango

R: Se observa simetría entre el lado derecho e izquierdo.

Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya
Clase 3 Trece articulaciones del cuerpo humano y trece energías

Aprendizaje esperado:
Identifica las articulaciones del cuerpo humano y su relación con las 13 energías del Calendario Maya.

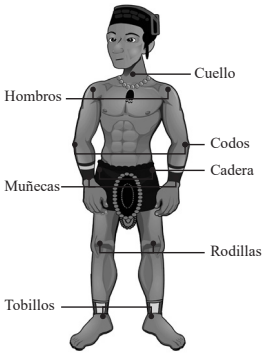
Sección 3 Patrones y su significación en el pensamiento Maya
Clase 3 Trece articulaciones del cuerpo humano y trece energías

P

a. ¿Dónde se encuentran las 13 articulaciones del cuerpo humano?
b. ¿Qué significado tienen las 13 articulaciones?

S

a. El cuerpo humano tiene 13 articulaciones:
2 hombros, 2 codos, 2 muñecas, 2 caderas, 2 rodillas, 2 tobillos y 1 cuello, como se muestra en la imagen de la derecha.



b. Las 13 articulaciones tienen un gran significado en la cosmovisión Maya.
Algunos autores consideran al 13 como el número místico y entre sus significados en la actualidad se tienen:
Los 13 niveles energéticos de los días del calendario Cholq'ij, estos 13 niveles energéticos se combinan con los 20 nawales del calendario sagrado, lo que da como resultado 260 tipos y niveles de personalidad.

Además, el 13 crea grandes ciclos de tiempo que son motivo de conmemoración Maya:
La vuelta del trece k'atun (oxlajuj k'atun) está compuesta de 13 períodos de 20 años:
$13 \times 20 = 260$ años.
La era Maya (oxlajuj b'ak'tun), 13 períodos de 400 años: $13 \times 400 = 5{,}200$ años.

C

El 13 está relacionado con las trece articulaciones principales de la persona. El 13 representa los niveles energéticos que combinados con los 20 nawales del mes Maya da como resultado 260 tipos de energía.

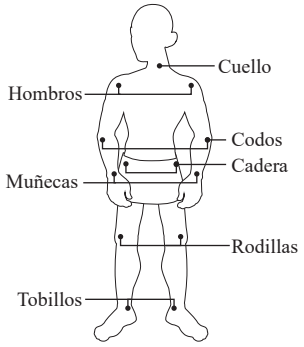
E

1. Con base en la siguiente imagen, identifique las 13 articulaciones principales según el pensamiento Maya.

2. Responda.
   a. Según el pensamiento Maya, ¿cuántos niveles de energía hay?
   b. ¿Cuántos años tiene una era Maya (oxlajuj b'ak'tun)?

Solucionario de los ejercicios:

1.



2. a. 13 niveles
   b. 5,200 años

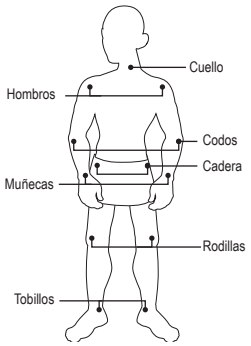
Fecha: dd – mm – aa
4-3-3 Trece articulaciones del cuerpo humano y trece energías

(P) a. ¿Dónde se encuentran las 13 articulaciones del cuerpo humano?
b. ¿Qué significado tienen las 13 articulaciones?

(S) a. 2 hombros, 2 codos, 2 muñecas, 2 caderas, 2 rodillas, 2 tobillos y 1 cuello
b. Las 13 articulaciones están relacionadas con:
Los 13 niveles energéticos del calendario Cholq'ij
Los 13 grandes ciclos de tiempo, tales como: la vuelta del 13 k'atun (oxlajuj k'atun) de $13 \times 20 = 260$ años y la era Maya (oxlajuj b'ak'tun) de $13 \times 400 = 5{,}200$ años

(C) El 13 está relacionado con las trece articulaciones principales de una persona y representan los 13 niveles energéticos que combinados con los 20 nawales da 260 tipos de energía.

(E) 1. Identifique las 13 articulaciones principales según el pensamiento Maya.



Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 1 Matemática Maya y sus características: referencial y cíclico

Aprendizaje esperado:
Identifica situaciones que se refieren a las características del pensamiento referencial y cíclico.

Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 1 Matemática Maya y sus características: referencial y cíclico

(P) ¿En qué consiste la característica referencial y cíclica en el pensamiento Maya?

(S) El desarrollo del conocimiento matemático Maya se ha realizado con base en referencias existentes en las prácticas cotidianas de las comunidades. Por ejemplo:
El sistema de numeración de base 20 tiene como referencia a la persona o winaq: 5 dedos en cada mano y 5 dedos en cada pie.
Muchos pueblos fundados en la época colonial tienen una distribución geográfica acorde a los cuatro sectores cósmicos del universo y un quinto sector, denominado sagrado, que se ubica en el centro del pueblo. La referencia es la salida y caída del Sol, y la salida y caída del viento.
Para determinar la distancia entre surcos en la siembra del maíz se utiliza como unidad de medida el cabo de azadón. El cabo de azadón tiene una longitud de cinco cuartas, que es equivalente a un metro.

Además, el conocimiento Maya es cíclico, derivado de las observaciones astronómicas que cumplen cierta periodicidad, como el movimiento de las estrellas, el Sol o la Luna. Según el pensamiento Maya el ciclo no es cerrado, sino que el inicio de un ciclo es el final de otro ciclo, y así sucesivamente en forma de espiral. Por ejemplo:
Según el Calendario Sagrado toda vida es cíclica y cada momento del ciclo tiene su propia razón.
Los ciclos del tiempo de las trece vueltas dan origen al año lunar o sagrado ($13 \times 20 = 260$ días), la vuelta del 13 k'atun ($13 \times 20 = 260$ años), la era Maya u oxlajuj b'ak'tun ($13 \times 400 = 5{,}200$ años), entre otros.
Los ciclos de los equinoccios y solsticios marcan actividades importantes, como la siembra del maíz realizada después del equinoccio de primavera, así como la celebración del saq q'ij en el solsticio de verano.

(C) La ciencia Maya se forja en el desarrollo del pensamiento referencial y cíclico. Los patrones reflejan los fenómenos naturales.

(E) Identifique con una R si el enunciado pertenece a lo referencial y una C si pertenece a lo cíclico.
a. Distribución geográfica de los pueblos creados en la época colonial
b. La vida de una persona
c. Los cuadrantes del cosmos y sus energías
d. El sistema de numeración vigesimal
e. El 13 b'ak'tun
f. La siembra y cosecha del maíz

Solucionario de los ejercicios:

a. R
b. C
c. R
d. R
e. C
f. C

Fecha: dd – mm – aa
4-4-1 Matemática Maya y sus características: referencial y cíclico

(P) ¿En qué consiste la característica referencial y cíclica en el pensamiento Maya?

(S) Característica referencial: el conocimiento matemático Maya se ha realizado con base en referencias existentes en las prácticas cotidianas de las comunidades. Por ejemplo:
a. La numeración Maya tiene su referencia en la persona.
b. Muchos pueblos tienen una distribución geográfica que tiene como referencia la salida y caída del Sol, así como la salida y movimiento del viento.
c. La distancia entre surcos en la siembra de maíz se utiliza como referencia el cabo de azadón.
Característica cíclica: el conocimiento Maya es cíclico derivado de las observaciones astronómicas que cumple cierta periodicidad, como el movimiento de las estrellas, el Sol o la Luna. Por ejemplo:
a. Toda vida es cíclica y cada momento tiene su razón de ser.
b Los ciclos del tiempo: oxlajuj k'atun, oxlajuj b'ak'tun
c. Los ciclos del solsticio y equinoccio

(C) La ciencia Maya se forja en el desarrollo del pensamiento referencial y cíclico.

(E) Identifique con una R si el enunciado referencial y con una C si es cíclico.

a.	Distribución geográfica de los pueblos creados en la época colonial	R
b.	La vida de una persona	C
c.	Los cuadrantes del cosmos y sus energías	R
d.	El sistema de numeración vigesimal	R
e.	El 13 b'ak'tun	C
f.	La siembra y cosecha del maíz	C

Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 2 Sistema de numeración vigesimal

Aprendizaje esperado:
Expresa números del sistema vigesimal al decimal, hasta la tercera posición.
Expresa números del sistema decimal al vigesimal, hasta la tercera posición.

Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 2 Sistema de numeración vigesimal

P

¿Qué número representa en sistema decimal?

S

Para facilitar la representación de los números Mayas se sugiere conocer la relación de equivalencia entre el sistema decimal y el sistema vigesimal. Observe el siguiente cuadro:

Posición	Potenciación	Equivalencia
Quinta posición	20^4	800,000 = ▬ 160,000 = ●
Cuarta posición	20^3	40,000 = ▬ 8,000 = ●
Tercera posición	20^2	2,000 = ▬ 400 = ●
Segunda posición	20^1	100 = ▬ 20 = ●
Primera posición	20^0	5 = ▬ 1 = ●

En la cuarta posición cada punto tiene un valor de 8,000. Dos puntos serán $16,000 (2 \times 8,000)$.

En la tercera posición cada barra tiene un valor de 2,000 y cada punto 400. Una barra y cuatro puntos serán $3,600 (1 \times 2,000 + 4 \times 400)$. El valor en esta posición más la cuarta posición es 19,600.

En la segunda posición está el cero por lo que se mantiene el valor acumulado en los niveles superiores, que es 19,600.

El valor relativo de la barra en la primera posición es de 5. Este valor más el valor acumulado en los niveles superiores da un total de 19,605.

Respuesta: el número maya representa 19,605 en el sistema decimal.

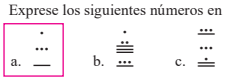
C

El sistema de numeración Maya de base 20 se conoce como sistema de numeración vigesimal. Utiliza 20 significaciones, resumidas por los Mayas del período clásico en tres símbolos: concha, punto y barra que representan cero, uno y cinco, respectivamente.
Por lo general en Aritmética, la escritura de cantidades utiliza los siguientes criterios: el punto se puede escribir hasta cuatro veces en cada posición, la barra hasta tres veces y la concha una vez.

Ejemplo:
¿Cómo se representa el año 2,018 en números Mayas?
Para escribir 2,018 se utiliza la tabla de equivalencia vista anteriormente. La tabla indica que se debe iniciar la escritura en la tercera posición, en donde la barra tiene un valor relativo de 2,000; se continúa en la segunda posición en donde el punto vale 20, en este caso no se podría utilizar el punto porque llegaría a 2,020. Se baja a la primera posición en donde la barra vale 5 y el punto 1, entonces 18 se forma con 3 barras y 3 puntos.
El 2018 en numeración vigesimal se escribe así:

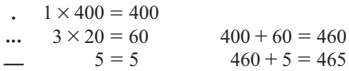
E

1. Exprese los siguientes números en sistema decimal.

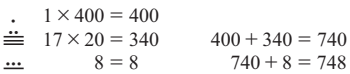

a. b. c.

2. Escriba los números en sistema vigesimal.
a. 532 b. 1,488 c. 3,175

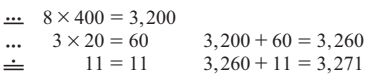
Solucionario de los ejercicios:

1. a.

$1 \times 400 = 400$
$3 \times 20 = 60$ $\quad 400 + 60 = 460$
$5 = 5$ $\quad 460 + 5 = 465$

R: El número Maya representa 465.

b.

$1 \times 400 = 400$
$17 \times 20 = 340$ $\quad 400 + 340 = 740$
$8 = 8$ $\quad 740 + 8 = 748$

R: El número Maya representa 748.

c.

$8 \times 400 = 3,200$
$3 \times 20 = 60$ $\quad 3,200 + 60 = 3,260$
$11 = 11$ $\quad 3,260 + 11 = 3,271$

R: El número Maya representa 3,271.

2. a.

R: 532 en numeración vigesimal se escribe:

b.

R: 1,488 en numeración vigesimal se escribe:

c.

R: 3,175 en numeración vigesimal se escribe:

Fecha: dd – mm – aa
4-4-2 Sistema de numeración vigesimal

Ⓟ

¿Qué número representa en sistema decimal?

Ⓢ

En la cuarta posición cada punto tiene un valor de 8,000. Entonces, $2 \times 8,000 = 16,000$.

En la tercera posición cada barra tiene un valor de 2,000 y cada punto 400. Entonces, $1 \times 2,000 + 4 \times 400 = 3,600$. La suma de la tercera y cuarta posición: $3,600 + 16,000 = 19,600$.

En la segunda posición está el cero, por lo que se mantiene el valor acumulado que es 19,600.

En la primera posición la barra tiene un valor de 5. Este valor más el valor acumulado es:

$$5 + 19,600 = 19,605$$

R: El número Maya representa 19,605.

Ⓒ Para la escritura de cantidades en numeración Maya: el punto se puede escribir hasta cuatro veces en cada posición, la barra hasta tres veces y la concha una vez.
Ejemplo:
¿Cómo se representa 2,018 en numeración Maya?

La barra en la tercera posición vale 2,000.

Cero en la segunda posición, porque si coloco un punto se forma 2,020.

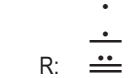
La barra y punto en la primera posición valen 5 y 1 respetivamente, 18 se forma con tres barras y tres puntos.

El 2,018 en numeración vigesimal se escribe:

Ⓔ 1. Exprese el número en sistema decimal.

a. R: 465

2. Exprese el número en sistema vigesimal.

a. 532 R: 

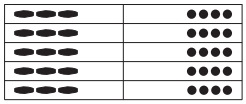
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 3 Representación de cantidades en el Ábaco Maya

Aprendizaje esperado:
Representa cantidades en el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.

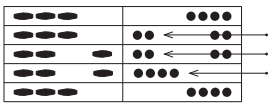
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 3 Representación de cantidades en el Ábaco Maya

(P) a. ¿Qué es el Ábaco Maya?
b. Los días de un ciclo de la rueda calendárica son 18,980. Utilice el Ábaco Maya para representar esa cantidad de días.

(S) a. El Ábaco Maya es un instrumento de cálculo que contiene los principios básicos del sistema de numeración vigesimal.
Fue diseñado por el matemático educativo Domingo Yojcom. Para utilizarlo es importante conocer sus características:
Tiene dos secciones, en el lado izquierdo están las cuentas ovaladas, que representan las barras, cuyo valor absoluto es 5 y en el lado derecho las cuentas redondas, que representan los puntos, cuyo valor absoluto es 1.
Los espacios horizontales indican las posiciones, se cuentan de abajo hacia arriba. Cada posición tiene su valor relativo. Para los puntos son: 1, 20, 400, 8,000, 160,000; y para las barras son: 5, 100, 2,000, 40,000, 800,000.
Para formar los números se deslizan las barras y puntos hacia el centro.



b. Para representar 18,980:
Paso 1. En la cuarta posición, se deslizan 2 puntos al centro del ábaco, para representar 16,000.
Paso 2. En la tercera posición, se desliza 1 barra y 2 puntos al centro del ábaco para representar 2,800.
Paso 3. En la segunda posición, se desliza 1 barra y 4 puntos al centro del ábaco para representar 180. En la primera posición no se desliza ninguna cuenta.

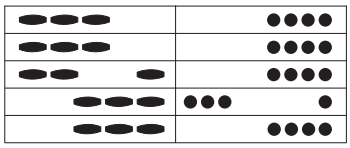


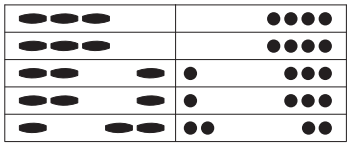
..	2 × 8,000	16,000
...	(1 × 2,000) + (2 × 400)	2,800
....	(1 × 100) + (4 × 20)	+180
		18,980

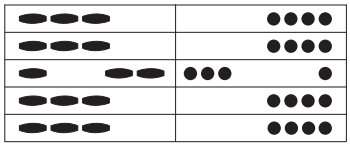
(C) El uso del Ábaco Maya en el proceso de aprendizaje facilita la comprensión del sistema vigesimal, permitiendo la utilización de objetos tangibles para la representación de cantidades. Para representar una cantidad en el Ábaco Maya es necesario saber los valores relativos de abajo hacia arriba. Los valores son:
Punto: 1, 20, 400, 8,000, 160,000…
Barra: 5, 100, 2,000, 40,000, 800,000…

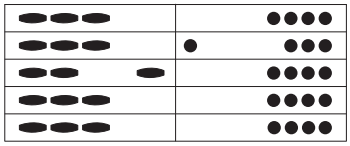
(E) Represente las siguientes cantidades en el Ábaco Maya.
a. 2,375 b. 2,532 c. 5,200 d. 10,000

Solucionario de los ejercicios:

a. 

b. 

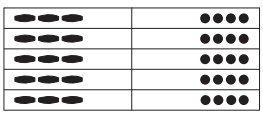
c. 

d. 

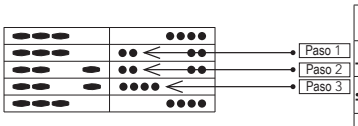
Fecha: dd – mm – aa
4-4-3 Representación de cantidades en el Ábaco Maya

(P) a. ¿Qué es el Ábaco Maya?
b. Los días de un ciclo de la rueda calendárica son 18,980. Utilice el Ábaco Maya para representar esa cantidad.

(S) a. El Ábaco Maya es un instrumento de cálculo del sistema vigesimal. Fue diseñado por el matemático educativo Domingo Yojcom.



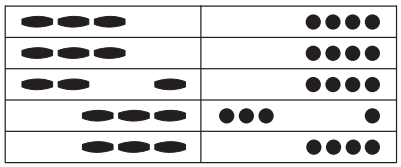
b. Para representar 18,980:
Paso 1. En la cuarta posición se deslizan dos puntos al centro.
Paso 2. En la tercera posición se desliza 1 barra y 2 puntos al centro.
Paso 3. En la segunda posición se desliza 1 barra y 4 puntos al centro.

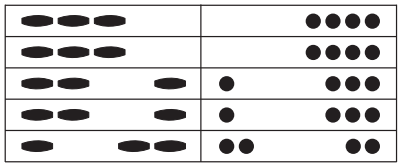


..	2×8,000	16,000
..	(1×2,000)+(2×400)	2,800
....	(1 × 100) + (4 × 20)	+ 180
		18,980

(C) Para representar una cantidad en el Ábaco Maya es necesario saber los valores relativos de abajo hacia arriba. Los valores son:
Punto: 1, 20, 400, 8,000, 160,000...
Barra: 5, 100, 2,000, 40,000, 800,000...

(E) Represente las cantidades en el Ábaco Maya.

a. 2,375 

b. 2,532 

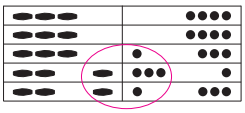
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 4 Suma utilizando el Ábaco Maya

Aprendizaje esperado:
Suma cantidades usando el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.

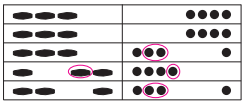
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 4 Suma utilizando el Ábaco Maya

(P) Utilice el Ábaco Maya para obtener el resultado de

(S) Paso 1. Se forma el primer sumando.



Paso 2. Se agrega el segundo sumando, de preferencia comenzando de abajo hacia arriba.



Por tanto,

(C) Para sumar cantidades en el sistema de numeración vigesimal con el uso del Ábaco Maya:

Paso 1. Se anota el primer sumando en el ábaco.
Paso 2. Se agrega el segundo sumando.
Paso 3. Se lee el resultado.

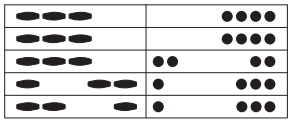
(E) Utilice el Ábaco Maya para encontrar el resultado de los siguientes incisos.

a. b. c.

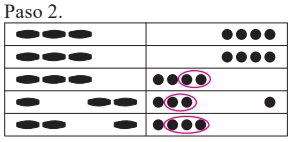
d. e. f.

Solucionario de los ejercicios:

a. Paso 1.

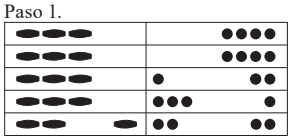


Paso 2.

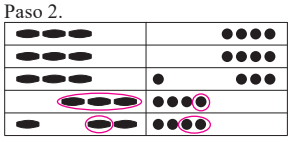


Paso 3. Por tanto,

b. Paso 1.

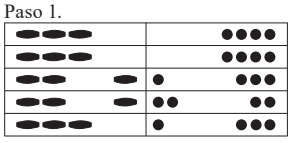


Paso 2.

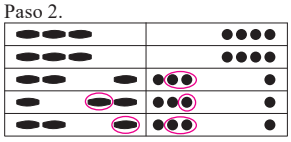


Paso 3. Por tanto,

c. Paso 1.



Paso 2.



Paso 3. Por tanto,

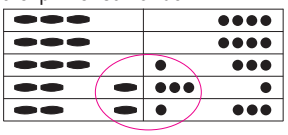
Ver ejercicios restantes en la página G173.

Fecha: dd – mm – aa

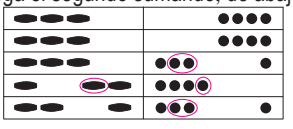
4-4-4 Suma utilizando el Ábaco Maya

(P) Utilice el Ábaco Maya para +

(S) Paso 1. Se forma el primer sumando.



Paso 2. Se agrega el segundo sumando, de abajo hacia arriba.



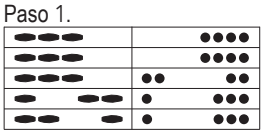
Por tanto, + =

(C) Para sumar en numeración vigesimal con uso del Ábaco Maya:
Paso 1. Se anota el primer sumando en el ábaco.
Paso 2. Se agrega el segundo sumando.
Paso 3. Se lee el resultado.

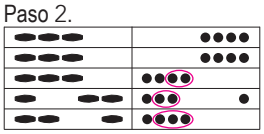
(E) Utilice el Ábaco Maya para encontrar el resultado.

a. +

Paso 1.



Paso 2.



Paso 3. Por tanto, + =

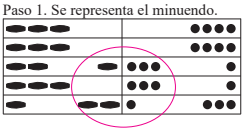
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 5 Resta utilizando el Ábaco Maya

Aprendizaje esperado:
Resta cantidades usando el Ábaco Maya, hasta la tercera posición.

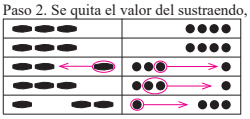
Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 5 Resta utilizando el Ábaco Maya

Ⓟ Utilice el Ábaco Maya para obtener el resultado de

Ⓢ Paso 1. Se representa el minuendo.



Paso 2. Se quita el valor del sustraendo, alineando las cuentas operadas a los extremos.



Por tanto,

Ⓒ Para restar cantidades en el sistema de numeración vigesimal con el uso del Ábaco Maya:
Paso 1. Se representa el minuendo en el ábaco.
Paso 2. Se quita el valor del sustraendo.
Paso 3. Se lee el resultado.

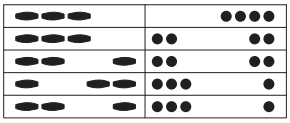
Ⓔ Utilice el Ábaco Maya para encontrar el resultado de los siguientes incisos.

a. b. c.

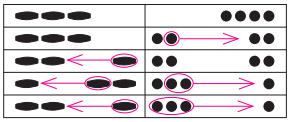
d. e. f.

Solucionario de los ejercicios:

a. Paso 1.

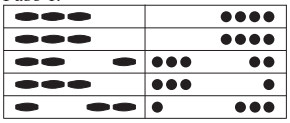


Paso 2.

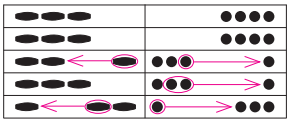


Paso 3. Por tanto,

b. Paso 1.

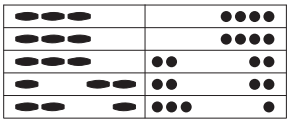


Paso 2.

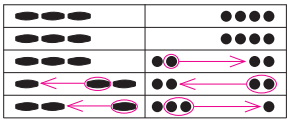


Paso 3. Por tanto,

c. Paso 1.



Paso 2.



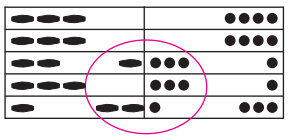
Paso 3. Por tanto,

Ver ejercicios restantes en la página G173.

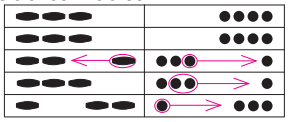
Fecha: dd – mm – aa
4-4-5 Resta utilizando el Ábaco Maya

Ⓟ Utilice el Ábaco Maya para

Ⓢ Paso 1. Se representa el minuendo.



Paso 2. Se quita el valor del sustraendo, alineando las cuentas a sus posiciones iniciales.



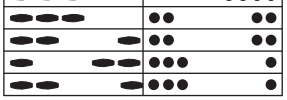
Por tanto,

Ⓒ Para restar en numeración vigesimal con uso del Ábaco Maya.
Paso 1. Se representa el minuendo.
Paso 2. Se quita el valor del sustraendo.
Paso 3. Se lee el resultado.

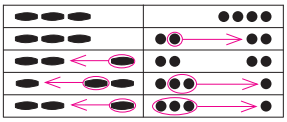
Ⓔ Utilice el Ábaco Maya para encontrar el resultado.

a.

Paso 1.



Paso 2.



Paso 3. Por tanto,

Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 6 (cero) y su significado

Aprendizaje esperado:
Identifica situaciones de la naturaleza que están relacionadas con el significado del cero desde el pensamiento Maya.

Sección 4 Sistemas numéricos
Clase 6 (cero) y su significado

P ¿Cuál es el significado del (cero) en el pensamiento Maya?

S El (cero) es el principio y el fin, porque es donde emerge y culmina la energía. Es la representación del todo, la esencia; es el que permite escalar una posición más en el tiempo y en el espacio.
Para la representación del principio y fin se utilizan cuatro símbolos:

La semilla representa el inicio y el fin de una vida. Significa que todo está contenido en ella. Es la representación del todo.

La cabeza es la representación del pensamiento y la meditación. Es el símbolo del todo.

La cruz Maya significa el todo, representa las cuatro direcciones cósmicas en lo horizontal y en lo vertical. Es el origen, así como la convergencia de las energías.

El caracol representa el principio y el fin. Es el símbolo de la espiral ascendente que también representa el tiempo.

C El (cero) representa el principio y el fin. Es el fin de un ciclo y el inicio de otro. Representa el todo.

E Identifique el enunciado que está relacionado con el (cero) desde el pensamiento Maya.
a. La persona o winaq
b. El caracol
c. La Luna
d. El principio y el fin
e. El todo
f. La semilla
g. El Sol
h. Las cuatro direcciones cósmicas

Solucionario de los ejercicios:

b, d, e y f

Fecha: dd – mm – aa
4-4-6 (cero) y su significado

(P) ¿Cuál es el significado del en el pensamiento Maya?

(S) El es el principio y el fin porque es donde emerge y culmina la energía. Es la representación del todo, la esencia; es el que permite escalar una posición más en el tiempo y en el espacio. Hay cuatro símbolos para representar el cero.

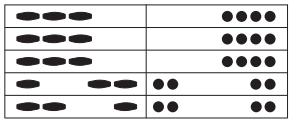
(C) El representa el principio y el fin. Es el fin de un ciclo y el inicio de otro.

(E) Identifique el enunciado que está relacionado con el desde el pensamiento Maya.

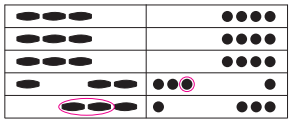
a. La persona o winaq
(b.) El caracol
c. La Luna
(d.) El principio y el fin
(e.) El todo
(f.) La semilla
g. El Sol
h. Las cuatro direcciones cósmicas

Sección 4, clase 4

d. Paso 1.

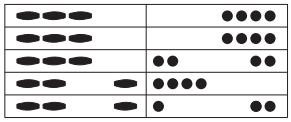


Paso 2.

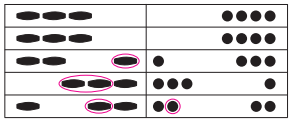


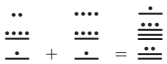
Paso 3. Por tanto,

e. Paso 1.

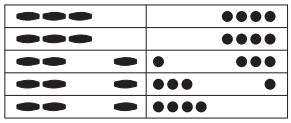


Paso 2.

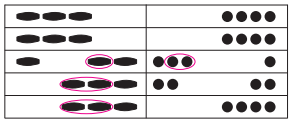


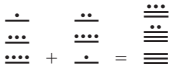
Paso 3. Por tanto, 

f. Paso 1.

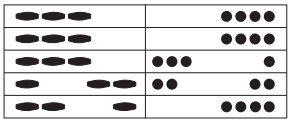


Paso 2.

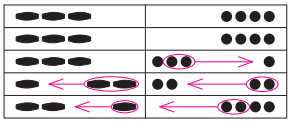


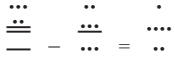
Paso 3. Por tanto, 

f. Paso 1.



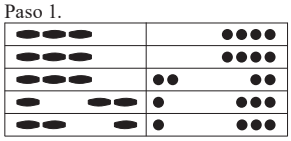
Paso 2.



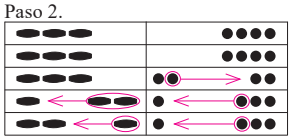
Paso 3. Por tanto, 

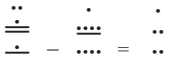
Sección 4, clase 5

d. Paso 1.

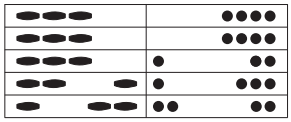


Paso 2.

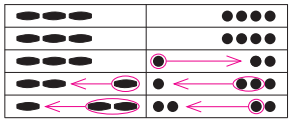


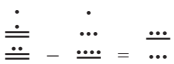
Paso 3. Por tanto, 

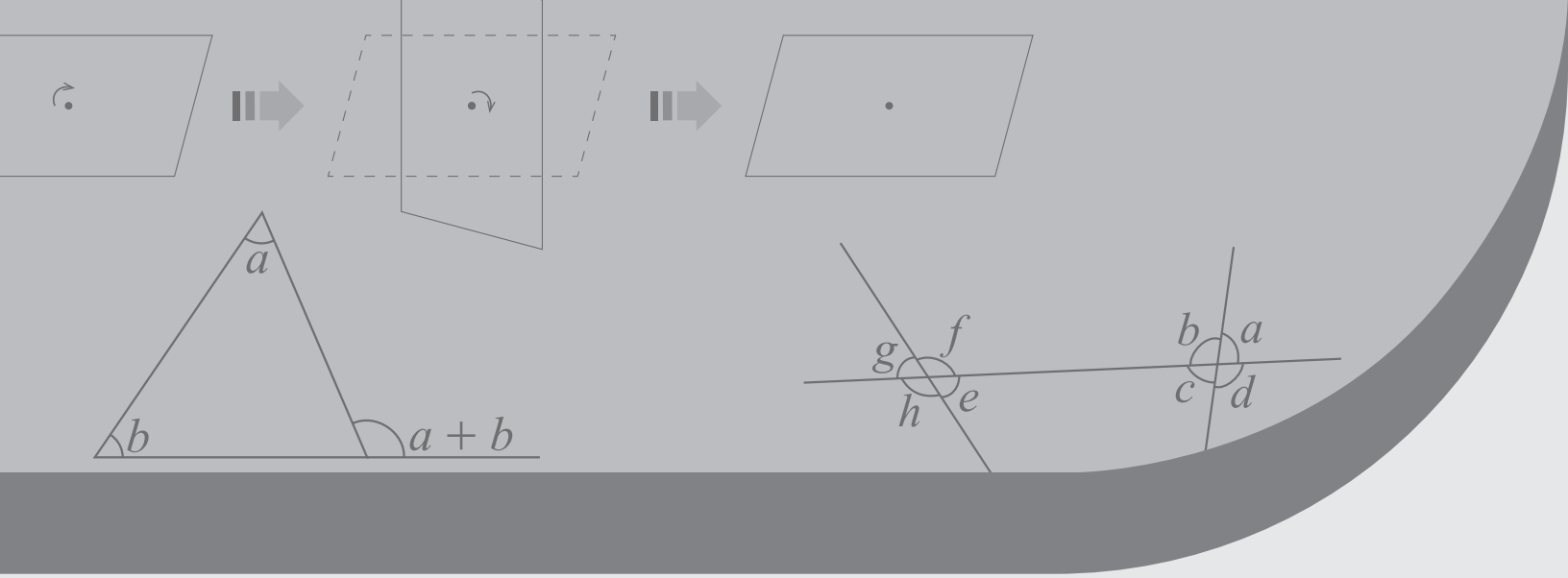
e. Paso 1.



Paso 2.



Paso 3. Por tanto, 



Unidad 5

Geometría

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
1. Identifica elementos comunes en patrones algebraicos y geométricos.	1.2 Reconoce figuras, relaciones, propiedades y medidas en diseños propuestos.	1. Elementos básicos de línea y ángulo	1.1 Punto, recta, segmento, rayo y plano	Traza un punto, una recta, un segmento y un rayo. Encuentra el concepto de plano.
			1.2 Medida de ángulos	Mide un ángulo usando un transportador.
			1.3 Ángulos y su clasificación	Identifica el ángulo agudo, obtuso y recto.
		2. Ángulos y bisectriz	2.1 Ángulos complementarios y suplementarios	Encuentra los ángulos complementarios. Encuentra los ángulos suplementarios.
			2.2 Bisectriz de un ángulo	Identifica la bisectriz de un ángulo.
		3. Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz	3.1 Líneas paralelas y perpendiculares	Representa líneas paralelas usando símbolos. Representa líneas perpendiculares usando símbolos.
			3.2 Construcción de líneas paralelas	Traza líneas paralelas usando escuadras.
			3.3 Mediatriz de un segmento	Identifica la mediatriz de un segmento.
			3.4 Construcción de mediatriz de un segmento	Traza la mediatriz de un segmento usando regla y compás.
		4. Ángulos y líneas paralelas	4.1 Ángulos opuestos por el vértice	Encuentra las medidas de los ángulos opuestos por el vértice.
			4.2 Ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos	Identifica los ángulos correspondientes. Identifica los ángulos alternos internos. Identifica los ángulos alternos externos.
			4.3 Ángulos correspondientes y líneas paralelas	Encuentra la medida de los ángulos correspondientes cuando una recta se interseca con dos rectas paralelas.
			4.4 Ángulos alternos y líneas paralelas	Encuentra la medida de los ángulos alternos cuando una recta se interseca con dos rectas paralelas.
		5. Polígonos	5.1 Figuras abiertas y cerradas	Clasifica figuras en abiertas y cerradas.
			5.2 Figuras convexas y cóncavas	Clasifica figuras en convexas y cóncavas.
	1.3 Calcula áreas y perímetros de polígonos regulares.		5.3 Polígonos	Clasifica polígonos según el número de lados.
		6. Cuadriláteros	6.1 Clasificación de cuadriláteros	Clasifica cuadriláteros según su definición.
			6.2 Perímetro de cuadriláteros	Encuentra el perímetro de un cuadrilátero.
			6.3 Área de rectángulos y cuadrados	Encuentra el área de un rectángulo. Encuentra el área de un cuadrado.
			6.4 Área de paralelogramos	Encuentra el área de un paralelogramo.
			6.5 Área de rombos	Encuentra el área de un rombo.
			6.6 Área de trapecios	Encuentra el área de un trapecio.
		7. Triángulos	7.1 Clasificación de triángulos por sus lados	Clasifica triángulos según la longitud de sus lados.

			7.2 Clasificación de triángulos por sus ángulos	Clasifica triángulos según la medida de sus ángulos.
			7.3 Relación entre los ángulos internos y externos de un triángulo	Encuentra la medida de un ángulo al relacionar los ángulos internos y externos de un triángulo.
			7.4 Perímetro de triángulos	Encuentra el perímetro de un triángulo.
			7.5 Área de triángulos	Encuentra el área de un triángulo.
		8. Propiedades y construcción de polígonos	8.1 Construcción de triángulos equiláteros	Construye triángulos equiláteros usando regla y compás.
			8.2 Construcción de cuadrados	Construye cuadrados usando regla y compás.
	1.2 Reconoce figuras, relaciones, propiedades y medidas en diseños propuestos	9. Simetría	9.1 Simetría axial	Identifica si una figura tiene simetría axial. Traza el eje de simetría en una figura.
			9.2 Simetría radial	Identifica si una figura tiene simetría radial.

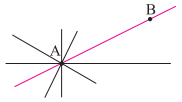
Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 1 Punto, recta, segmento, rayo y plano

Aprendizaje esperado:
Traza un punto, una recta, un segmento y un rayo.
Encuentra el concepto de plano.

Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 1 Punto, recta, segmento, rayo y plano

P1 a. Trace líneas rectas que pasen por el punto A.
b. Trace líneas rectas que pasen por los puntos A y B.

S1 a. Se puede trazar varias líneas rectas que pasen por el punto A.
b. Se puede trazar solo una línea recta que pase por los puntos A y B.



C1

A una línea recta que pasa por los puntos A y B y que se extiende infinitamente se le llama **recta AB**, y se simboliza como $\overleftrightarrow{AB}$.

A la parte delimitada entre los puntos A y B de la recta AB se le llama **segmento AB**, y se simboliza como $\overline{AB}$.

El segmento AB es el camino más corto entre los puntos A y B. La longitud del segmento AB se determina como distancia de los puntos A y B.

A una parte de la recta que empieza del punto A y se extiende infinitamente pasando por el punto B se le llama **rayo AB**, y se simboliza como $\overrightarrow{AB}$.

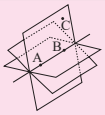
E1 Trace una recta, segmento o rayo, según sea requerido en cada inciso.

a. $\overline{AB}$ A B
b. $\overrightarrow{CD}$ C D
c. $\overleftrightarrow{ST}$ S T

P2 ¿Cuántos puntos como mínimo se necesitan para formar un plano?

S2 Para formar un plano se necesitan tres puntos no alineados en una misma recta.

C2 Un plano se forma con tres puntos no alineados en una misma recta.



E2 ¿En qué inciso se forma un plano con los puntos dados?

a. A B
b. A B C
c. C A B

Solucionario de los ejercicios:

E1. a. A B
b. C D
c. S T

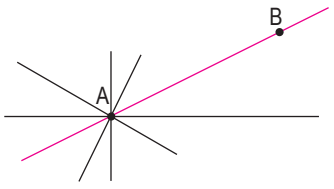
E2. c: Tres puntos no alineados.

Fecha: dd – mm – aa

5-1-1 Punto, recta, segmento, rayo y plano

(P1) a. Trace líneas rectas que pasen por el punto A.
b. Trace líneas rectas que pasen por los puntos A y B.

(S1)



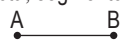
(C1)

Recta AB se simboliza como $\overleftrightarrow{AB}$.

Segmento AB se simboliza como $\overline{AB}$.

Rayo AB se simboliza como $\overrightarrow{AB}$.

(E1) Trace una recta, segmento o rayo.

a. $\overline{AB}$ 

b. $\overrightarrow{CD}$

c. $\overleftrightarrow{ST}$

(P2) ¿Cuántos puntos como mínimo se necesitan para formar un plano?

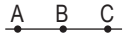
(S2) Se necesitan tres puntos no alineados en una misma recta.

(C2) Un plano se forma con tres puntos no alineados en una misma recta.

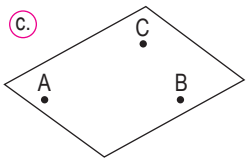
(E2) ¿En qué inciso se forma un plano?

a.

Solo dos puntos alineados

b. 

Tres puntos alineados

c. 

Tres puntos no alineados

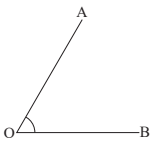
Unidad 5 Geometría

Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 2 Medida de ángulos

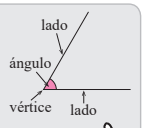
Aprendizaje esperado:
Mide un ángulo usando un transportador.

Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 2 Medida de ángulos

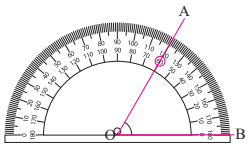
P Mida el ángulo de la siguiente figura con un transportador.



Un ángulo es la abertura formada por dos rayos que son llamados lados. Los lados tienen el mismo punto de origen que se llama vértice del ángulo. Se puede medir ángulos con el transportador. El ángulo medido se representa con el signo " ° "(grado).



S



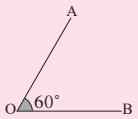
En un transportador hay dos gradaciones: una que inicia desde la derecha y otra que inicia desde la izquierda. En este caso, lea el número que inicia de la derecha con 0°, que coincide con el lado OB.

Respuesta: mide 60°.

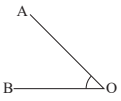
C Al ángulo que está a la derecha se le llama ángulo AOB y se simboliza como ∡AOB.

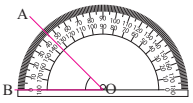
La medida del ángulo AOB también se expresa ∡AOB.

Si el ∡AOB mide 60°, se expresa ∡ AOB = 60°.



Ejemplo:

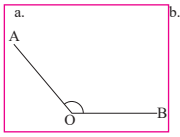


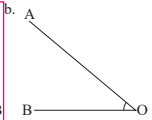


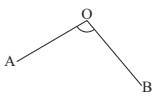
En este caso, lea el número que inicia de la izquierda con 0°, que coincide con el lado OB.

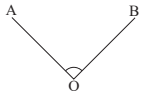
∡AOB = 45°

E Mida el ángulo de las siguientes figuras con un transportador y expréselo utilizando el signo "∡".

a.


b.


c.


d.


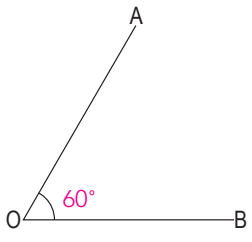
Solucionario de los ejercicios:

a. ∡AOB = 130°
b. ∡AOB = 40°
c. ∡AOB = 100°
d. ∡AOB = 90°

Fecha: dd – mm – aa
5-1-2 Medida de ángulos

Ⓟ Mida el ángulo de la figura con un transportador.

Ⓢ



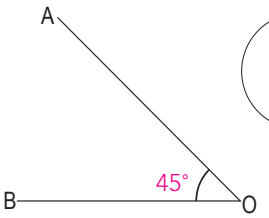
Lea el número que inicia de la derecha con 0°, que coincide con el lado OB.

R: Mide 60°.

Ⓒ Al ángulo de arriba se le llama ángulo AOB y se simboliza como ∡AOB.

La medida del ángulo AOB también se expresa ∡AOB.
Si el ∡AOB mide 60°, se expresa ∡AOB = 60°.

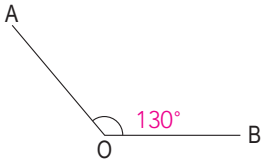
Ejemplo:



Lea el número que inicia de la izquierda con 0°, que coincide con el lado OB.

∡AOB = 45°

Ⓔ Mida el ángulo.

a. 

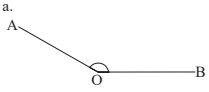
∡AOB = 130°

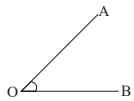
Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 3 Ángulos y su clasificación

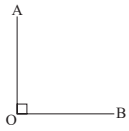
Aprendizaje esperado:
Identifica el ángulo agudo, obtuso y recto.

Sección 1 Elementos básicos de línea y ángulo
Clase 3 Ángulos y su clasificación

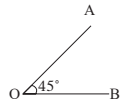
P Mida los ángulos indicados con un transportador y ordene de menor a mayor.

a. 

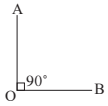
b. 

c. 

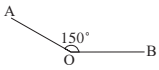
S

b. 

∡AOB = 45°

c. 

∡AOB = 90°

a. 

∡AOB = 150°

C

A un ángulo mayor que 0° y menor que 90° se le llama **ángulo agudo**.

A un ángulo de 90° se le llama **ángulo recto.**

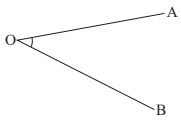
A un ángulo mayor que 90° y menor que 180° se le llama **ángulo obtuso**.

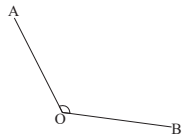
Este símbolo expresa ángulo recto.

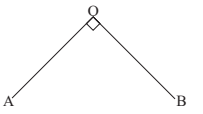
La mitad de un círculo mide 180°. A un ángulo de 180° se le llama **ángulo llano**.

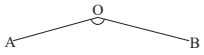
Un círculo mide 360°. A un ángulo de 360° se le llama **ángulo completo**.

E Mida los siguientes ángulos con un transportador e identifique cuáles son ángulos agudos, rectos u obtusos.

a. 

b. 

c. 

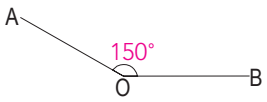
d. 

Solucionario de los ejercicios:

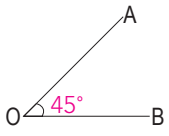
a. ∡AOB = 37°
Por tanto, es un ángulo agudo.
b. ∡AOB = 125°
Por tanto, es un ángulo obtuso.
c. ∡AOB = 90°
Por tanto, es un ángulo recto.
d. ∡AOB = 150°
Por tanto, es un ángulo obtuso.

Fecha: dd – mm – aa
5-1-3 Ángulos y su clasificación

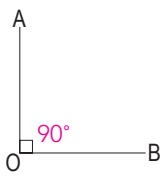
Ⓟ Mida los ángulos y ordene de menor a mayor.

Ⓢ a. 

∡AOB = 150°
Ángulo obtuso

b. 

∡AOB = 45°
Ángulo agudo

c. 

∡AOB = 90°
Ángulo recto

El orden de las medidas de menor a mayor es b, c, a.

Ⓒ A un ángulo mayor que 0° y menor que 90° se le llama ángulo agudo.

A un ángulo de 90° se le llama ángulo recto.

A un ángulo mayor que 90° y menor que 180° se le llama ángulo obtuso.

A un ángulo de 180° se le llama ángulo llano.

A un ángulo de 360° se le llama ángulo completo.

Ⓔ Mida los ángulos con un transportador e identifique cuáles son ángulos agudos, rectos u obtusos.

a. ∡AOB = 37° ⟶ ángulo agudo
b. ∡AOB = 125° ⟶ ángulo obtuso
c. ∡AOB = 90° ⟶ ángulo recto
d. ∡AOB = 150° ⟶ ángulo obtuso

Unidad 5 Geometría

Sección 2 Ángulos y bisectriz
Clase 1 Ángulos complementarios y suplementarios

Aprendizaje esperado:
Encuentra los ángulos complementarios.
Encuentra los ángulos suplementarios.

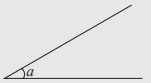
Sección 2 Ángulos y bisectriz
Clase 1 Ángulos complementarios y suplementarios

P1 Encuentre parejas de ángulos cuya suma sea 90°.

a. 54° b. 18° c. 72°

d. 23° e. 36° f. 67°

El ángulo a se expresa como $\measuredangle a$.

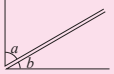


$\measuredangle a$ también expresa la medida del ángulo a. "La medida del ángulo a es de 30°" se expresa como $\measuredangle a = 30°$.

S1 $54° + 36° = 90°$, entonces la suma de los ángulos del inciso a y e es 90°.
$18° + 72° = 90°$, entonces la suma de los ángulos del inciso b y c es 90°.
$23° + 67° = 90°$, entonces la suma de los ángulos del inciso d y f es 90°.

C1 Si la suma de un $\measuredangle a$ y $\measuredangle b$ es 90°, al $\measuredangle a$ se le llama **ángulo complementario** del $\measuredangle b$ y al $\measuredangle b$ se le llama ángulo complementario del $\measuredangle a$.

$\measuredangle a + \measuredangle b = 90°$



E1 1. Encuentre parejas de ángulos que sean complementarios.

a. 48° b. 52° c. 38° d. 42°

2. a. $\measuredangle A$ es el ángulo complementario del $\measuredangle B$ y $\measuredangle B = 27°$. Encuentre la medida del $\measuredangle A$.
b. $\measuredangle D$ es el ángulo complementario del $\measuredangle C$ y $\measuredangle D = 38°$. Encuentre la medida del $\measuredangle C$.

Solucionario de los ejercicios:

E1. 1. Los ángulos de a y d
(*Explicación*)
$48° + 42° = 90°$
Entonces, la suma de los ángulos del inciso a y d es 90°.
Por tanto, los ángulos del inciso a y d son complementarios.

Los ángulos de b y c
(*Explicación*)
$52° + 38° = 90°$
Entonces, la suma de los ángulos del inciso b y c es 90°.
Por tanto, los ángulos del inciso b y c son complementarios.

2. a. $\measuredangle A + \measuredangle B = 90°$
$\measuredangle A + 27° = 90°$
Por tanto,
$\measuredangle A + 27° - 27° = 90° - 27°$
$\measuredangle A = 63°$

b. $\measuredangle C + \measuredangle D = 90°$
$\measuredangle C + 38° = 90°$
Por tanto,
$\measuredangle C + 38° - 38° = 90° - 38°$
$\measuredangle C = 52°$

E2. 1. Los ángulos de a y c
(*Explicación*)
$64° + 116° = 180°$
Entonces, la suma de los ángulos del inciso a y c es 180°.
Por tanto, los ángulos del inciso a y c son suplementarios.

Los ángulos de b y d
(*Explicación*)
$76° + 104° = 180°$
Entonces, la suma de los ángulos del inciso b y d es 180°.
Por tanto, los ángulos del inciso b y d son suplementarios.

Unidad 5 Geometría

Fecha: dd – mm – aa
5-2-1 Ángulos complementarios y suplementarios

P1 Encuentre parejas de ángulos cuya suma sea 90°.

a. 54° b. 18° c. 72°

d. 23° e. 36° f. 67°

S1 $54° + 36° = 90°$, entonces son los ángulos de inciso a y e.
$18° + 72° = 90°$, entonces son los ángulos de inciso b y c.
$23° + 67° = 90°$, entonces son los ángulos de inciso d y f.

C1 Si la suma de dos ángulos es 90°, a un ángulo se le llama ángulo complementario del otro ángulo.

E1 1. Encuentre parejas de ángulos que sean complementarios.

a. 48° b. 52° c. 38° d. 42°

R: a y d, b y c

Ver solucionario.

P2 Encuentre parejas de ángulos cuya suma sea 180°.

a. 57° b. 82° c. 123°

d. 98° e. 43° f. 137°

S2 $57° + 123° = 180°$, entonces son los ángulos de a y c.
$82° + 98° = 180°$, entonces son los ángulos de b y d.
$43° + 137° = 180°$, entonces son los ángulos de e y f.

C2 Si la suma de dos ángulos es 180°, a un ángulo se le llama ángulo suplementario del otro ángulo.

E2 1. Encuentre parejas de ángulos que sean suplementarios.

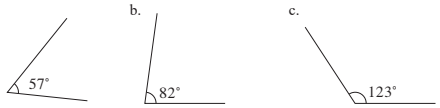
a. 64° b. 76° c. 116° d. 104°

R: a y c, b y d

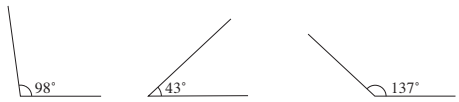
Ver solucionario.

P2 Encuentre parejas de ángulos cuya suma sea 180°.

a. b. c.



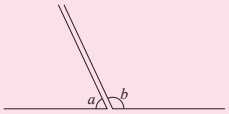
d. e. f.



S2 $57° + 123° = 180°$, entonces la suma de los ángulos del inciso a y c es 180°.
$82° + 98° = 180°$, entonces la suma de los ángulos del inciso b y d es 180°.
$43° + 137° = 180°$, entonces la suma de los ángulos del inciso e y f es 180°.

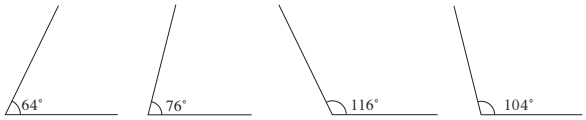
C2 Si la suma de un $\measuredangle a$ y $\measuredangle b$ es 180°, al $\measuredangle a$ se le llama **ángulo suplementario** del $\measuredangle b$ y al $\measuredangle b$ se le llama ángulo suplementario del $\measuredangle a$.

$\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$



E2 1. Encuentre parejas de ángulos que sean suplementarios.

a. b. c. d.



2. a. $\measuredangle A$ es el ángulo suplementario del $\measuredangle B$ y $\measuredangle B = 36°$. Encuentre la medida del $\measuredangle A$.
b. $\measuredangle D$ es el ángulo suplementario del $\measuredangle C$ y $\measuredangle D = 71°$. Encuentre la medida del $\measuredangle C$.

2. a. $\measuredangle A + \measuredangle B = 180°$
$\measuredangle A + 36° = 180°$
Por tanto,
$\measuredangle A + 36° - 36° = 180° - 36°$
$\measuredangle A = 144°$

b. $\measuredangle C + \measuredangle D = 180°$
$\measuredangle C + 71° = 180°$
Por tanto,
$\measuredangle C + 71° - 71° = 180° - 71°$
$\measuredangle C = 109°$

Sección 2 Ángulos y bisectriz
Clase 2 Bisectriz de un ángulo

Aprendizaje esperado:
Identifica la bisectriz de un ángulo.

Sección 2 Ángulos y bisectriz
Clase 2 Bisectriz de un ángulo

P Observe los dos ángulos separados por el $\overrightarrow{OP}$ y $\overrightarrow{OQ}$ en la figura 1 y 2.
¿Qué relación hay entre la medida de los dos ángulos de la figura 1 y los otros dos ángulos de la figura 2?

Figura 1

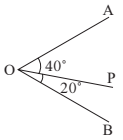
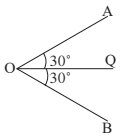


Figura 2



S Figura 1:
$\measuredangle AOP = 40°$ y $\measuredangle BOP = 20°$
Por tanto, la medida de los dos ángulos separados por el $\overrightarrow{OP}$ es diferente.

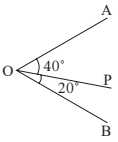
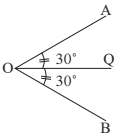
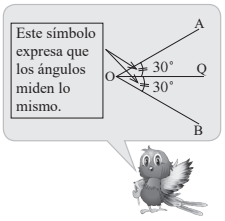


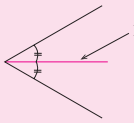
Figura 2:
$\measuredangle AOQ = 30°$ y $\measuredangle BOQ = 30°$
Por tanto, la medida de los dos ángulos separados por el $\overrightarrow{OQ}$ es igual.



Este símbolo expresa que los ángulos miden lo mismo.

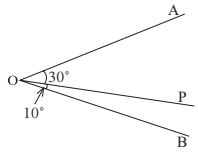


C Al rayo que divide un ángulo en dos partes iguales se le llama **bisectriz** del ángulo.

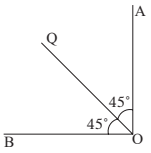


E Identifique el inciso que representa la bisectriz del $\measuredangle AOB$.

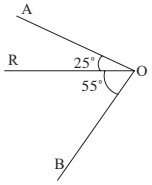
a.



b.



c.



Solucionario de los ejercicios:

b: El $\overrightarrow{OQ}$ divide el $\measuredangle AOB$ en dos partes iguales.

Fecha: dd – mm – aa
5-2-2 Bisectriz de un ángulo

(P) ¿Qué relación hay entre la medida de los dos ángulos de la figura 1 y de la figura 2?

(S) Figura 1

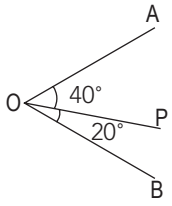
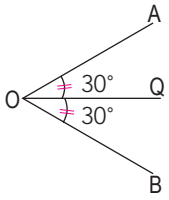


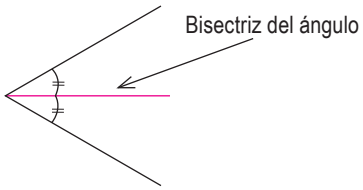
Figura 2



$\measuredangle AOP = 40°$
$\measuredangle BOP = 20°$ ⇨ La medida de los dos ángulos separados por el $\overrightarrow{OP}$ es diferente.

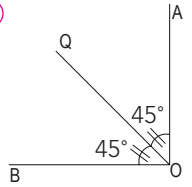
$\measuredangle AOQ = 30°$
$\measuredangle BOQ = 30°$ ⇨ La medida de los dos ángulos separados por el $\overrightarrow{OQ}$ es igual.

(C) Al rayo que divide un ángulo en dos partes iguales se le llama bisectriz del ángulo.



(E) Identifique el inciso que representa la bisectriz del $\measuredangle AOB$.

b.



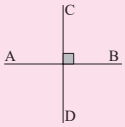
Porque el $\overrightarrow{OQ}$ divide el $\measuredangle AOB$ en dos partes iguales.

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 1 Líneas paralelas y perpendiculares

Aprendizaje esperado:
Representa líneas paralelas usando símbolos.
Representa líneas perpendiculares usando símbolos.

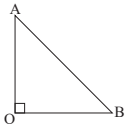
Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 1 Líneas paralelas y perpendiculares

C1 Si $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ se intersecan formando un ángulo de 90°, se comprende que las dos rectas son **perpendiculares** y se simboliza como $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$.



$\overleftrightarrow{AB}$ se lee recta AB.

Ejemplo:

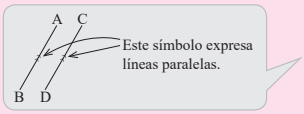


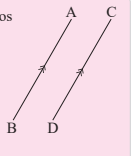
En la figura dada, el ángulo formado por el $\overline{AO}$ y el $\overline{BO}$ es de 90°.

Por tanto, $\overline{AO} \perp \overline{BO}$.

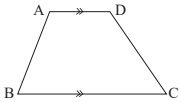
Los segmentos también forman perpendiculares.

C2 Si $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ no se intersecan aunque se prolonguen, se comprende que las dos rectas son **paralelas** y se simboliza como $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.





Ejemplo:



En la figura dada, el $\overline{AD}$ y el $\overline{BC}$ son paralelos.

Por tanto, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

Los segmentos también forman paralelas.

E Simbolice las relaciones que existen entre los segmentos indicados del siguiente rectángulo con el signo "⊥" o "∥".

a. $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$
b. $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$
c. $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$
d. $\overline{DC}$ y $\overline{BC}$

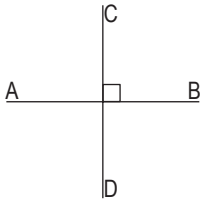
Solucionario de los ejercicios:

a. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
b. $\overline{AB} \perp \overline{AD}$
c. $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
d. $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

Fecha: dd – mm – aa

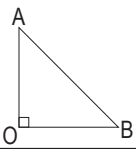
5-3-1 Líneas paralelas y perpendiculares

Ⓒ1



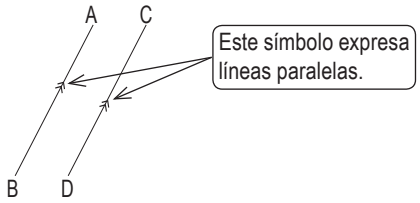
Si $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ se intersecan formando un ángulo de 90°, se comprende que las dos rectas son perpendiculares y se simboliza como $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$.

Ejemplo:



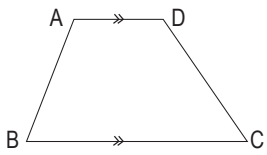
$\overline{AO} \perp \overline{BO}$

Ⓒ2



Si $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ no se intersecan aunque se prolonguen, se comprende que las dos rectas son paralelas y se simboliza como $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.

Ejemplo:



$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

Ⓔ Simbolice las relaciones con el signo "⊥" o "∥".

a. $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ ⟶ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

b. $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ ⟶ $\overline{AB} \perp \overline{AD}$

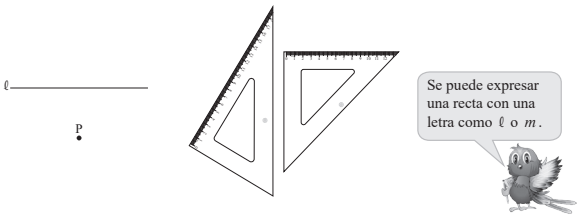
Unidad 5 Geometría

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 2 Construcción de líneas paralelas

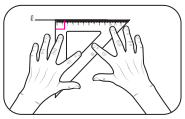
Aprendizaje esperado:
Traza líneas paralelas usando escuadras.

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 2 Construcción de líneas paralelas

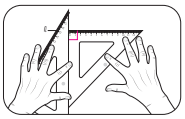
P ¿Con qué pasos se traza una recta que es paralela a la recta ℓ y pasa por el punto P utilizando escuadras?



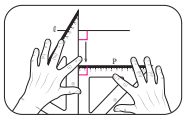
S Para trazar líneas paralelas con ángulo recto:



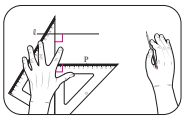
Paso 1. Alinee uno de los lados de la escuadra con la línea recta ℓ como se indica en la la figura.



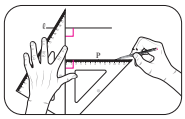
Paso 2. Sujete firme la escuadra, y coloque la otra escuadra a lo largo del otro lado del ángulo recto.



Paso 3. Deslice la escuadra hasta llegar al punto P.



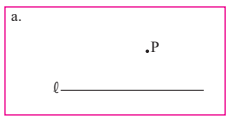
Paso 4. Mientras sostiene el par de escuadras, tome un lápiz.



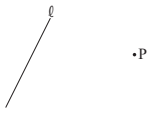
Paso 5. Mientras sostiene firmemente las escuadras, trace la línea recta que pasa a través del punto P.

E Trace con escuadras una línea recta paralela a la recta ℓ que pase por el punto P.

a.

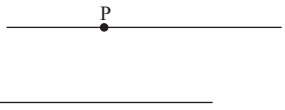


b.

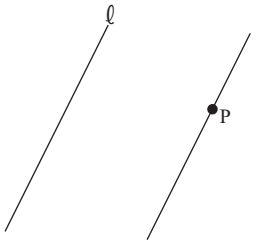


Solucionario de los ejercicios:

a.



b.



Fecha: dd – mm – aa

5-3-2 Construcción de líneas paralelas

(P) Trace una recta paralela a la recta ℓ y que pase por el punto P utilizando escuadras.

(S) ℓ _____

P

Paso 1. Alinee uno de los lados de la escuadra con la línea recta ℓ.

Paso 2. Coloque la otra escuadra a lo largo del otro lado del ángulo recto.

Paso 3. Deslice la escuadra hasta llegar al punto P.

Paso 4. Tome un lápiz.

Paso 5. Trace la línea recta que pasa a través del punto P.

(E) Trace con escuadras una línea recta paralela a la recta ℓ que pase por el punto P.

a.

P

ℓ _____

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 3 Mediatriz de un segmento

Aprendizaje esperado:
Identifica la mediatriz de un segmento.

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 3 Mediatriz de un segmento

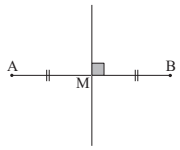
P Dados los puntos A y B, trace un segmento AB. Luego, doble exactamente por la mitad juntando ambos puntos, y trace una recta en el doblez.

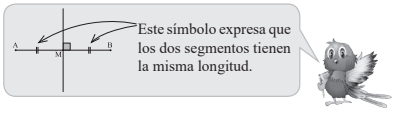
a. Mida los ángulos que forman el $\overline{AB}$ y la recta sobre el doblez. ¿Qué característica tienen los ángulos?

b. Nombre la intersección del $\overline{AB}$ y la recta sobre el doblez como M. Mida la longitud del $\overline{MA}$ y $\overline{MB}$ y represente la relación entre ellos con una expresión matemática.

S a. El segmento $\overline{AB}$ y la recta sobre el doblez forman ángulos de 90°.

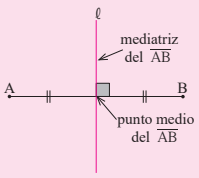
b. La longitud de $\overline{MA}$ y $\overline{MB}$ es igual.
$\overline{MA} = \overline{MB}$





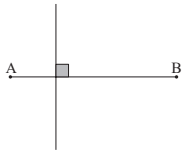
C Al punto que divide un segmento en dos partes iguales se le llama **punto medio**.

A una recta ℓ que se interseca perpendicularmente con el punto medio del $\overline{AB}$ se le llama **mediatriz** del $\overline{AB}$.

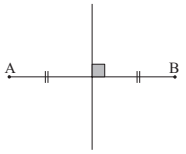


E Identifique el inciso que representa la mediatriz del $\overline{AB}$.

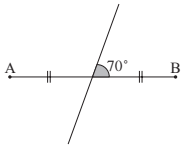
a.



b.



c.

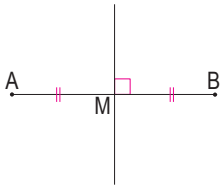


Solucionario de los ejercicios:

b: Una recta que interseca $\overline{AB}$ perpendicularmente pasa por el punto medio del $\overline{AB}$.

Fecha: dd – mm – aa
5-3-3 Mediatriz de un segmento

Ⓟ Dados los puntos A y B, trace un segmento AB y doble por la mitad juntando ambos puntos.

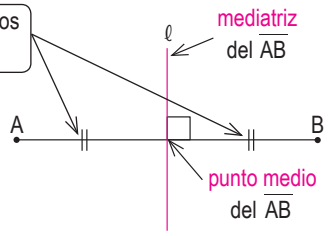


a. Mida los ángulos que forman el $\overline{AB}$ y la recta sobre el doblez. ¿Qué característica tienen los ángulos?

b. Nombre la intersección del $\overline{AB}$ y la recta sobre el doblez como M. Mida la longitud del $\overline{MA}$ y $\overline{MB}$ y represente la relación entre ellos con una expresión matemática.

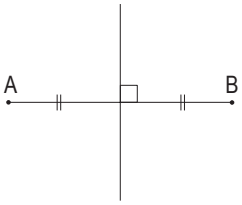
Ⓢ a. Forman ángulos de 90°.
b. La longitud de $\overline{MA}$ y $\overline{MB}$ es igual. $\overline{MA} = \overline{MB}$

Ⓒ Expresa que los dos segmentos tienen la misma longitud.



Ⓔ Identifique el inciso que representa la mediatriz del $\overline{AB}$.

b.



Porque la línea se interseca perpendicularmente con el punto medio del $\overline{AB}$.

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 4 Construcción de mediatriz de un segmento

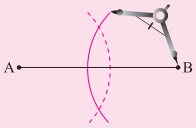
Aprendizaje esperado:
Traza la mediatriz de un segmento usando regla y compás.

Sección 3 Propiedades y trazo de rectas paralelas, perpendiculares y mediatriz
Clase 4 Construcción de mediatriz de un segmento

Ⓒ Para construir la mediatriz del $\overline{AB}$ con regla y compás:

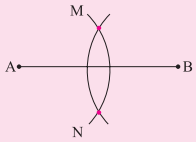
Paso 1.

Trace un arco con centro en A. Luego, trace un arco con el mismo radio con centro en B.



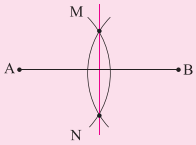
Paso 2.

Identifique las intersecciones de los dos arcos con M y N.



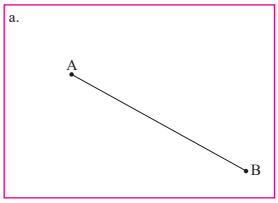
Paso 3.

Trace una recta que pase por los puntos M y N.



Ⓔ Trace la mediatriz del $\overline{AB}$ con regla y compás en las siguientes figuras.

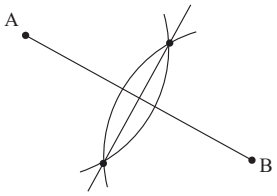
a.



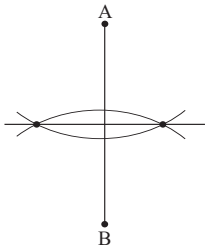
b.

Solucionario de los ejercicios:

a.



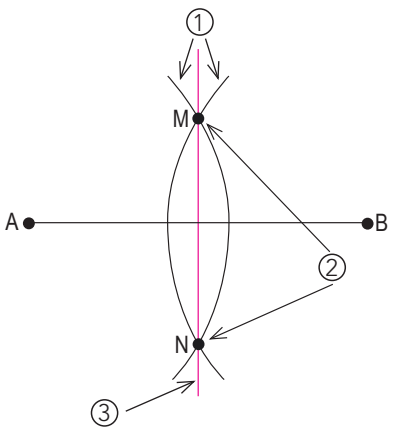
b.



Fecha: dd – mm – aa

5-3-4 Construcción de mediatriz de un segmento

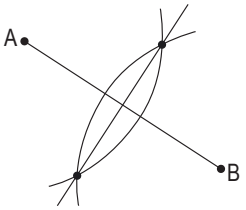
Ⓒ Para construir la mediatriz del $\overline{AB}$ con regla y compás:



① Se traza un arco con centro en A y uno con el mismo radio con centro en B.
② Se identifican las intersecciones con M y N.
③ Se traza una recta que pase por M y N.

Ⓔ Trace la mediatriz del $\overline{AB}$.

a.



Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 1 Ángulos opuestos por el vértice

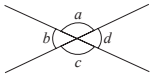
Aprendizaje esperado:
Encuentra las medidas de los ángulos opuestos por el vértice.

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 1 Ángulos opuestos por el vértice

P Si el $\measuredangle a = 130°$:

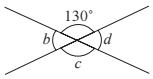
a. ¿Cuánto miden los otros ángulos de la figura?

b. ¿Dónde se encuentran los ángulos con la misma medida?



S a. Para el $\measuredangle b$:

$\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$
$130° + \measuredangle b = 180°$
$130° - 130° + \measuredangle b = 180° - 130°$
$\measuredangle b = 50°$



Para el $\measuredangle d$:

$\measuredangle a + \measuredangle d = 180°$
$130° + \measuredangle d = 180°$
$130° - 130° + \measuredangle d = 180° - 130°$
$\measuredangle d = 50°$

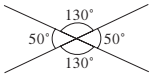
Para el $\measuredangle c$:

$\measuredangle b + \measuredangle c = 180°$
$50° + \measuredangle c = 180°$
$50° - 50° + \measuredangle c = 180° - 50°$
$\measuredangle c = 130°$

Respuesta: $\measuredangle b = 50°, \measuredangle d = 50°$ y $\measuredangle c = 130°$.

b. $\measuredangle a = 130°, \measuredangle c = 130°$
Por tanto, $\measuredangle a = \measuredangle c$.

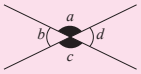
$\measuredangle b = 50°, \measuredangle d = 50°$
Por tanto, $\measuredangle b = \measuredangle d$.



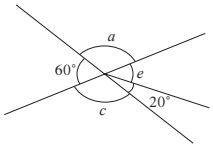
Respuesta: los ángulos poseen una misma medida cuando los lados de uno son rayos opuestos a los lados del otro ángulo.

C Dos ángulos son llamados **ángulos opuestos por el vértice**, cuando los lados de uno son rayos opuestos a los lados del otro ángulo.

En la figura de la derecha, el $\measuredangle a$ y el $\measuredangle c$ son ángulos opuestos por el vértice, así como el $\measuredangle b$ y el $\measuredangle d$. Dos ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.



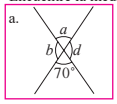
Ejemplo:



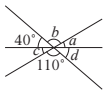
$\measuredangle a + 60° = 180°$
$\measuredangle a + 60° - 60° = 180° - 60°$
$\measuredangle a = 120°$
$\measuredangle a = \measuredangle c$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle c = 120°$
$\measuredangle e + 20° = 60°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle e + 20° - 20° = 60° - 20°$
$\measuredangle e = 40°$
Respuesta: $\measuredangle a = 120°, \measuredangle c = 120°$ y $\measuredangle e = 40°$

E Encuentre la medida de los ángulos que se indican en cada inciso.

a.



b.



Solucionario de los ejercicios:

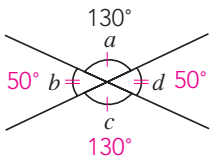
a. $\measuredangle a = 70°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle b + 70° = 180°$
$\measuredangle b + 70° - 70° = 180° - 70°$
$\measuredangle b = 110°$
$\measuredangle d = 110°$(por ser ángulos opuestos por el vértice)
R: $\measuredangle a = 70°$, $\measuredangle b = 110°$ y $\measuredangle d = 110°$

b. $\measuredangle b = 110°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$40° + \measuredangle c + 110° = 180°$
$\measuredangle c + 150° = 180°$
$\measuredangle c + 150° - 150° = 180° - 150°$
$\measuredangle c = 30°$
$\measuredangle a = 30°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle d = 40°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
R: $\measuredangle a = 30°$, $\measuredangle b = 110°$, $\measuredangle c = 30°$ y $\measuredangle d = 40°$

Fecha: dd – mm – aa
5-4-1 Ángulos opuestos por el vértice

Ⓟ a. Si el $\measuredangle a = 130°$, ¿cuánto miden los otros ángulos de la figura?
b. ¿Dónde se encuentran los ángulos con la misma medida?

Ⓢ



a. Para $\measuredangle b$:
$\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$
$130° + \measuredangle b = 180°$
$130° - 130° + \measuredangle b = 180° - 130°$
$\measuredangle b = 50°$

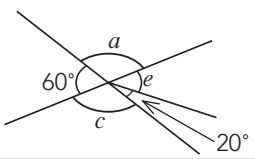
Para $\measuredangle d$:
$\measuredangle a + \measuredangle d = 180°$
$130° + \measuredangle d = 180°$
$130° - 130° + \measuredangle d = 180° - 130°$
$\measuredangle d = 50°$

Para $\measuredangle c$:
$\measuredangle b + \measuredangle c = 180°$
$50° + \measuredangle c = 180°$
$50° - 50° + \measuredangle c = 180° - 50°$
$\measuredangle c = 130°$

b. $\measuredangle a = \measuredangle c$, $\measuredangle b = \measuredangle d$

Ⓒ En la figura de Ⓢ $\measuredangle a$ y $\measuredangle c$, $\measuredangle b$ y $\measuredangle d$ son los ángulos opuestos por el vértice.

Ejemplo:

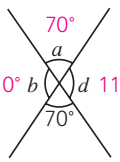


$\measuredangle a + 60° = 180°$
$\measuredangle a + 60° - 60° = 180° - 60°$
$\measuredangle a = 120°$
$\measuredangle a = \measuredangle c$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle c = 120°$
$\measuredangle e + 20° = 60°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle e + 20° - 20° = 60° - 20°$
$\measuredangle e = 40°$

R: $\measuredangle a = 120°, \measuredangle c = 120°$ y $\measuredangle e = 40°$

Ⓔ Encuentre la medida de los ángulos.

a.



$\measuredangle a = 70°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle b + 70° = 180°$
$\measuredangle b + 70° - 70° = 180° - 70°$
$\measuredangle b = 110°$
$\measuredangle d = 110°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)

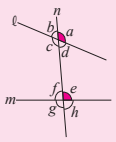
Unidad 5 Geometría

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 2 Ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos

Aprendizaje esperado:
Identifica los ángulos correspondientes.
Identifica los ángulos alternos internos.
Identifica los ángulos alternos externos.

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 2 Ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos

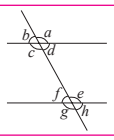
C1 Cuando una recta n se interseca con las rectas ℓ y m como en la figura que está a la derecha, al $\measuredangle a$ y al $\measuredangle e$ se les llama **ángulos correspondientes**.



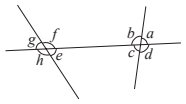
$\measuredangle b$ y $\measuredangle f$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$ son también ángulos correspondientes.

E1 Identifique todos los pares de ángulos correspondientes en las siguientes figuras.

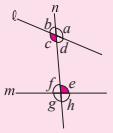
a.



b.



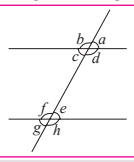
C2 Cuando una recta n se interseca con las rectas ℓ y m como en la figura de la derecha, al $\measuredangle c$ y al $\measuredangle e$ se les llama **ángulos alternos internos**.



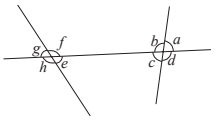
$\measuredangle d$ y $\measuredangle f$ son también ángulos alternos internos.

E2 Identifique todos los pares de ángulos alternos internos en las siguientes figuras.

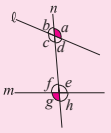
a.



b.



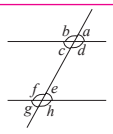
C3 Cuando una recta n se interseca con las rectas ℓ y m como en la figura de la derecha, al $\measuredangle a$ y al $\measuredangle g$ se les llama **ángulos alternos externos**.



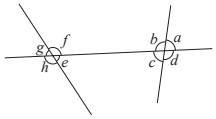
$\measuredangle b$ y $\measuredangle h$ son también ángulos alternos externos.

E3 Identifique todos los pares de ángulos alternos externos en las siguientes figuras.

a.



b.



Solucionario de los ejercicios:

E1. a. $\measuredangle a$ y $\measuredangle e$; $\measuredangle b$ y $\measuredangle f$; $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$; $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$
b. $\measuredangle a$ y $\measuredangle f$; $\measuredangle b$ y $\measuredangle g$; $\measuredangle c$ y $\measuredangle h$; $\measuredangle d$ y $\measuredangle e$

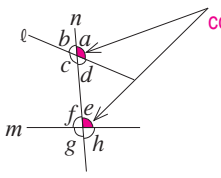
E2. a. $\measuredangle c$ y $\measuredangle e$; $\measuredangle d$ y $\measuredangle f$
b. $\measuredangle b$ y $\measuredangle e$; $\measuredangle c$ y $\measuredangle f$

E3. a. $\measuredangle a$ y $\measuredangle g$; $\measuredangle b$ y $\measuredangle h$
b. $\measuredangle a$ y $\measuredangle h$; $\measuredangle d$ y $\measuredangle g$

Fecha: dd – mm – aa

5-4-2 Ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos

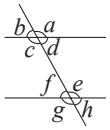
C1 Ángulos correspondientes



Otros pares de ángulos correspondientes:
$\measuredangle b$ y $\measuredangle f$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$

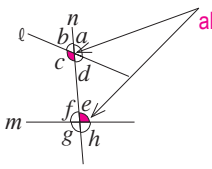
E1 Identifique todos los pares de ángulos correspondientes.

a.



R: $\measuredangle a$ y $\measuredangle e$, $\measuredangle b$ y $\measuredangle f$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$

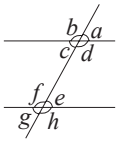
C2 Ángulos alternos internos



Otros ángulos alternos internos:
$\measuredangle d$ y $\measuredangle f$

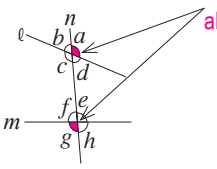
E2 Identifique todos los pares de ángulos alternos internos.

a.



R: $\measuredangle c$ y $\measuredangle e$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle f$

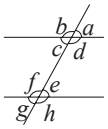
C3 Ángulos alternos externos



Otros ángulos alternos externos:
$\measuredangle b$ y $\measuredangle h$

E3 Identifique todos los pares de ángulos alternos externos.

a.



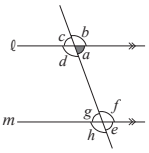
R: $\measuredangle a$ y $\measuredangle g$, $\measuredangle b$ y $\measuredangle h$

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 3 Ángulos correspondientes y líneas paralelas

Aprendizaje esperado:
Encuentra la medida de los ángulos correspondientes cuando una recta se interseca con dos rectas paralelas.

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 3 Ángulos correspondientes y líneas paralelas

P Si ℓ y m son rectas paralelas:
a. Identifique el ángulo correspondiente al $\measuredangle a$.
b. Mida el $\measuredangle a$ y su ángulo correspondiente con un transportador y compare la medida de los ángulos correspondientes.



S a.

Respuesta: el ángulo correspondiente al $\measuredangle a$ es el $\measuredangle e$.

b.

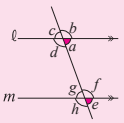
$\measuredangle a = 70°$
$\measuredangle e = 70°$
Entonces, la medida del $\measuredangle a$ y $\measuredangle e$ es igual.
$\measuredangle a = \measuredangle e$

C Si una recta se interseca con dos rectas paralelas, entonces la medida de los ángulos correspondientes es igual.

Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle a = \measuredangle e$.

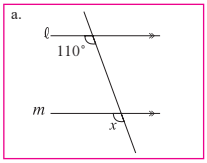
Recíprocamente, si la medida de los ángulos correspondientes a y e es igual, entonces las rectas ℓ y m son paralelas.

Si $\measuredangle a = \measuredangle e$, entonces $\ell \parallel m$.

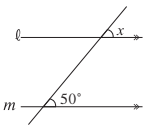


E 1. Dado $\ell \parallel m$, encuentre la medida de $\measuredangle x$.

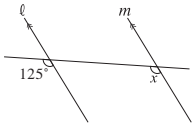
a.



b.

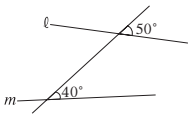


c.

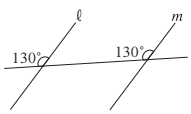


2. Identifique el inciso que representa $\ell \parallel m$.

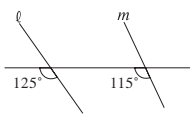
a.



b.



c.



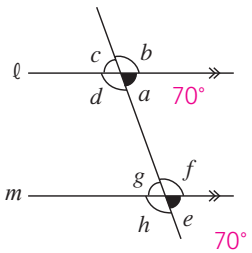
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\measuredangle x = 110°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos correspondientes es igual.
   b. $\measuredangle x = 50°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos correspondientes es igual.
   c. $\measuredangle x = 125°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos correspondientes es igual.
2. b: Si la medida de los ángulos correspondientes es igual, entonces las rectas ℓ y m son paralelas.

Fecha: dd – mm – aa
5-4-3 Ángulos correspondientes y líneas paralelas

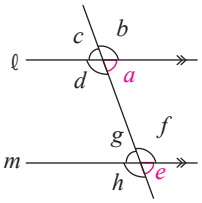
Ⓟ Si ℓ y m son rectas paralelas:
a. Identifique el ángulo correspondiente al $\measuredangle a$.
b. Mida el $\measuredangle a$ y el $\measuredangle e$ y compare la medida de los ángulos correspondientes.

Ⓢ



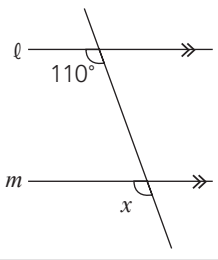
a. Es el $\measuredangle e$.
b. $\measuredangle a = 70°$
$\measuredangle e = 70°$ ⇨ $\measuredangle a = \measuredangle e$

Ⓒ - Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$, $\measuredangle c = \measuredangle g$ y $\measuredangle d = \measuredangle h$.
- Si $\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$, $\measuredangle c = \measuredangle g$ o $\measuredangle d = \measuredangle h$, entonces $\ell \parallel m$.



Ⓔ 1. Dado $\ell \parallel m$, encuentre la medida de $\measuredangle x$.

a.



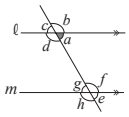
R: $\measuredangle x = 110°$ (por ser ángulo correspondiente)

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 4 Ángulos alternos y líneas paralelas

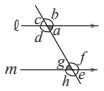
Aprendizaje esperado:
Encuentra la medida de los ángulos alternos cuando una recta se interseca con dos rectas paralelas.

Sección 4 Ángulos y líneas paralelas
Clase 4 Ángulos alternos y líneas paralelas

P1 Si ℓ y m son rectas paralelas:
a. Identifique el ángulo alterno interno del $\measuredangle a$.
b. Mida el $\measuredangle a$ y su ángulo alterno interno con un transportador y compare sus medidas.

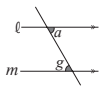


S1 a.



Respuesta: el ángulo alterno interno del $\measuredangle a$ es el $\measuredangle g$.

b.



$\measuredangle a = 60°$
$\measuredangle g = 60°$

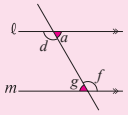
Entonces, la medida del $\measuredangle a$ y del $\measuredangle g$ es igual.
$\measuredangle a = \measuredangle g$

C1 Si una recta se interseca con dos rectas paralelas, entonces la medida de los ángulos alternos internos es igual.

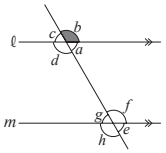
Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle a = \measuredangle g$.

Recíprocamente, si la medida de los ángulos alternos internos a y g es igual, entonces las dos rectas ℓ y m son paralelas.

Si $\measuredangle a = \measuredangle g$, entonces $\ell \parallel m$.



P2 Si ℓ y m son rectas paralelas:
a. Identifique el ángulo alterno externo del $\measuredangle b$.
b. Mida el $\measuredangle b$ y su ángulo alterno externo y compare la medida de los ángulos alternos externos.



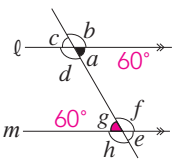
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\measuredangle x = 110°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos alternos internos es igual.
   b. $\measuredangle x = 95°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos alternos externos es igual.
   c. $\measuredangle x = 30°$: Si $\ell \parallel m$, entonces la medida de los ángulos alternos externos es igual.
2. a y c: Si la medida de los ángulos alternos externos es igual, entonces las rectas ℓ y m son paralelas.

Fecha: dd – mm – aa
5-4-4 Ángulos alternos y líneas paralelas

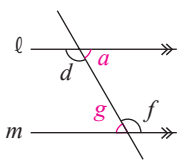
(P1) Si ℓ y m son rectas paralelas:
a. Identifique el ángulo alterno interno del $\measuredangle a$.
b. Mida el $\measuredangle a$ y su ángulo alterno interno y compare sus medidas.

(S1)



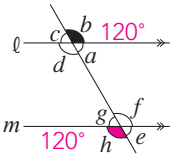
a. Es el $\measuredangle g$.
b. $\measuredangle a = 60°$
$\measuredangle g = 60°$
⇨ $\measuredangle a = \measuredangle g$

(C1) - Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle a = \measuredangle g$ y $\measuredangle d = \measuredangle f$.
- Si $\measuredangle a = \measuredangle g$ o $\measuredangle d = \measuredangle f$, entonces $\ell \parallel m$.



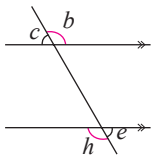
(P2) a. Si ℓ y m son rectas paralelas, identifique el ángulo alterno externo del $\measuredangle b$.
b. Mida el $\measuredangle b$ y su ángulo alterno externo y compare sus medidas.

(S2)



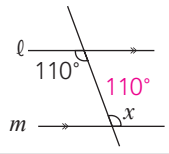
a. Es el $\measuredangle h$.
b. $\measuredangle b = 120°$
$\measuredangle h = 120°$
⇨ $\measuredangle b = \measuredangle h$

(C2) - Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle b = \measuredangle h$ y $\measuredangle c = \measuredangle e$.
- Si $\measuredangle b = \measuredangle h$ o $\measuredangle c = \measuredangle e$, entonces $\ell \parallel m$.

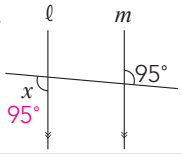


(E) 1. Dado $\ell \parallel m$, encuentre la medida del $\measuredangle x$.

a.

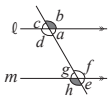


b.



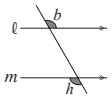
S2

a.



Respuesta: el ángulo alterno externo del $\measuredangle b$ es el $\measuredangle h$.

b.



$\measuredangle b = 120°$
$\measuredangle h = 120°$

Entonces, la medida del $\measuredangle b$ y del $\measuredangle h$ es igual.
$\measuredangle b = \measuredangle h$

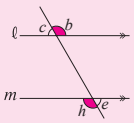
C2

Si una recta se interseca con dos rectas paralelas, entonces la medida de los ángulos alternos externos es igual.

Si $\ell \parallel m$, entonces $\measuredangle b = \measuredangle h$.

Recíprocamente, si la medida de los ángulos alternos externos b y h es igual, entonces las rectas ℓ y m son paralelas.

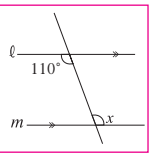
Si $\measuredangle b = \measuredangle h$, entonces $\ell \parallel m$.



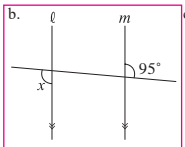
E

1. Dado $\ell \parallel m$, encuentre la medida de $\measuredangle x$.

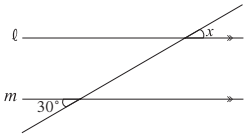
a.



b.

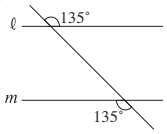


c.

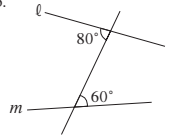


2. Identifique el inciso que representa $\ell \parallel m$.

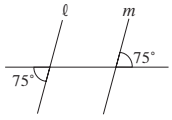
a.



b.



c.



Sección 5 Polígonos
Clase 1 Figuras abiertas y cerradas

Aprendizaje esperado:
Clasifica figuras en abiertas y cerradas.

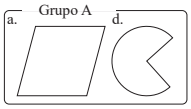
Sección 5 Polígonos
Clase 1 Figuras abiertas y cerradas

(P) Clasifique las siguientes figuras en dos grupos e identifique las características de cada grupo.

a. b. c. d.

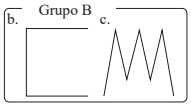
(S) Grupo A: a y d

Grupo B: b y c

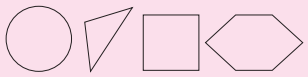


El grupo A consiste en figuras planas rodeadas con líneas o segmentos.

El grupo B consiste en figuras planas no rodeadas con líneas o segmentos.



(C) A una figura plana rodeada con líneas o segmentos consecutivos, como los siguientes ejemplos, se le llama **figura cerrada**.



A una figura plana no rodeada con líneas o segmentos consecutivos, como los siguientes ejemplos, se le llama **figura abierta**.

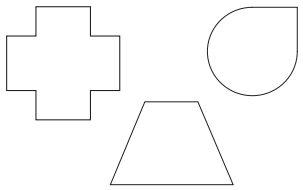
(E) 1. Clasifique las siguientes figuras según sean cerradas o abiertas.

a. b. c.

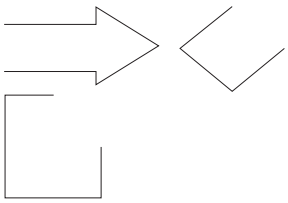
2. Dibuje un ejemplo diferente de las figuras de esta página.
   a. Figura cerrada b. Figura abierta

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Figura abierta b. Figura cerrada
   c. Figura cerrada
2. a. Ejemplos:



b. Ejemplos:

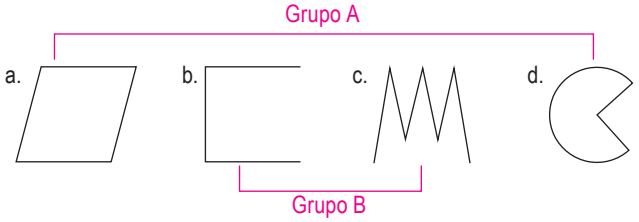


Fecha: dd – mm – aa

5-5-1 Figuras abiertas y cerradas

(P) Clasifique las figuras en dos grupos e identifique las características de cada grupo.

(S)



El grupo A consiste en figuras planas rodeadas con líneas o segmentos. → Figura cerrada

El grupo B consiste en figuras planas no rodeadas con líneas o segmentos. → Figura abierta

(E) 1. Clasifique las figuras según sean cerradas o abiertas.

a.

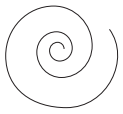


Figura abierta

b.

Figura cerrada

c.

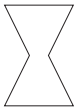


Figura cerrada

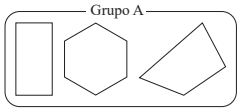
Sección 5 Polígonos
Clase 2 Figuras convexas y cóncavas

Aprendizaje esperado:
Clasifica figuras en convexas y cóncavas.

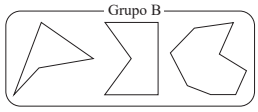
Sección 5 Polígonos
Clase 2 Figuras convexas y cóncavas

(P) Identifique las características de los ángulos de los grupos A y B.

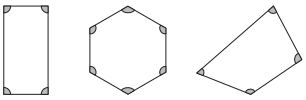
Grupo A



Grupo B

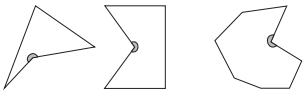


(S) En el grupo A, todos los ángulos internos son menores que 180°.

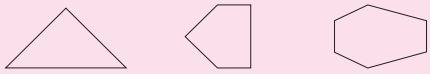


A los ángulos formados dentro de un polígono se les llama **ángulos internos**.

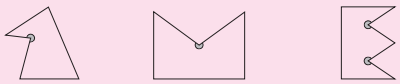
En el grupo B, existe un ángulo interno mayor que 180°.



(C) A una figura con todos los ángulos internos menores que 180°, como los siguientes ejemplos, se le llama **figura convexa**.

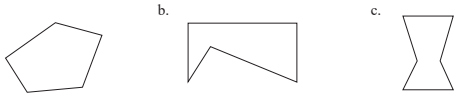


A una figura con al menos un ángulo interno mayor que 180°, como los siguientes ejemplos, se le llama **figura cóncava**.



(E) 1. Clasifique las siguientes figuras según sean convexas o cóncavas.

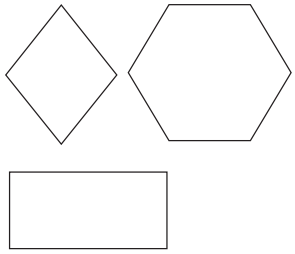
a. b. c.



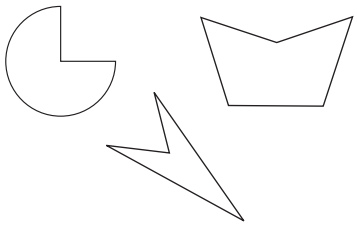
2. Dibuje un ejemplo diferente de las figuras de esta página.
   a. Figura convexa b. Figura cóncava

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Figura convexa b. Figura cóncava
   c. Figura cóncava
2. a. Ejemplos:



b. Ejemplos:



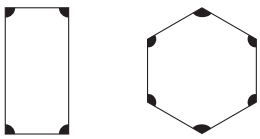
Fecha: dd – mm – aa

5-5-2 Figuras convexas y cóncavas

(P) Identifique las características de los ángulos de los grupos A y B.

(S)

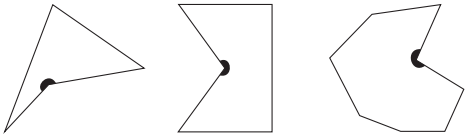
Grupo A



Ángulos internos

Todos los ángulos internos son menores que 180°. ⟶ Figura convexa

Grupo B



Existe al menos un ángulo interno mayor que 180°. ⟶ Figura cóncava

(E) 1. Clasifique las figuras según sean convexas o cóncavas.

a.

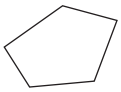


Figura convexa

b.

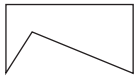


Figura cóncava

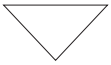
c.

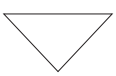
Figura cóncava

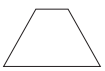
Aprendizaje esperado:
Clasifica polígonos según el número de lados.

Sección 5 Polígonos
Clase 3 Polígonos

P Clasifique los siguientes polígonos en cinco grupos, identificando el número de lados.

a.
b.
c.
d.
e.
f.
g.
h.
i.
j. 

S Grupo 1: los polígonos que tienen tres lados.
c.
j. 

Grupo 2: los polígonos que tienen cuatro lados.
a.
i. 

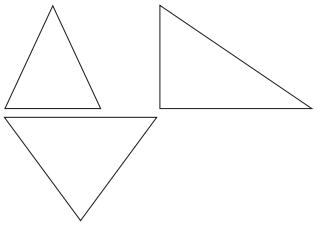
Grupo 3: los polígonos que tienen cinco lados.
d.
g.

Grupo 4: los polígonos que tienen seis lados.
e.
f.

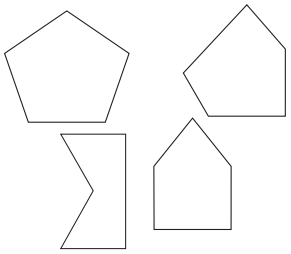
Grupo 5: los polígonos que tienen siete lados.
b.
h.

Solucionario de los ejercicios:

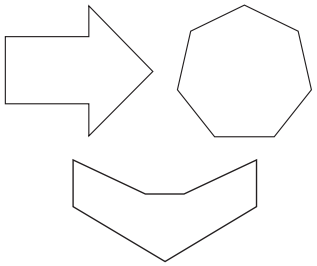
1. a. Decágono
   b. Triángulo
   c. Heptágono
   d. Cuadrilátero
   e. Octágono
   f. Pentágono
   g. Eneágono
   h. Hexágono
2. a. Ejemplos:



b. Ejemplos:

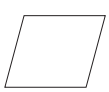
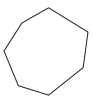
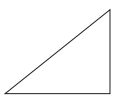
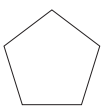
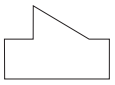
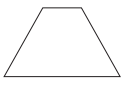
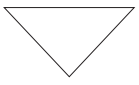


c. Ejemplos:



Fecha: dd – mm – aa
5-5-3 Polígonos

P Clasifique los polígonos en cinco grupos, identificando el número de lados.

S a.  4 lados
b.  7 lados
c.  3 lados
d. 5 lados
e. 6 lados
f. 6 lados
g.  5 lados
h.  7 lados
i.  4 lados
j.  3 lados

Grupo 1: c y j
Triángulo

Grupo 2: a e i
Cuadrilátero

Grupo 3: d y g
Pentágono

Grupo 4: e y f
Hexágono

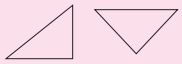
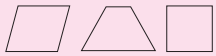
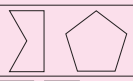
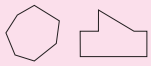
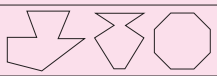
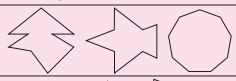
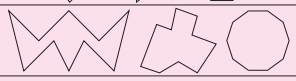
Grupo 5: b y h
Heptágono

C Polígonos con:
8 lados ⟶ Octágono
9 lados ⟶ Eneágono
10 lados ⟶ Decágono

E 1. Escriba el nombre de los polígonos.

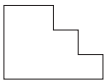
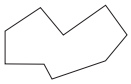
	No. de lados	Nombre del polígono
a.	10	Decágono
b.	3	Triángulo
c.	7	Heptágono
d.	4	Cuadrilátero
e.	8	Octágono
f.	5	Pentágono
g.	9	Eneágono
h.	6	Hexágono

C

Número de lados	Nombre del polígono	Ejemplo del polígono
3	**Triángulo**	
4	**Cuadrilátero**	
5	**Pentágono**	
6	**Hexágono**	
7	**Heptágono**	
8	**Octágono**	
9	**Eneágono**	
10	**Decágono**	

E

1. Escriba el nombre de los siguientes polígonos.

a.
b.
c.
d.
e. 
f.
g. 
h.

2. Dibuje los siguientes polígonos, utilizando regla.
   a. Triángulo b. Pentágono c. Heptágono

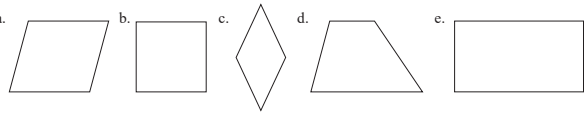
Sección 6 Cuadriláteros
Clase 1 Clasificación de cuadriláteros

Aprendizaje esperado:
Clasifica cuadriláteros según su definición.

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 1 Clasificación de cuadriláteros

(P) Complete la tabla con el inciso y el nombre que corresponde a la definición de cada cuadrilátero. Solo puede utilizar una vez cada inciso.

a. b. c. d. e.



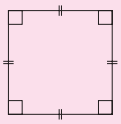
Inciso					
Nombre					
Definiciones	Posee cuatro lados de la misma longitud y cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro lados de la misma longitud.	Posee dos pares de lados opuestos paralelos.	Posee un par de lados opuestos paralelos.

(S)

Inciso	b.	e.	c.	a.	d.
Nombre	Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Paralelogramo	Trapecio
Definiciones	Posee cuatro lados de la misma longitud y cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro lados de la misma longitud.	Posee dos pares de lados opuestos paralelos.	Posee un par de lados opuestos paralelos.

(C)

Cuadrado:
Es un cuadrilátero con cuatro lados de la misma longitud y cuatro ángulos rectos (90°).



Rectángulo:
Es un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos (90°).

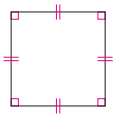
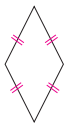
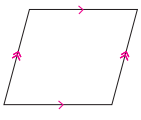
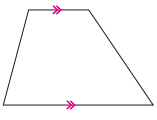
Solucionario de los ejercicios:

a. Trapecio b. Cuadrado c. Paralelogramo
d. Rectángulo e. Rombo f. Rectángulo
g. Rombo h. Paralelogramo i. Trapecio

Fecha: dd – mm – aa
5-6-1 Clasificación de cuadriláteros

(P) Complete la tabla.

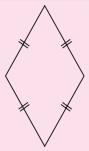
(S) (C)

Inciso	b. 	e.	c. 	a. 	d. 
Nombre	Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Paralelogramo	Trapecio
Definiciones	Posee cuatro lados de la misma longitud y cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro ángulos de 90°.	Posee cuatro lados de la misma longitud.	Posee dos pares de lados opuestos paralelos.	Posee un par de lados opuestos paralelos.

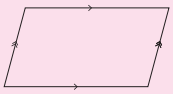
(E) Escriba el nombre de los cuadriláteros.

a. Trapecio b. Cuadrado c. Paralelogramo d. Rectángulo e. Rombo
f. Rectángulo g. Rombo h. Paralelogramo i. Trapecio

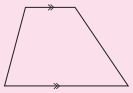
Rombo:
Es un cuadrilátero con cuatro lados de la misma longitud.



Paralelogramo:
Es un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos.



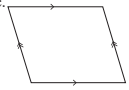
Trapecio:
Es un cuadrilátero con un par de lados opuestos paralelos.

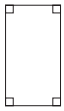


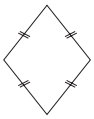
Escriba el nombre de los siguientes cuadriláteros.

a.

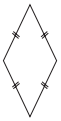
b.

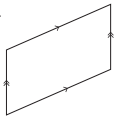
c. 

d. 

e. 

f.

g. 

h. 

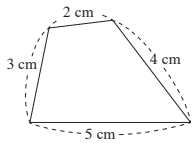
i.

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 2 Perímetro de cuadriláteros

Aprendizaje esperado:
Encuentra el perímetro de un cuadrilátero.

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 2 Perímetro de cuadriláteros

P Encuentre el perímetro del siguiente cuadrilátero.



El perímetro es la suma de la longitud de todos los lados.

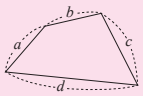
S $3 + 2 + 4 + 5 = 14$

Respuesta: 14 cm

C A la suma de la longitud de todos los lados de una figura plana se le llama **perímetro**. El perímetro de un cuadrilátero es la suma de la longitud de sus cuatro lados.

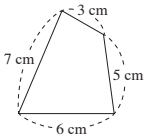
$$P = a + b + c + d$$

donde P es el perímetro.

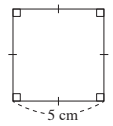


E Encuentre el perímetro de los siguientes cuadriláteros.

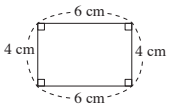
a.



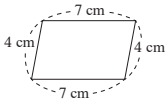
b.



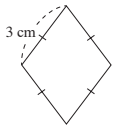
c.



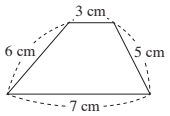
d.



e.



f.



Solucionario de los ejercicios:

a. $7 + 3 + 5 + 6 = 21$
R: 21 cm

b. $5 + 5 + 5 + 5 = 20$
R: 20 cm

c. $4 + 6 + 4 + 6 = 20$
R: 20 cm

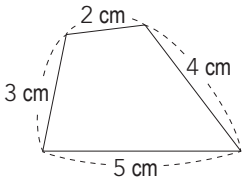
d. $4 + 7 + 4 + 7 = 22$
R: 22 cm

e. $3 + 3 + 3 + 3 = 12$
R: 12 cm

f. $6 + 3 + 5 + 7 = 21$
R: 21 cm

Fecha: dd – mm – aa
5-6-2 Perímetro de cuadriláteros

(P) Encuentre el perímetro de los cuadriláteros.



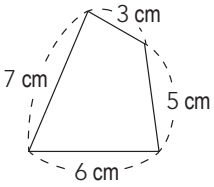
(S) $3 + 2 + 4 + 5 = 14$

R: 14 cm

(C) A la suma de la longitud de todos los lados de una figura plana se le llama perímetro.

(E) Encuentre el perímetro.

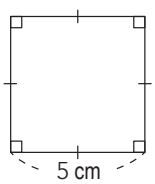
a.



$7 + 3 + 5 + 6 = 21$

R: 21 cm

b.



$5 + 5 + 5 + 5 = 20$

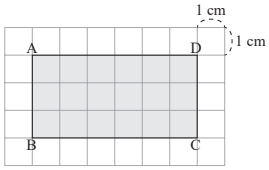
R: 20 cm

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 3 Área de rectángulos y cuadrados

Aprendizaje esperado:
Encuentra el área de un rectángulo.
Encuentra el área de un cuadrado.

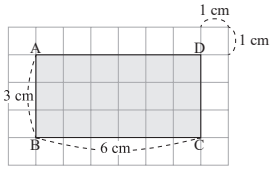
Sección 6 Cuadriláteros
Clase 3 Área de rectángulos y cuadrados

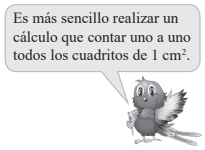
P1 ¿Cuántos cm² tiene el área del rectángulo ABCD?



S1 Área del rectángulo ABCD = número de cuadritos de 1 cm² que posee el rectángulo ABCD.
Por tanto:
cuadritos del lado horizontal × cuadritos del lado vertical = todos los cuadritos

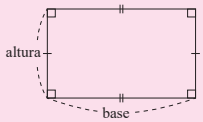
6	×	3	=	18
longitud horizontal (base)		longitud vertical (altura)		medida del área

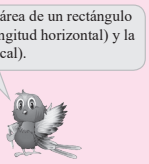




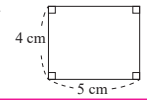
Respuesta: 18 cm²

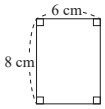
C1 Área de un rectángulo = base × altura

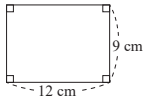




E1 ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes rectángulos?

a.


b.


c.


Solucionario de los ejercicios:

E1. a. $5 \times 4 = 20$
R: 20 cm²

b. $6 \times 8 = 48$
R: 48 cm²

c. $12 \times 9 = 108$
R: 108 cm²

E2. a. $7 \times 7 = 49$
R: 49 cm²

b. $11 \times 11 = 121$
R: 121 cm²

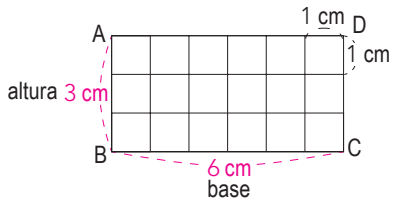
c. $13 \times 13 = 169$
R: 169 cm²

Fecha: dd – mm – aa

5-6-3 Área de rectángulos y cuadrados

P1 ¿Cuántos cm² tiene el área del rectángulo ABCD?

S1

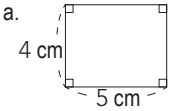


6	×	3	=	18
base		altura		área

R: 18 cm²

C1 Área de un rectángulo = base × altura

E1 ¿Cuántos cm² tiene el área?

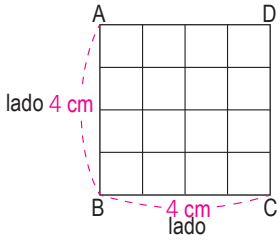
a.


5	×	4	=	20
base		altura		área

R: 20 cm²

P2 ¿Cuántos cm² tiene el área del cuadrado ABCD?

S2

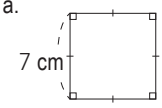


4	×	4	=	16
lado		lado		área

R: 16 cm²

C2 Área de un cuadrado = lado × lado

E2 ¿Cuántos cm² tiene el área?

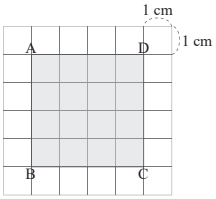
a.


7	×	7	=	49
lado		lado		área

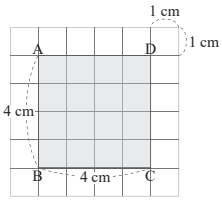
R: 49 cm²

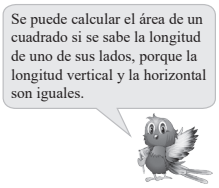
Unidad 5 Geometría

P2 ¿Cuántos cm² tiene el área del cuadrado ABCD?



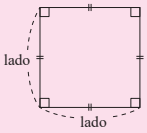
S2 (Área del cuadrado ABCD)
= (longitud horizontal) × (longitud vertical)
= 4 × 4
= 16





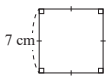
Respuesta: 16 cm²

C2 Área de un cuadrado = lado × lado

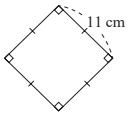


E2 ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes cuadrados?

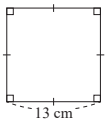
a.



b.



c.

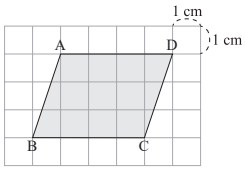


Sección 6 Cuadriláteros
Clase 4 Área de paralelogramos

Aprendizaje esperado:
Encuentra el área de un paralelogramo.

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 4 Área de paralelogramos

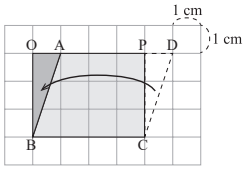
(P) ¿Cuántos cm² tiene el área del paralelogramo ABCD?



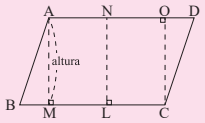
(S) Para calcular el área de un paralelogramo, piense en el paralelogramo ABCD, transformado en el rectángulo OBCP.

(Área del paralelogramo ABCD)
= (área del rectángulo OBCP)
= (base) × (altura)
= 4 × 3
= 12

Respuesta: 12 cm²



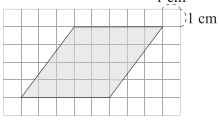
(C) Para calcular el área de un paralelogramo, se considera el lado BC como base y el segmento perpendicular a esa base AM, como su altura.
Los segmentos NL y OC también se consideran como altura. Área de un paralelogramo = base × altura



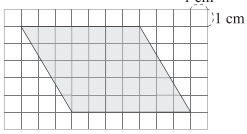
En un paralelogramo se puede considerar la base como la longitud horizontal y la altura como la longitud vertical del rectángulo.

(E) 1. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes paralelogramos?

a.

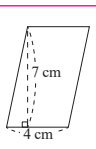


b.

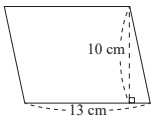


2. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes paralelogramos?

a.



b.



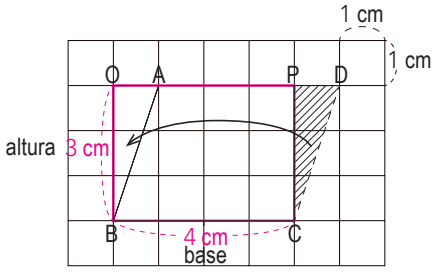
Solucionario de los ejercicios:

1. a. 5 × 4 = 20 R: 20 cm²
   b. 7 × 5 = 35 R: 35 cm²
2. a. 4 × 7 = 28 R: 28 cm²
   b. 13 × 10 = 130 R: 130 cm²

Fecha: dd – mm – aa
5-6-4 Área de paralelogramos

(P) ¿Cuántos cm² tiene el área del paralelogramo ABCD?

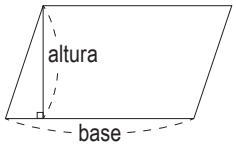
(S)



(Área del paralelogramo ABCD)
= (área del rectángulo OBCP)
= (base) × (altura)
= 4 × 3
= 12

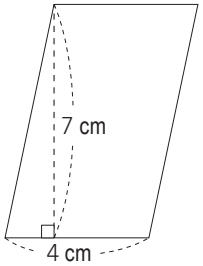
R: 12 cm²

(C) Área de un paralelogramo = base × altura



(E) 2. ¿Cuántos cm² tiene el área?

a.



4 (base) × 7 (altura) = 28 (área)

R: 28 cm²

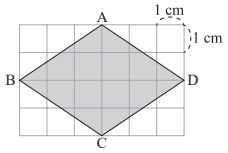
Unidad 5 Geometría

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 5 Área de rombos

Aprendizaje esperado:
Encuentra el área de un rombo.

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 5 Área de rombos

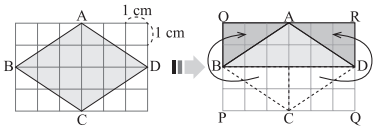
P ¿Cuántos cm² tiene el área del rombo ABCD?



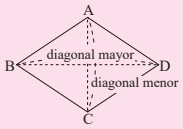
S El rombo ABCD se puede considerar como la mitad del rectángulo OPQR.

(Área del rombo ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (área del rectángulo OPQR)
$= \frac{1}{2} \times (6 \times 4)$
$= 12$

Respuesta: 12 cm²



C En el rombo ABCD, a la diagonal BD que es la más larga se le llama **diagonal mayor** y a la diagonal AC que es la más corta se le llama **diagonal menor**.



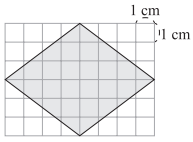
Área de un rombo $= \frac{1}{2} \times$ diagonal mayor $\times$ diagonal menor

En un rombo, las diagonales se pueden considerar como la base y la altura del rectángulo.

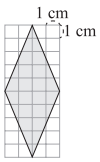
E

1. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes rombos?

a.

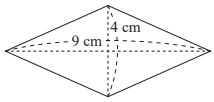


b.

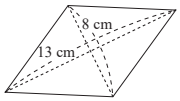


2. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes rombos?

a.



b.



Solucionario de los ejercicios:

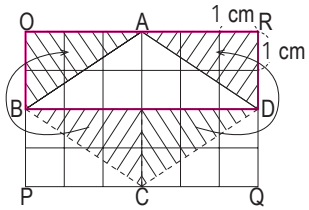
1. a. $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ R: 24 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20$ R: 20 cm²
2. a. $\frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18$ R: 18 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times 13 \times 8 = 52$ R: 52 cm²

Unidad 5 Geometría

Fecha: dd – mm – aa
5-6-5 Área de rombos

Ⓟ ¿Cuántos cm² tiene el área del rombo ABCD?

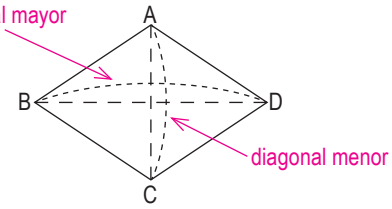
Ⓢ



(Área del rombo ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (área del rectángulo OPQR)
$= \frac{1}{2} \times (6 \times 4)$
$= 12$

R: 12 cm²

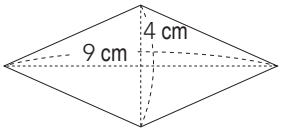
Ⓒ



Área de un rombo $= \frac{1}{2} \times$ diagonal mayor $\times$ diagonal menor

Ⓔ 2. ¿Cuántos cm² tiene el área?

a.



$\frac{1}{2} \times 9 \times 4$
$= 18$

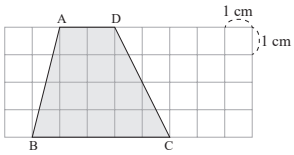
R: 18 cm²

Sección 6 Cuadriláteros
Clase 6 Área de trapecios

Aprendizaje esperado:
Encuentra el área de un trapecio.

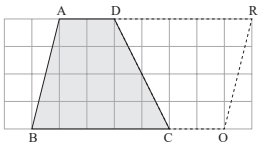
Sección 6 Cuadriláteros
Clase 6 Área de trapecios

P ¿Cuántos cm² tiene el área del trapecio ABCD?



S El trapecio ABCD se puede considerar como la mitad del paralelogramo ABOR.

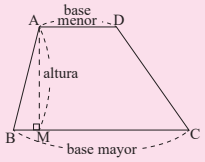
(Área del trapecio ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (área del paralelogramo ABOR)
$= \frac{1}{2} \times$ (base BO × altura)
$= \frac{1}{2} \times [(5+2) \times 4]$
$= 14$
Respuesta: 14 cm²



C En el trapecio ABCD, a los dos lados paralelos BC y AD, se les llama **base mayor** y **base menor**, respectivamente.
La longitud del segmento perpendicular AM intersecado con la base mayor BC y la menor AD se considera como la altura.

Área de un trapecio $= \frac{1}{2} \times$ (base mayor + base menor) × altura

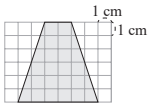
En un trapecio se puede considerar "base mayor + base menor" como la base del paralelogramo.



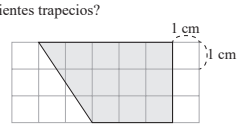
E

1. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes trapecios?

a.

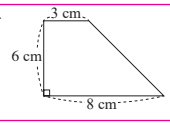


b.

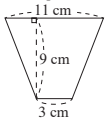


2. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes trapecios?

a.



b.



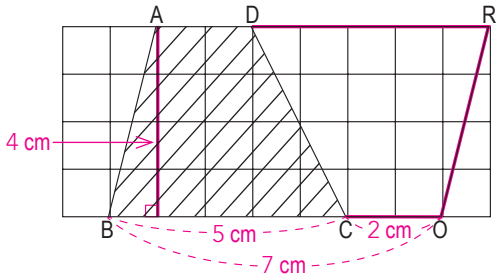
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\frac{1}{2} \times (6+2) \times 6 = 24$
   R: 24 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times (5+3) \times 3 = 12$
   R: 12 cm²
2. a. $\frac{1}{2} \times (8+3) \times 6 = 33$
   R: 33 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times (11+3) \times 9 = 63$
   R: 63 cm²

Fecha: dd – mm – aa
5-6-6 Área de trapecios

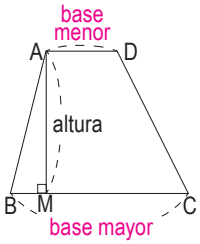
Ⓟ ¿Cuántos cm² tiene el área del trapecio ABCD?

Ⓢ



(Área del trapecio ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (área del paralelogramo ABOR)
$= \frac{1}{2} \times [(5+2) \times 4]$
$= 14$ R: 14 cm²

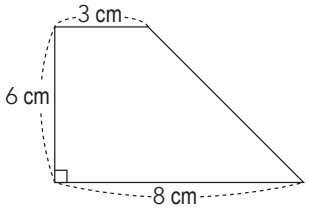
Ⓒ



Área de un trapecio $= \frac{1}{2} \times$ (base mayor + base menor) × altura

Ⓔ 2. ¿Cuántos cm² tiene el área?

a.



$\frac{1}{2} \times (8+3) \times 6$
$= 33$
R: 33 cm²

Unidad 5 Geometría

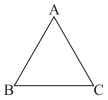
Sección 7 Triángulos
Clase 1 Clasificación de triángulos por sus lados

Aprendizaje esperado:
Clasifica triángulos según la longitud de sus lados.

Sección 7 Triángulos
Clase 1 Clasificación de triángulos por sus lados

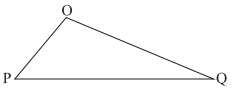
P Mida la longitud de cada lado de los triángulos que están abajo con una regla y anote.

a. $\overline{AB}$ = ___ cm
$\overline{BC}$ = ___ cm
$\overline{CA}$ = ___ cm



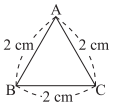
b. $\overline{EF}$ = ___ cm
$\overline{FG}$ = ___ cm
$\overline{GE}$ = ___ cm

c. $\overline{OP}$ = ___ cm
$\overline{PQ}$ = ___ cm
$\overline{QO}$ = ___ cm

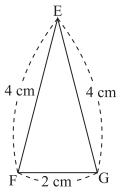


S

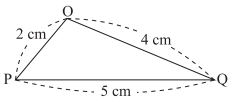
a. $\overline{AB}$ = 2 cm
$\overline{BC}$ = 2 cm
$\overline{CA}$ = 2 cm
La longitud de los tres lados es igual.



b. $\overline{EF}$ = 4 cm
$\overline{FG}$ = 2 cm
$\overline{GE}$ = 4 cm
La longitud de dos de los tres lados es igual.



c. $\overline{OP}$ = 2 cm
$\overline{PQ}$ = 5 cm
$\overline{QO}$ = 4 cm
La longitud de los tres lados es diferente.

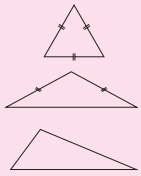


C

A un triángulo que posee la misma longitud en sus tres lados se le llama **triángulo equilátero**.

A un triángulo que posee dos lados con igual longitud se le llama **triángulo isósceles**.

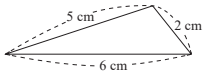
A un triángulo que posee diferente longitud en sus tres lados se le llama **triángulo escaleno**.



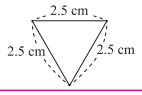
E

1. Clasifique los siguientes triángulos en equilátero, isósceles o escaleno, según la medida de sus lados.

a.



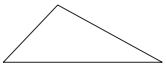
b.



c.

2. Clasifique los siguientes triángulos en equilátero, isósceles o escaleno. Utilice regla para medir la longitud de cada lado.

a.



b.

c.

Solucionario de los ejercicios:

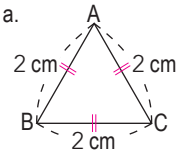
1. a. Triángulo escaleno b. Triángulo equilátero
   c. Triángulo isósceles
2. a. Triángulo escaleno b. Triángulo isósceles
   c. Triángulo equilátero

Fecha: dd – mm – aa

5-7-1 Clasificación de triángulos por sus lados

(P) Mida la longitud de cada lado.

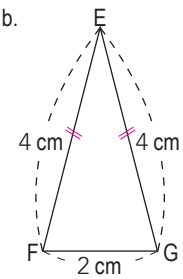
(S) a.



La longitud de los tres lados es igual.

Triángulo equilátero

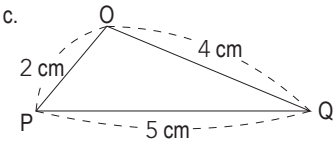
b.



La longitud de dos de los tres lados es igual.

Triángulo isósceles

c.

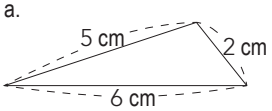


La longitud de los tres lados es diferente.

Triángulo escaleno

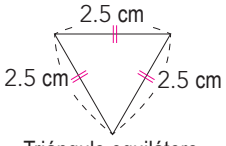
(E) 1. Clasifique en equilátero, isósceles o escaleno.

a.



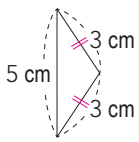
Triángulo escaleno

b.



Triángulo equilátero

c.



Triángulo isósceles

Sección 7 Triángulos
Clase 2 Clasificación de triángulos por sus ángulos

Aprendizaje esperado:
Clasifica triángulos según la medida de sus ángulos.

Sección 7 Triángulos
Clase 2 Clasificación de triángulos por sus ángulos

(P1) Mida y anote la medida de cada ángulo de los tres triángulos indicados.

En la figura que está a la izquierda, se expresa el ángulo como ∡A. La medida del ∡A se expresa ∡A = 45°.

a. ∡A = ___° ∡B = ___° ∡C = ___°

b. ∡E = ___° ∡F = ___° ∡G = ___°

c. ∡O = ___° ∡P = ___° ∡Q = ___°

(S1) a. ∡A = 30° ∡B = 50° ∡C = 100°

b. ∡E = 60° ∡F = 80° ∡G = 40°

c. ∡O = 40° ∡P = 90° ∡Q = 50°

(P2) Identifique a qué categoría corresponde cada triángulo de P1 (el △ABC, el △EFG y el △OPQ).

a. Los tres ángulos internos son menores que 90°.
b. Uno de los tres ángulos internos es de 90°.
c. Uno de los tres ángulos internos es mayor que 90°.

El triángulo ABC se expresa como △ABC.

(S2) a. △EFG b. △OPQ c. △ABC

(C) A un triángulo que posee todos sus ángulos internos menores que 90° se le llama **triángulo acutángulo**.

Los triángulos equiláteros son un tipo de triángulos acutángulos.

A un triángulo que posee un ángulo interno de 90° se le llama **triángulo rectángulo**.

A un triángulo que posee un ángulo interno mayor que 90° se le llama **triángulo obtusángulo**.

(E) 1. Clasifique los siguientes triángulos, según la medida de sus ángulos, en acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

a. 30°, 110°, 40°

b. 40°, 70°, 70°

c. 45°, 45°

2. Clasifique los siguientes triángulos en acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

a. b. c.

Solucionario de los ejercicios:

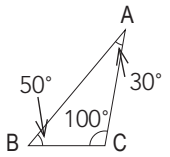
1. a. Triángulo obtusángulo b. Triángulo acutángulo
   c. Triángulo rectángulo
2. a. Triángulo acutángulo b. Triángulo rectángulo
   c. Triángulo obtusángulo

Fecha: dd – mm – aa

5-7-2 Clasificación de triángulos por sus ángulos

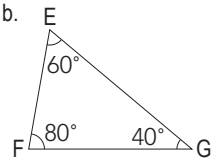
(P1) Mida y anote la medida de cada ángulo de los triángulos.

(S1) a.



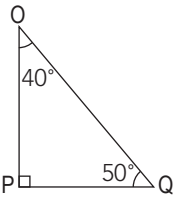
∡A = 30°
∡B = 50°
∡C = 100°

b.



∡E = 60°
∡F = 80°
∡G = 40°

c.



∡O = 40°
∡P = 90°
∡Q = 50°

(P2) Identifique a qué categoría corresponde cada triángulo de (P1).

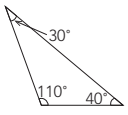
(S2) a. Los tres ángulos internos son menores que 90°. R: △EFG
Triángulo acutángulo

b. Uno de los tres ángulos internos es de 90°. R: △OPQ
Triángulo rectángulo

c. Uno de los tres ángulos internos es mayor que 90°. R: △ABC
Triángulo obtusángulo

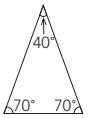
(E) 1. Clasifique los triángulos, según la medida de sus ángulos, en acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

a.



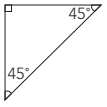
Triángulo obtusángulo

b.



Triángulo acutángulo

c.



Triángulo rectángulo

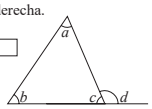
Sección 7 Triángulos
Clase 3 Relación entre los ángulos internos y externos de un triángulo

Aprendizaje esperado:
Encuentra la medida de un ángulo al relacionar los ángulos internos y externos de un triángulo.

Sección 7 Triángulos
Clase 3 Relación entre los ángulos internos y externos de un triángulo

P

1. Complete los espacios en blanco con base en el triángulo que está a la derecha.
   a. $\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c = \square^\circ$
   b. Expresa la suma del $\measuredangle a$ y el $\measuredangle b$ usando el $\measuredangle c$: $\measuredangle a + \measuredangle b = \square$
   c. $\measuredangle c + \measuredangle d = \square^\circ$
   d. Expresa $\measuredangle d$ usando $\measuredangle c$: $\measuredangle d = \square$



2. Compare las medidas de los ángulos obtenidos en los incisos b y d.

S

1. a. La suma de los ángulos internos del triángulo es 180°.
   Por tanto, $\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c = \boxed{180}^\circ$.

   b. Para expresar la suma del $\measuredangle a$ y el $\measuredangle b$ usando el $\measuredangle c$, de la suma de los ángulos internos del triángulo (180°) reste el $\measuredangle c$.
   Por tanto, $\measuredangle a + \measuredangle b = \boxed{180^\circ - \measuredangle c}$.

   La mitad del círculo mide 180°. Al ángulo de 180° se le llama ángulo llano.

   c. Un ángulo llano mide 180°.
   Por tanto, $\measuredangle c + \measuredangle d = \boxed{180}^\circ$.

   d. Para expresar el $\measuredangle d$ usando el $\measuredangle c$, reste el $\measuredangle c$ del ángulo llano (180°).
   $\measuredangle d = \boxed{180^\circ - \measuredangle c}$

2. $\measuredangle a + \measuredangle b = 180^\circ - \measuredangle c$
   $\measuredangle d = 180^\circ - \measuredangle c$

   Por tanto, la suma del $\measuredangle a$ y el $\measuredangle b$ es igual al $\measuredangle d$.
   $\measuredangle a + \measuredangle b = \measuredangle d$

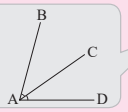
C

A un ángulo formado por un lado de un triángulo y la extensión de su lado adyacente se le llama **ángulo externo**.

A los tres ángulos formados dentro de un triángulo se les llama **ángulos internos**.

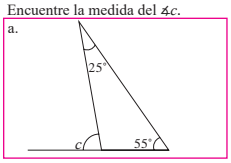
La medida del ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes.

A dos ángulos que tienen un lado y el vértice en común se les llama ángulos adyacentes.
∡BAC y ∡CAD son ángulos adyacentes.
Tienen un lado en común (el rayo AC).
Tienen el vértice en común (el punto A).

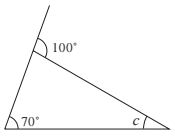


E Encuentre la medida del $\measuredangle c$.

a.



b.



Solucionario de los ejercicios:

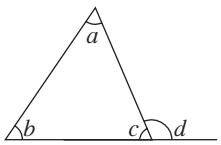
a. $\measuredangle c = 25^\circ + 55^\circ$
$= 80^\circ$

b. $\measuredangle c + 70^\circ = 100^\circ$
$\measuredangle c + 70^\circ - 70^\circ = 100^\circ - 70^\circ$
$\measuredangle c = 30^\circ$

Fecha: dd – mm – aa

5-7-3 Relación entre los ángulos internos y externos de un triángulo

Ⓟ

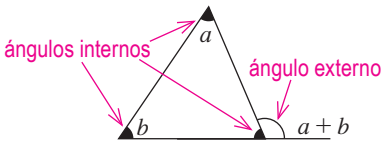


1. Complete los espacios.
2. Compare las medidas de los ángulos obtenidos en los incisos b y d.

Ⓢ 1. a. $\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c = \boxed{180}^\circ$
b. La suma del $\measuredangle a$ y el $\measuredangle b$: $\measuredangle a + \measuredangle b = \boxed{180^\circ - \measuredangle c}$
c. $\measuredangle c + \measuredangle d = \boxed{180}^\circ$
d. $\measuredangle d = \boxed{180^\circ - \measuredangle c}$

2. $\measuredangle a + \measuredangle b = 180^\circ - \measuredangle c$
$\measuredangle d = 180^\circ - \measuredangle c$ ⇨ $\measuredangle a + \measuredangle b = \measuredangle d$

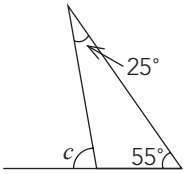
Ⓒ



La medida del ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes.

Ⓔ Encuentre la medida del $\measuredangle c$.

a.



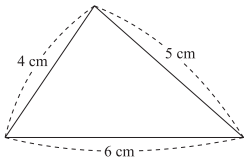
$\measuredangle c = 25^\circ + 55^\circ$
$= 80^\circ$

Sección 7 Triángulos
Clase 4 Perímetro de triángulos

Aprendizaje esperado:
Encuentra el perímetro de un triángulo.

Sección 7 Triángulos
Clase 4 Perímetro de triángulos

P Sume la longitud de los tres lados del triángulo de la derecha.



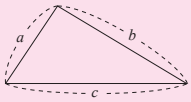
S $4 + 5 + 6 = 15$

Respuesta: la suma de la longitud de los tres lados es 15 cm.

C A la suma de la longitud de todos los lados de una figura plana se le llama perímetro. El perímetro de un triángulo es la suma de la longitud de los tres lados.

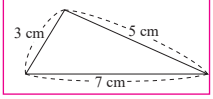
$$P = a + b + c$$

donde P es el perímetro.

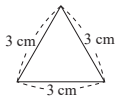


E Encuentre el perímetro de los siguientes triángulos.

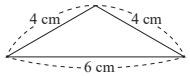
a.



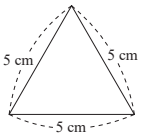
b.



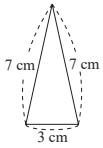
c.



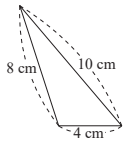
d.



e.



f.



Solucionario de los ejercicios:

a. $3 + 5 + 7 = 15$
R: 15 cm

b. $3 + 3 + 3 = 9$
R: 9 cm

c. $4 + 4 + 6 = 14$
R: 14 cm

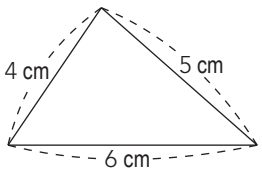
d. $5 + 5 + 5 = 15$
R: 15 cm

e. $7 + 7 + 3 = 17$
R: 17 cm

f. $8 + 10 + 4 = 22$
R: 22 cm

Fecha: dd – mm – aa
5-7-4 Perímetro de triángulos

Ⓟ Sume la longitud de los tres lados del triángulo.



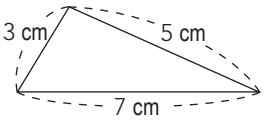
Ⓢ $4 + 5 + 6 = 15$

R: La suma de la longitud de los tres lados es 15 cm.

Ⓒ A la suma de la longitud de todos los lados de una figura plana se le llama perímetro.

Ⓔ Encuentre el perímetro.

a.



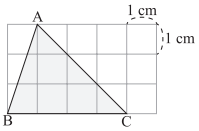
$3 + 5 + 7 = 15$ R: 15 cm

Sección 7 Triángulos
Clase 5 Área de triángulos

Aprendizaje esperado:
Encuentra el área de un triángulo.

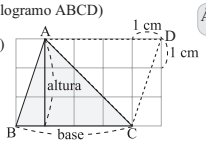
Sección 7 Triángulos
Clase 5 Área de triángulos

P ¿Cuántos cm² tiene el área del △ABC?



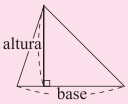
S

(Área del △ABC)
$= \frac{1}{2} \times$ (área del paralelogramo ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (base) × (altura)
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$
$= 6$
Respuesta: 6 cm²



Área de un paralelogramo = base × altura

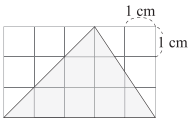
C Área de un triángulo $= \frac{1}{2} \times$ base × altura



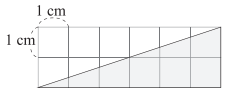
E

1. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes triángulos?

a.

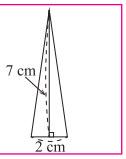


b.

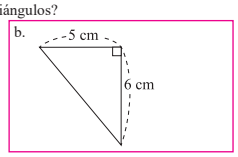


2. ¿Cuántos cm² tiene el área de los siguientes triángulos?

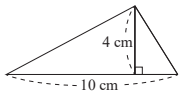
a.



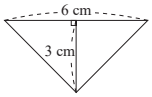
b.



c.



d.



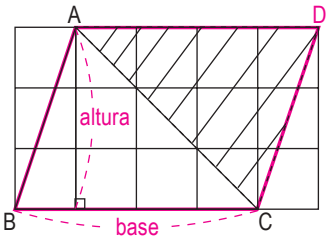
Solucionario de los ejercicios:

1. a. $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$
   R: 7.5 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$
   R: 6 cm²
2. a. $\frac{1}{2} \times 2 \times 7 = 7$
   R: 7 cm²
   b. $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$
   R: 15 cm²
   c. $\frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20$
   R: 20 cm²
   d. $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$
   R: 9 cm²

Fecha: dd – mm – aa
5-7-5 Área de triángulos

Ⓟ ¿Cuántos cm² tiene el área del △ABC?

Ⓢ

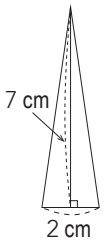


(Área del △ABC) $= \frac{1}{2} \times$ (área del paralelogramo ABCD)
$= \frac{1}{2} \times$ (base) × (altura)
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$
$= 6$
R: 6 cm²

Ⓒ Área de un triángulo $= \frac{1}{2} \times$ base × altura

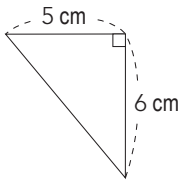
Ⓔ 2. ¿Cuántos cm² tiene el área?

a.



$\frac{1}{2} \times 2 \times 7 = 7$
R: 7 cm²

b.



$\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$
R: 15 cm²

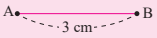
Sección 8 Propiedades y construcción de polígonos
Clase 1 Construcción de triángulos equiláteros

Aprendizaje esperado:
Construye triángulos equiláteros usando regla y compás.

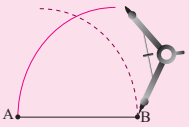
Sección 8 Propiedades y construcción de polígonos
Clase 1 Construcción de triángulos equiláteros

Ⓒ Para construir un triángulo equilátero de 3 cm de lado con regla y compás.

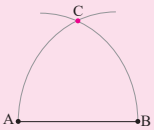
Paso 1.
Trace el segmento AB de 3 cm.



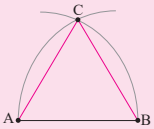
Paso 2.
Trace dos arcos con un radio de 3 cm utilizando los puntos A y B como centro.



Paso 3.
Marque la intersección C entre los dos arcos.



Paso 4.
Trace un segmento que una el punto C con el punto A, y otro que una el punto C con el punto B.



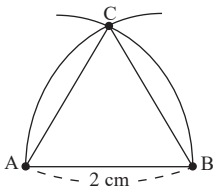
Ⓔ Construya un triángulo equilátero con regla y compás.

a. El triángulo equilátero ABC de 2 cm de lado.

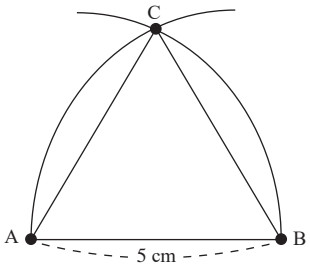
b. El triángulo equilátero ABC de 5 cm de lado.

Solucionario de los ejercicios:

a.



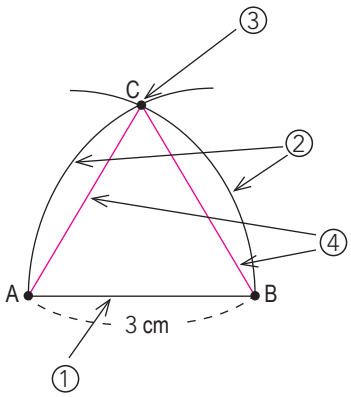
b.



Fecha: dd – mm – aa

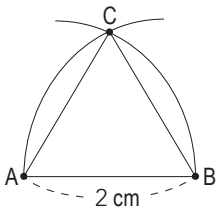
5-8-1 Construcción de triángulos equiláteros

Ⓒ Para construir un triángulo equilátero de 3 cm de lado con regla y compás.



① Se traza $\overline{AB}$ de 3 cm.
② Se trazan dos arcos con radio 3 cm utilizando A y B como centro.
③ Se marca la intersección C.
④ Se traza un segmento que una C con A, y otro que una C con B.

Ⓔ a. Construya un triángulo equilátero ABC de 2 cm de lado.



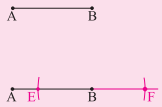
Sección 8 Propiedades y construcción de polígonos
Clase 2 Construcción de cuadrados

Aprendizaje esperado:
Construye cuadrados usando regla y compás.

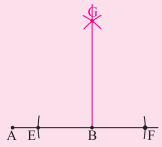
Sección 8 Propiedades y construcción de polígonos
Clase 2 Construcción de cuadrados

Ⓒ Para construir un cuadrado de 2 cm de lado con regla y compás.

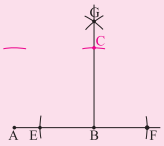
Paso 1.
Extienda el segmento AB a la derecha y coloque el compás en el punto B con cualquier medida menor que 2 cm para trazar un arco en cada lado del punto B, creando los puntos E y F.



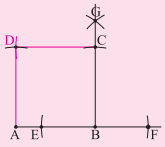
Paso 2.
Coloque el compás en el punto F con cualquier medida que sea conveniente. Trace un arco sobre el punto B. Sin cambiar la medida del compás, colóquelo en el punto E y trace un arco sobre el punto B, cruzando el arco anterior y creando el punto G.



Paso 3.
Coloque el compás en el punto B, establezca la medida hasta el punto A y mantenga esa medida. Trace un arco sobre el rayo BG creando el punto C. Coloque el compás en el punto A y trace un arco encima del punto A, sin cambiar la medida del compás.



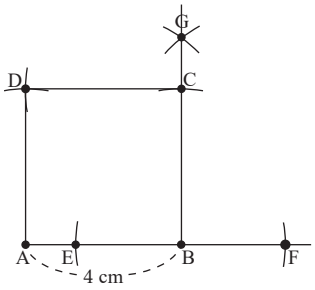
Paso 4.
Coloque el compás en el punto C, manteniendo la medida del compás y trace un arco a la izquierda del punto C que atraviese el arco existente, creando el punto D. Trace los segmentos CD y AD.



El cuadrilátero ABCD es un cuadrado cuyo lado es 2 cm.

Ⓔ Construya con regla y compás un cuadrado cuyo lado sea 4 cm.

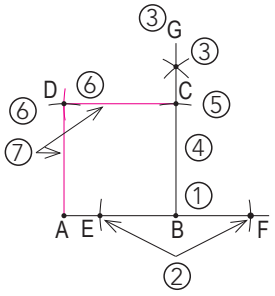
Solucionario de los ejercicios:



Fecha: dd – mm – aa

5-8-2 Construcción de cuadrados

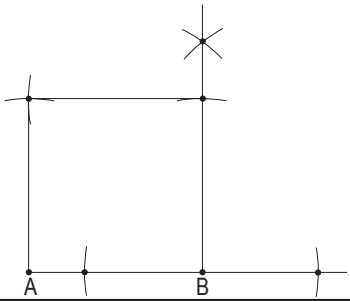
Ⓒ Para construir un cuadrado de 2 cm de lado con regla y compás.



Los 4 pasos del texto se dividen en 7 acciones:

① Se extiende $\overline{AB}$.
② Se coloca el compás en B con cualquier medida menor que 2 cm para trazar un arco en cada lado de B, creando E y F.
③ Se coloca el compás en F con cualquier medida. Se traza un arco sobre B. Sin cambiar la medida, se coloca en E y se traza un arco sobre B, cruzando el arco anterior y creando G.
④ Se coloca el compás en B, con la medida hasta A y se mantiene esa medida.
⑤ Se traza un arco sobre BG, creando C.
⑥ Se coloca el compás en A y se traza un arco encima. Se coloca el compás en C, manteniendo la medida y se traza un arco a la izquierda que atraviese el arco existente, creando D.
⑦ Se trazan $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$.

Ⓔ Construya un cuadrado cuyo lado sea 4 cm.

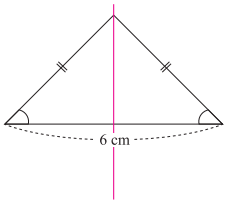


Sección 9 Simetría
Clase 1 Simetría axial

Aprendizaje esperado:
Identifica si una figura tiene simetría axial.
Traza el eje de simetría en una figura.

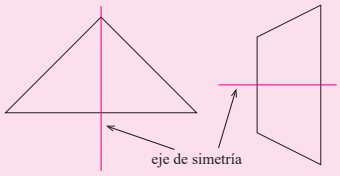
Sección 9 Simetría
Clase 1 Simetría axial

P Si se dobla el triángulo isósceles sobreponiendo los dos lados con igual longitud, ¿cómo quedarán ambas partes?



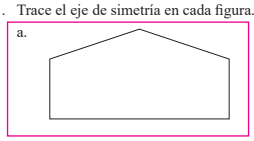
S Las dos partes divididas por el doblez se sobreponen exactamente.

C A una figura que se divide en dos partes iguales por una línea recta, se le llama **figura con simetría axial**.
A esa línea recta se le llama **eje de simetría**.

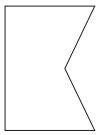


E 1. Trace el eje de simetría en cada figura.

a.

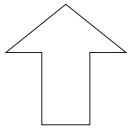


b.



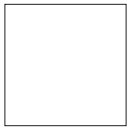
2. Identifique cuántos posibles ejes de simetría tiene cada figura.

a.



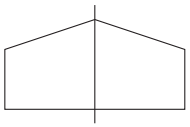
b. Rectángulo

c. Cuadrado

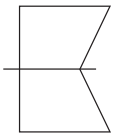


Solucionario de los ejercicios:

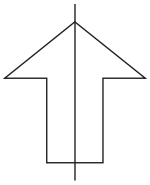
1. a.



b.

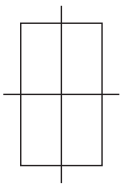


2. a.



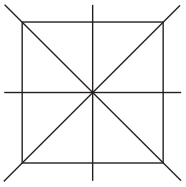
R: 1 eje de simetría

b.



R: 2 ejes de simetría

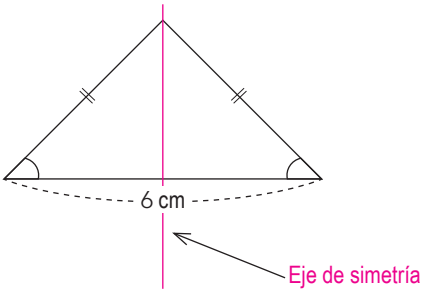
c.



R: 4 ejes de simetría

Fecha: dd – mm – aa
5-9-1 Simetría axial

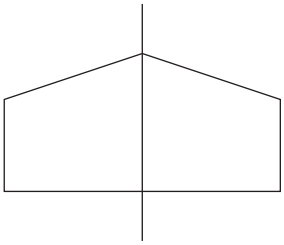
Ⓟ Si se dobla el triángulo isósceles sobreponiendo los dos lados con igual longitud, ¿cómo quedarán ambas partes?



Ⓢ Las dos partes divididas por el doblez se sobreponen exactamente.

Ⓒ A una figura que se divide en dos partes iguales por una línea recta, se le llama figura con simetría axial.

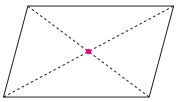
Ⓔ 1. Trace el eje de simetría.
a.



Aprendizaje esperado:
Identifica si una figura tiene simetría radial.

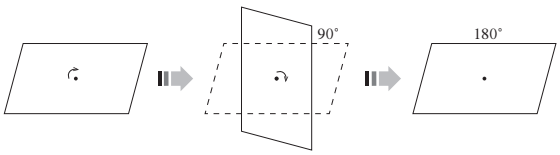
P Existen dos paralelogramos colocados uno sobre otro y sostenidos por el centro de los paralelogramos.

¿Cuántos grados debe girar el paralelogramo de arriba para que se sobreponga exactamente con el de abajo?



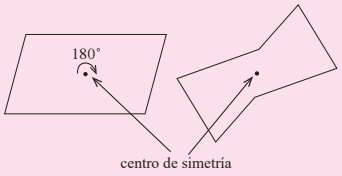
La diagonal une dos vértices no consecutivos.

S

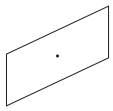


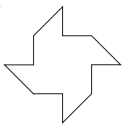
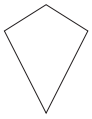
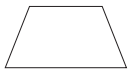
Respuesta: 180°

C Cuando una figura gira 180° alrededor de un punto y se sobrepone exactamente con la original, a esa figura se le llama **figura de simetría radial**.
El punto es llamado **centro de simetría**.

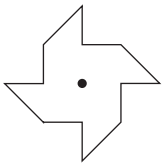
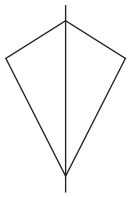
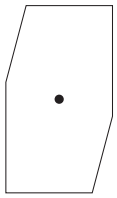
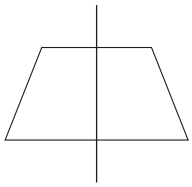


E

1. Identifique si las figuras de abajo tienen simetría radial.
   a. 
   b.

2. Clasifique las siguientes figuras según su simetría en axial o radial.
   a. 
   b. 
   c.
   d. 

Solucionario de los ejercicios:

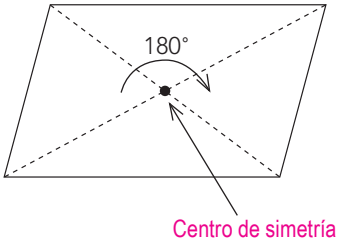
1. a: Tiente simetría radial.
   b: No tiene simetría radial.
2. a. 
   Simetría radial
   b. 
   Simetría axial
   c. 
   Simetría radial
   d. 
   Simetría axial

Fecha: dd – mm – aa
5-9-2 Simetría radial

Ⓟ Existen dos paralelogramos colocados uno sobre otro y sostenidos por el centro.

¿Cuántos grados debe girar el paralelogramo de arriba para que se sobreponga exactamente con el de abajo?

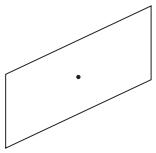
Ⓢ

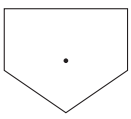


R: 180°

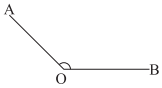
Ⓒ Cuando una figura gira 180° alrededor de un punto y se sobrepone exactamente con la original, a esa figura se le llama figura de simetría radial.

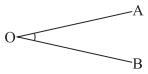
Ⓔ 1. Identifique si las figuras tienen simetría radial.

a. 
Tiene simetría radial.

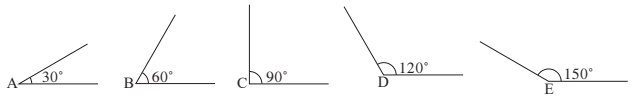
b. 
No tiene simetría radial.

Ejercitación A

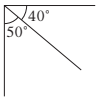
1. Trace una recta, segmento o rayo, según sea requerido en cada inciso.
   a. $\overleftrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{CD}$ c. $\overline{EF}$
2. Mida con el transportador los siguientes ángulos e identifique cuál es agudo y cuál es obtuso.
   a. 

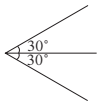
   b. 

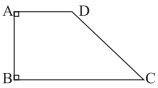
3. a. Encuentre todas las parejas de ángulos que son complementarios.
   b. Encuentre todas las parejas de ángulos que son suplementarios.



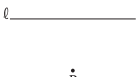
4. Identifique en cuál de las siguientes figuras se representa la bisectriz de un ángulo.
   a.

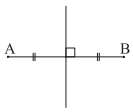
   b. 

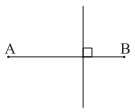
   c. 

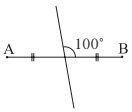
5. Simbolice con el signo "$\perp$" o "$\parallel$" las relaciones que existen entre los segmentos indicados del trapecio ABCD.
   a. $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$
   b. $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$
   

6. Construya con escuadras una línea paralela a la recta ℓ que pase por el punto P.



7. Identifique la figura que representa la mediatriz del $\overline{AB}$.
   a. 

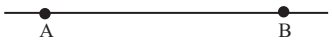
   b. 

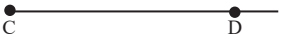
   c. 

8. Determine el valor de los ángulos que se indican en cada inciso.
   a.

   b.

Solucionario:

1. a. 

   b. 

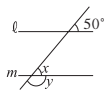
   c.

2. a. $\measuredangle AOB = 135°$ R: Ángulo obtuso
   b. $\measuredangle AOB = 25°$ R: Ángulo agudo
3. a. $\measuredangle A$ y $\measuredangle B$
   (*Explicación*)
   $30° + 60° = 90°$
   Entonces, la suma de los ángulos de A y B es $90°$.
   Por tanto, los ángulos A y B son complementarios.
   b. $\measuredangle B$ y $\measuredangle D$
   (*Explicación*)
   $60° + 120° = 180°$
   Entonces, la suma de los ángulos de B y D es $180°$.
   Por tanto, los ángulos B y D son suplementarios.

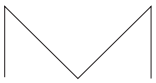
   $\measuredangle A$ y $\measuredangle E$
   (*Explicación*)
   $30° + 150° = 180°$
   Entonces, la suma de los ángulos de A y E es $180°$.
   Por tanto, los ángulos A y E son suplementarios.
4. c: El rayo divide un ángulo en dos partes iguales.
5. a. $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ b. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
6. ℓ

7. a: Una recta que intersecta $\overline{AB}$ perpendicularmente pasa por el punto medio del $\overline{AB}$.
8. a. $\measuredangle x = 120°$ (por ser ángulo opuesto por el vértice)
   b. $\measuredangle x + 115° = 180°$ (por ser ángulo llano)
   $\measuredangle x + 115° - 115° = 180° - 115°$
   $\measuredangle x = 65°$

9. Encuentre el valor del $\measuredangle x$ y $\measuredangle y$, si $\ell \parallel m$.



10. Clasifique las siguientes figuras según sean cerradas o abiertas.

a. 

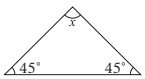
b.

11. Clasifique las siguientes figuras según sean cóncavas o convexas.

a.

b.

12. Encuentre el valor del $\measuredangle x$ e identifique cuál de los siguientes triángulos es acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

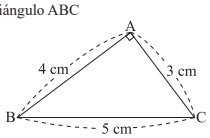
a. 

b.

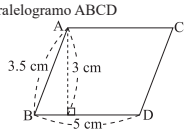
c.

13. Encuentre el perímetro y el área de las siguientes figuras.

a. Triángulo ABC

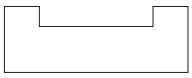


b. Paralelogramo ABCD

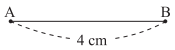


14. Escriba el nombre de los siguientes polígonos.

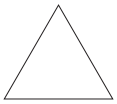
a.

b. 

15. Construya con regla y compás, un triángulo equilátero ABC con cada lado de 4 cm.



16. Trace el eje de simetría en cada figura.

a. 

b.

9. $\measuredangle x = 50^\circ$ (por ser ángulos correspondientes)
$\measuredangle x + \measuredangle y = 180^\circ$ (por ser ángulo llano)
$50^\circ + \measuredangle y = 180^\circ$
$50^\circ - 50^\circ + \measuredangle y = 180^\circ - 50^\circ$
$\measuredangle y = 130^\circ$
R: $\measuredangle x = 50^\circ$, $\measuredangle y = 130^\circ$

10. a. Abierta b. Cerrada

11. a. Convexa b. Cóncava

12. a. $\measuredangle x + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 90^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$
$\measuredangle x = 90^\circ$
R: Triángulo rectángulo

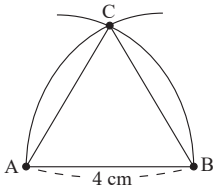
b. $\measuredangle x + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 120^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 120^\circ - 120^\circ = 180^\circ - 120^\circ$
$\measuredangle x = 60^\circ$
R: Triángulo acutángulo

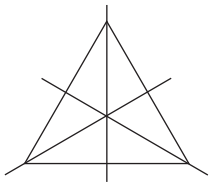
c. $\measuredangle x + 105^\circ + 40^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 145^\circ = 180^\circ$
$\measuredangle x + 145^\circ - 145^\circ = 180^\circ - 145^\circ$
$\measuredangle x = 35^\circ$
R: Triángulo obtusángulo

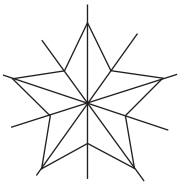
13. a. Perímetro: $4 + 5 + 3 = 12$
R: 12 cm
Área: $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$
R: 6 cm^2

b. Perímetro: $3.5 + 5 + 3.5 + 5 = 17$
R: 17 cm
Área: $5 \times 3 = 15$
R: 15 cm^2

14. a. Hexágono b. Octágono

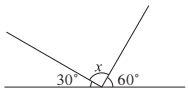
15. 

16. a. 

b. 

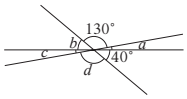
Ejercitación B

1. Calcule la medida del $\measuredangle x$ en la figura que está a la derecha.

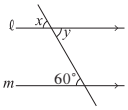


2. Trace con regla y compás la mediatriz de $\overline{AB}$ que está a la derecha.

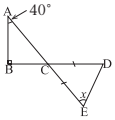
3. Encuentre el valor de los ángulos de la figura que está a la derecha.



4. Encuentre el valor del $\measuredangle x$ y $\measuredangle y$, si $\ell \parallel m$.



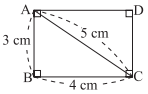
5. Si CD = CE, encuentre el valor del $\measuredangle x$.



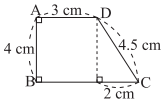
En los triángulos isósceles los dos ángulos de la base son iguales.

6. Encuentre el perímetro y el área de las siguientes figuras.

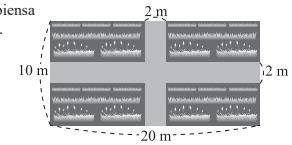
a. Triángulo ADC



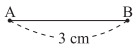
b. Trapecio ABCD



7. El jardín tiene un largo de 20 m y ancho de 10 m. Se piensa construir pasos peatonales uniformes de 2 m de ancho. Calcule el área que queda para jardinización en m^2.

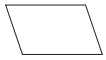


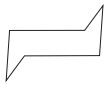
8. Construya con regla y compás un cuadrado con un segmento AB de 3 cm.

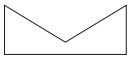


9. Clasifique las siguientes figuras según su simetría en axial o radial.

a.

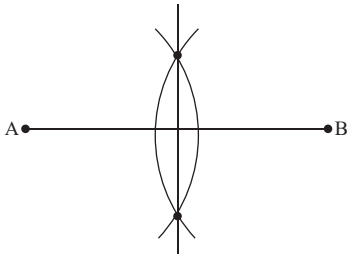
b. 

c. 

d. 

Solucionario:

1. $\measuredangle x + 30° + 60° = 180°$
$\measuredangle x + 90° = 180°$
$\measuredangle x + 90° - 90° = 180° - 90°$
$\measuredangle x = 90°$

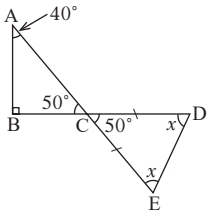
2. 

3. $\measuredangle a + 130° + 40° = 180°$
$\measuredangle a + 170° = 180°$
$\measuredangle a + 170° - 170° = 180° - 170°$
$\measuredangle a = 10°$
$\measuredangle b = 40°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle c = 10°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)
$\measuredangle d = 130°$ (por ser ángulos opuestos por el vértice)

4. $\measuredangle x = 60°$ (por ser ángulos correspondientes)
$\measuredangle y = 60°$ (por ser ángulos alternos internos)

5. $\measuredangle ACB + \measuredangle BAC + \measuredangle ABC = 180°$
$\measuredangle ACB + 40° + 90° = 180°$
$\measuredangle ACB + 130° = 180°$
$\measuredangle ACB + 130° - 130° = 180° - 130°$
$\measuredangle ACB = 50°$

Entonces, $\measuredangle ECD = 50°$ (por ser opuestos por el vértice).
Como $\triangle CDE$ es triángulo isósceles, $\measuredangle CED = \measuredangle CDE$.
Entonces,
$\measuredangle CED + \measuredangle CDE + \measuredangle ECD = 180°$
$\measuredangle x + \measuredangle x + 50° = 180°$
$2\measuredangle x + 50° = 180°$
$2\measuredangle x + 50° - 50° = 180° - 50°$
$2\measuredangle x = 130°$
$\measuredangle x = 65°$



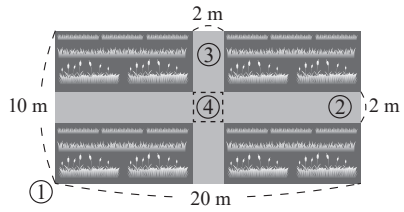
6. a. Perímetro: $5 + 4 + 3 = 12$
R: 12 cm

Área: $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$
R: 6 cm^2

b. Perímetro: $4 + 3 + 4.5 + (3 + 2) = 16.5$
R: 16.5 cm

Área: $\frac{1}{2} \times (5 + 3) \times 4 = 16$
R: 16 cm^2

7.

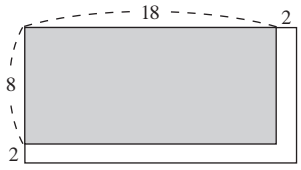


Área = Área total① – Área paso peatonal horizontal②
− Área paso peatonal vertical③
+ Área donde se cruzan los pasos peatonales④

Área = $20 \times 10 - 2 \times 20 - 2 \times 10 + 2 \times 2$
= $200 - 40 - 20 + 4$
= 144

R: 144 m²

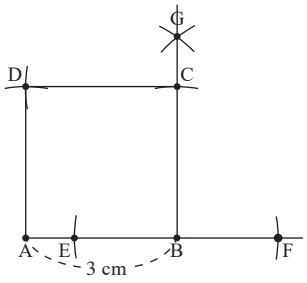
(*Solución alternativa*)



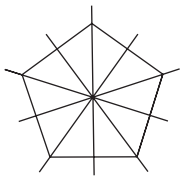
Área = 18×8
= 144

R: 144 m²

8.

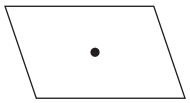


8. a.



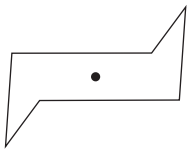
Simetría axial

b.



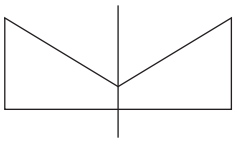
Simetría radial

c.



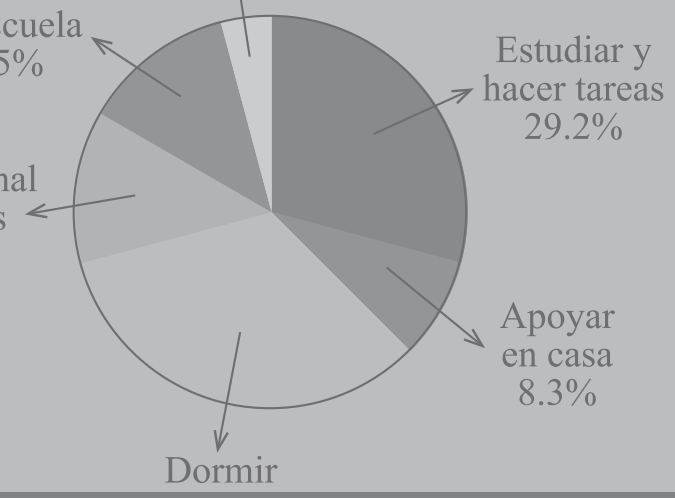
Simetría radial

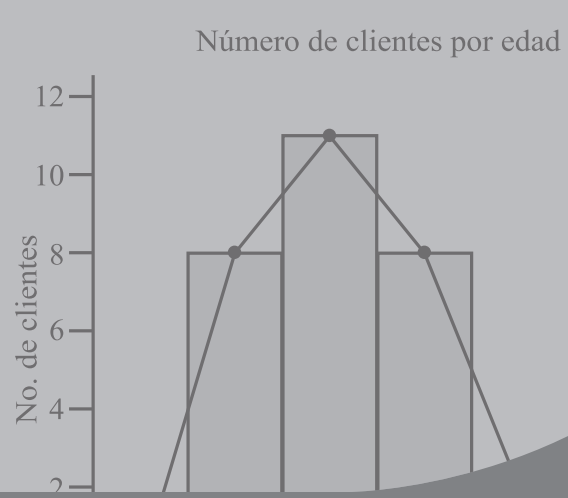
d.



Simetría axial

Unidad 5
Geometría





Unidad 6 ÷

Estadística

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
4. Interpreta información estadística representada en tablas, esquemas y gráficos.	4.1 Aplica procedimientos estadísticos y medidas de tendencia central para datos no agrupados.	1. Organización de datos	1.1 Población y muestra	Identifica la población y la muestra de un conjunto de datos.
			1.2 Elaboración de tablas de frecuencias para datos no agrupados	Elabora una tabla de frecuencias de datos no agrupados con valores dados.
			1.3 Lectura de datos en tablas	Lee datos organizados en tablas.
	4.3 Grafica polígonos de frecuencias e histogramas que representan los datos.	2. Presentación de datos	2.1 Organización de datos en un pictograma	Elabora un pictograma para representar los datos.
			2.2 Gráfica de barras	Elabora una gráfica de barras. Interpreta una gráfica de barras.
			2.3 Diagrama de sectores	Elabora un diagrama de sectores. Interpreta un diagrama de sectores.
	4.1 Aplica procedimientos estadísticos y medidas de tendencia central para datos no agrupados.	3. Medidas de tendencia central	3.1 Media aritmética	Encuentra la media aritmética de una serie de datos no agrupados.
			3.2 Mediana	Encuentra la mediana de una serie de datos no agrupados.
			3.3 Moda	Encuentra la moda de una serie de datos no agrupados.
	4.3 Grafica polígonos de frecuencias e histogramas que representan los datos.	4. Organización de datos agrupados	4.1 Datos agrupados	Organiza una serie de datos agrupados.
			4.2 Tabla de frecuencia para datos agrupados	Organiza una serie de datos agrupados en una tabla de frecuencias.
			4.3 Lectura y construcción de histogramas	Construye un histograma. Interpreta un histograma.
			4.4 Lectura y construcción de polígonos de frecuencia	Construye un polígono de frecuencias. Interpreta un polígono de frecuencias.

Sección 1 Organización de datos
Clase 1 Población y muestra

Aprendizaje esperado:
Identifica la población y la muestra de un conjunto de datos.

Sección 1 Organización de datos
Clase 1 Población y muestra

P El profesor de educación física desea saber cuántos estudiantes de primero básico están interesados en participar en el club de fútbol. Para ello, entrevista a 50 estudiantes elegidos al azar para conocer su interés por pertenecer a este club.

a. ¿A quiénes está dirigido el club de fútbol?

b. ¿Quiénes responderán la entrevista del profesor?

S

a. A todos los estudiantes de primero básico.

b. Los 50 estudiantes de primero básico elegidos al azar.

C En estadística, al conjunto de todos los posibles individuos u objetos de interés se le llama **población**. A una porción o parte de la población que refleje las mismas características de la población se le llama **muestra**.

En S, todos los estudiantes de primero básico son la población y los 50 estudiantes entrevistados son la muestra.

E Identifique cuál es la población y cuál es la muestra en cada uno de los siguientes casos.

a. Para el partido de fútbol de Guatemala contra Costa Rica, se desea saber el vaticinio de los aficionados guatemaltecos. Para ello, se entrevistó a 400 aficionados.

b. El director de un instituto desea saber a cuántos estudiantes les interesa participar en una mañana deportiva. Para ello, entrevistó a 60 estudiantes elegidos al azar.

c. Una empresa de aguas gaseosas desea saber el sabor de gaseosa preferida por los jóvenes guatemaltecos entre 12 y 16 años de edad. Para ello, se entrevistó a 1,500 jóvenes entre esas edades.

d. Se desea saber la calidad del café cosechado en una finca de Antigua Guatemala. Para ello, se tomaron 5 costales al azar de la cosecha pasada.

Solucionario de los ejercicios:

	Población	Muestra
a.	Aficionados guatemaltecos	400 aficionados guatemaltecos entrevistados
b.	Estudiantes de un instituto	60 estudiantes del instituto entrevistados
c.	Jóvenes guatemaltecos entre 12 y 16 años	1,500 jóvenes guatemaltecos entre 12 y 16 años entrevistados
d.	Café cosechado en una finca de Antigua Guatemala	5 costales de café de la cosecha pasada de la finca

Fecha: dd – mm – aa
6-1-1 Población y muestra

Ⓟ El profesor desea saber cuántos estudiantes de primero básico están interesados en participar en el club de fútbol. Para ello, entrevista a 50 estudiantes elegidos al azar para conocer su interés por pertenecer a este club.

a. ¿A quién está dirigido el club de fútbol?
b. ¿Quiénes responderán la entrevista del profesor?

Ⓢ

Población

a. A todos los estudiantes de primero básico.
b. Los 50 estudiantes de primero básico elegidos al azar.

Muestra

Ⓒ Al conjunto de todos los posibles individuos u objetos de interés se le llama población. A una porción o parte de la población que refleje las mismas características de la población se le llama muestra.

Ⓔ Identifique cuál es la población y cuál es la muestra.

a. Para el partido de fútbol, se desea saber el vaticinio de los aficionados guatemaltecos. Se entrevistó a 400 aficionados.

Población: Los aficionados guatemaltecos de fútbol

Muestra: 400 aficionados guatemaltecos de fútbol entrevistados

Sección 1 Organización de datos
Clase 2 Elaboración de tablas de frecuencias para datos no agrupados

Aprendizaje esperado:
Elabora una tabla de frecuencias de datos no agrupados con valores dados.

Sección 1 Organización de datos
Clase 2 Elaboración de tablas de frecuencias para datos no agrupados

(P) En un corral hay 20 gallinas y cada una se identifica con una letra. La tabla de abajo muestra la cantidad de huevos que cada gallina puso en los últimos 15 días.

Gallina	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Cantidad de huevos	9	8	5	8	7	9	8	10	7	10	11	7	8	10	8	6	7	6	8	9

a. Complete la tabla que representa la cantidad de huevos y su relación con la cantidad de gallinas.

Cantidad de huevos	5	6	7	8	9	10	11
Conteo							
Cantidad de gallinas							

b. ¿Cuál es la mayor cantidad de gallinas que puso la misma cantidad de huevos? ¿Cuántos huevos puso cada gallina?

(S) a. Para completar la tabla, encuentre el número de gallinas que pusieron la misma cantidad de huevos.

Cantidad de huevos	5	6	7	8	9	10	11
Conteo	|	||	||||	𝍸 |	|||	|||	|
Cantidad de gallinas	1	2	4	6	3	3	1

b. Según la tabla, 6 gallinas pusieron la misma cantidad de huevos. Cada una de estas gallinas puso 8 huevos.

(C) Al número de veces que aparece un determinado valor se le llama **frecuencia**.
La **tabla de frecuencias** resume los valores y sus frecuencias.

(E) 1. Complete la tabla de frecuencias con los siguientes datos.

Goles anotados en 15 jornadas de la Liga Mayor de Fútbol de Guatemala.
7, 6, 8, 9, 11, 3, 9, 7, 5, 8, 6, 4, 9, 10, 13

Cantidad	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Conteo											
Cantidad de jornadas											

2. Elabore una tabla de frecuencias para cada uno de los siguientes conjuntos de datos.

a. Suma de los puntos de dos dados lanzados en 20 ocasiones.
2, 4, 5, 6, 7, 8, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 6, 7, 8, 9, 10, 11

b. Número de hermanos que tienen cada uno de los estudiantes de primero básico sección "B".
1, 3, 2, 0, 4, 3, 0, 1, 5, 0, 2, 2, 3, 2, 6, 5, 1, 0, 5, 6, 5, 5, 3, 0, 5, 0, 2, 5, 1, 5

c. Cantidad de sandías cosechadas por una persona durante 15 días.
15, 22, 15, 45, 50, 32, 52, 22, 33, 58, 47, 25, 52, 55, 47

Solucionario de los ejercicios:

1.

Cantidad de goles	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Conteo	|	|	|	||	||	||	|||	|	|		|
Cantidad de jornadas	1	1	1	2	2	2	3	1	1	0	1

2. a.

Suma de puntos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Conteo	|	|	||	||	|||	|||	|||	||	||	|
Cantidad de lanzamientos	1	1	2	2	3	3	3	2	2	1

b.

Número de hermanos	0	1	2	3	4	5	6
Conteo	𝍸	||||	𝍸	||||	|	𝍸||||	||
Cantidad de estudiantes	6	4	5	4	1	8	2

c.

Cantidad de sandías	15	22	25	32	33	45	47	50	52	55	58
Conteo	||	||	|	|	|	|	||	|	||	|	|
Cantidad de días	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1

Fecha: dd – mm – aa

6-1-2 Elaboración de tablas de frecuencias para datos no agrupados

(P) La tabla muestra la cantidad de huevos que cada gallina puso.

Gallina	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Cantidad de huevos	9	8	5	8	7	9	8	10	7	10	11	7	8	10	8	6	7	6	8	9

a. Complete la tabla.
b. ¿Cuál es la mayor cantidad de gallinas que pusieron la misma cantidad de huevos? ¿Cuántos huevos puso cada gallina?

(S) a.

Cantidad de huevos	5	6	7	8	9	10	11
Conteo	|	||	||||	𝍸 |	|||	|||	|
Cantidad de gallinas	1	2	4	6	3	3	1

b. 6 gallinas
Cada gallina puso 8 huevos.

(C) Al número de veces que aparece un determinado valor se le llama frecuencia.
La tabla de frecuencias resume los valores y sus frecuencias.

(E) 1. Complete la tabla de frecuencias.

Goles anotados en 15 jornadas de la Liga Mayor de Fútbol de Guatemala.
7, 6, 8, 9, 11, 3, 9, 7, 5, 8, 6, 4, 9, 10, 13

Cantidad de goles	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Conteo	|	|	|	||	||	||	|||	|	|		|
Cantidad de jornadas	1	1	1	2	2	2	3	1	1	0	1

Unidad 6 Estadística

Sección 1 Organización de datos
Clase 3 Lectura de datos en tablas

Aprendizaje esperado:
Lee datos organizados en tablas.

Sección 1 Organización de datos
Clase 3 Lectura de datos en tablas

(P) La tabla que está abajo muestra los datos sobre los deportes preferidos de 300 estudiantes.

Deporte	Natación	Atletismo	Karate	Fútbol	Ajedrez	Básquetbol
Número de estudiantes	24	41	52	117	32	34

a. Identifique el deporte que más les gusta.
b. Identifique el deporte que menos les gusta.
c. Ordene de mayor a menor los seis deportes según la preferencia de los estudiantes.

(S) a. Según la tabla, hay 117 estudiantes que prefieren fútbol. Entre los seis deportes, este tiene el mayor número de estudiantes.

Deporte	Natación	Atletismo	Karate	Fútbol	Ajedrez	Básquetbol
Número de estudiantes	24	41	52	117	32	34

Respuesta: el fútbol es el deporte que más les gusta.

b. Según la tabla, hay 24 estudiantes que prefieren natación. Entre los seis deportes, este tiene el menor número de estudiantes.

Deporte	Natación	Atletismo	Karate	Fútbol	Ajedrez	Básquetbol
Número de estudiantes	24	41	52	117	32	34

Respuesta: la natación es el deporte que menos les gusta.

c. Según la tabla, el orden de los deportes preferidos es el siguiente:

Deporte	Natación	Atletismo	Karate	Fútbol	Ajedrez	Básquetbol
Número de estudiantes	24	41	52	117	32	34
Orden de preferencia	6	3	2	1	5	4

Respuesta: fútbol, karate, atletismo, básquetbol, ajedrez y natación.

(C) Una tabla de frecuencias resume los valores y sus frecuencias. Los datos organizados en la tabla facilitan comprender la información.

(E) La tabla que está abajo muestra las ventas de frutas a 420 clientes en una tienda.

Frutas	Melón	Mango	Naranja	Manzana	Sandía	Uva	Fresa
Número de clientes que compraron	24	71	82	117	32	34	60

Resuelva:
a. Identifique la fruta más vendida.
b. Identifique la fruta menos vendida.
c. Ordene las siete frutas de la más vendida a la menos vendida.

Solucionario de los ejercicios:

a. Manzana
b. Melón
c. Manzana, naranja, mango, fresa, uva, sandía y melón

Fecha: dd – mm – aa
6-1-3 Lectura de datos en tablas

(P) La tabla muestra los deportes preferidos de 300 estudiantes.

Deporte	Natación	Atletismo	Karate	Fútbol	Ajedrez	Básquetbol
Número de estudiantes	24	41	52	117	32	34

Deporte que menos les gusta — Deporte que más les gusta

a. Identifique el deporte que más les gusta.
b. Identifique el deporte que menos les gusta.
c. Ordene de mayor a menor los seis deportes según la preferencia de los estudiantes.

(S) a. Fútbol
b. Natación
c. Fútbol, karate, atletismo, básquetbol, ajedrez y natación

(E) La tabla muestra las ventas de frutas a 420 clientes.

Frutas	Melón	Mango	Naranja	Manzana	Sandía	Uva	Fresa
Número de clientes que compraron	24	71	82	117	32	34	60

a. Identifique la fruta más vendida.
R: Manzana

b. Identifique la fruta menos vendida.
R: Melón

c. Ordene las siete frutas de la más vendida a la menos vendida.
R: Manzana, naranja, mango, fresa, uva, sandía y melón

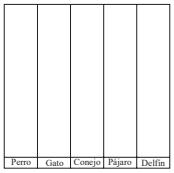
Unidad 6 Estadística

Sección 2 Presentación de datos
Clase 1 Organización de datos en un pictograma

Aprendizaje esperado:
Elabora un pictograma para representar los datos.

Sección 2 Presentación de datos
Clase 1 Organización de datos en un pictograma

P Poli tiene varios juguetes en su caja plástica.



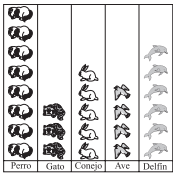
a. ¿Qué animales se encuentran en la caja de juguetes?
b. Ordene los juguetes en la tabla de arriba y compare la cantidad de cada juguete.
c. ¿Cuál es el juguete que se encuentra en mayor cantidad dentro de la caja? ¿Cuántos son?

S

a. Hay perros, gatos, conejos, pájaros y delfines.

b. En el diagrama de la derecha se puede observar la cantidad de cada juguete: 8 de perro, 3 de gato, 5 de conejo, 4 de pájaro y 6 de delfín.

c. El juguete que se encuentra en mayor cantidad es el perro, con 8 unidades.



C A un diagrama que muestra información estadística a través de imágenes o símbolos se le llama **pictograma**.

E

1. La tabla muestra las materias favoritas de los estudiantes y el número de estudiantes que prefieren cada materia.

Materia favorita	Número de estudiantes
Matemática	15
Ciencias Naturales	8
Computación	12
Comunicación y Lenguaje	15

Elabore un pictograma usando ☺ como ícono del estudiante.

2. Los estudiantes de primero básico sección "B" llevaron una fruta cada uno al instituto para celebrar el fin de ciclo escolar.

a. Elabore un pictograma del número de frutas.

b. ¿Cuántas frutas de cada tipo se encuentran?

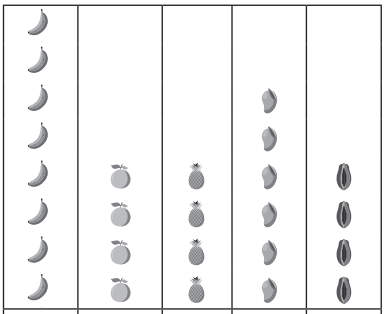
Frutas	Banano	Naranja	Piña	Mango	Papaya
Cantidad					

Solucionario de los ejercicios:

1.

Materia favorita	Número de Estudiantes
Matemática	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺
Ciencias Naturales	☺☺☺☺☺☺☺☺
Computación	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺
Comunicación y Lenguaje	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺

2. a.



b.

Frutas	Banana	Naranja	Piña	Mango	Papaya
Cantidad	8	4	4	6	4

Unidad 6 Estadística

Fecha: dd – mm – aa

6-2-1 Organización de datos en un pictograma

P

P	D	P	C	G	C	P
Pa	C	Pa	P	D	P	C
D	P	G	C	Pa	G	
P	D	Pa	D	P	D	

Perro: P, Gato: G, Conejo: C, Pájaro: Pa, Delfín: D

a. ¿Qué animales se encuentran en la caja?
b. Ordene los juguetes en la tabla y compare la cantidad de cada juguete.
c. ¿Cuál es el juguete que se encuentra en mayor cantidad? ¿Cuántos son?

S a. Perros, gatos, conejos, pájaros y delfines

b.

Perro	Gato	Conejo	Pájaro	Delfín
P	G	C	Pa	D
P	G	C	Pa	D
P	G	C	Pa	D
P	G	C	Pa	D
P	G	C		D
P	G	C		D
P	G			D
P				

Cantidad: 8 de perro, 3 de gato, 5 de conejo, 4 de pájaro y 6 de delfín

c. Perro con 8 unidades.

C A un diagrama que muestra información estadística a través de imágenes o símbolos se le llama pictograma.

E 1. La tabla muestra los materiales favoritos de los estudiantes.

Materia favorita	Número de estudiantes
Matemática	15
Ciencias Naturales	8
Computación	12
Comunicación y Lenguaje	15

Elabore un pictogrma usando ○ como ícono del estudiante.

Matemática	○○○○○○○○○○○○○○○
Ciencias Naturales	○○○○○○○○
Computación	○○○○○○○○○○○○
Comunicación y lenguaje	○○○○○○○○○○○○○○○○

Sección 2 Presentación de datos
Clase 2 Gráfica de barras

Aprendizaje esperado:
Elabora una gráfica de barras.
Interpreta una gráfica de barras.

Sección 2 Presentación de datos
Clase 2 Gráfica de barras

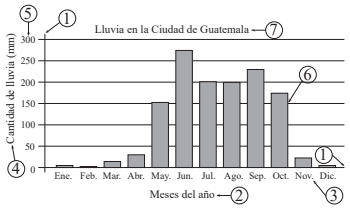
P La tabla muestra el registro de la lluvia en mm en la ciudad de Guatemala.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Lluvia (mm)	8	3	13	30	152	274	203	198	231	173	23	8

Elabore una gráfica de barras con los datos que están en la tabla.

S Para dibujar una gráfica de barras:

① Trace el eje vertical y horizontal.
② Escriba el nombre del eje horizontal.
③ Escriba los nombres de los datos que representan las barras.
④ Escriba el nombre del eje vertical.
⑤ Decida la escala del eje vertical.
⑥ Dibuje las barras verticales para representar cada número.
⑦ Escriba el título del gráfico.



C A una gráfica que resume un conjunto de información con el uso de una cantidad de barras del mismo ancho, se le llama **gráfica de barras**. Cada barra representa una categoría particular. La altura de cada barra es proporcional a la cantidad que representa. Las gráficas de barras pueden presentarse en forma vertical u horizontal.

E

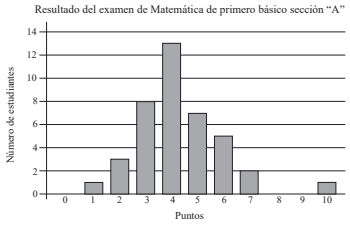
1. Para el proyecto "colorea tu establecimiento", Maribel preguntó a sus compañeros de clase su color favorito. Las respuestas fueron las siguientes:

   Cantidad de personas que prefieren el color rojo: 11
   Cantidad de personas que prefieren el color azul: 7
   Cantidad de personas que prefieren el color verde: 9
   Cantidad de personas que prefieren el color amarillo: 6

   a. Elabore una tabla con los datos obtenidos.
   b. Construya una gráfica de barras con base en la tabla realizada.

2. La gráfica muestra el resultado del examen de Matemática de primero básico sección "A".

   a. ¿Cuál es el total de estudiantes de primero básico sección "A"?
   b. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron el resultado más alto?
   c. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron el resultado más bajo?
   d. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron 3 puntos?
   e. ¿Cuál es el resultado con mayor frecuencia?

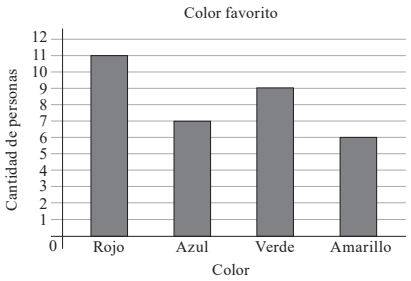


Solucionario de los ejercicios:

1. a.

Color	Rojo	Azul	Verde	Amarilllo
Cantidad de personas	11	7	9	6

b.



2. a. 1 + 3 + 8 + 13 + 7 + 5 + 2 + 1 = 40 (estudiantes)
   b. El resultado más alto es 10 puntos. Entonces, 1 estudiante.
   c. El resultado más bajo es 1 punto. Entonces, 1 estudiante.
   d. 8 estudiantes
   e. 4 puntos

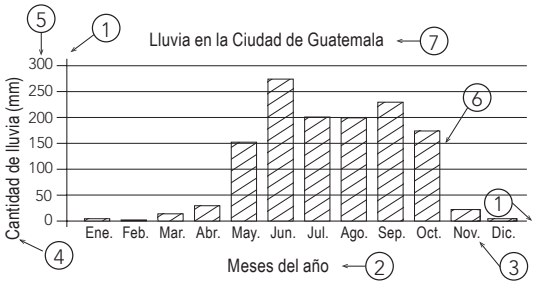
Fecha: dd – mm – aa
6-2-2 Gráfica de barras

(P) La tabla muestra el registro de lluvia en la ciudad de Guatemala.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Lluvia (mm)	8	3	13	30	152	274	203	198	231	173	23	8

Elabore una gráfica de barras con los datos.

(S)

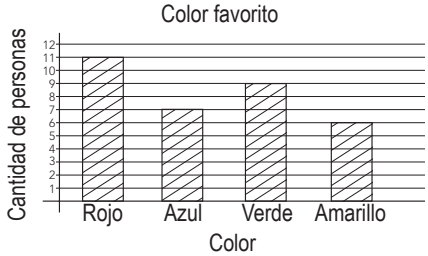


(C) A una gráfica que resume información con barras del mismo ancho se le llama gráfica de barras.

(E) 1. Maribel preguntó a sus compañeros su color favorito.
Las respuestas fueron:
Rojo: 11 personas
Azul: 7 personas
Verde: 9 personas
Amarillo: 6 personas

a. Elabore una tabla con los datos.
b. Construya una gráfica de barras.

Color	Rojo	Azul	Verde	Amarillo
Cantidad de personas	11	7	9	6



Unidad 6 Estadística

Sección 2 Presentación de datos
Clase 3 Diagrama de sectores

Aprendizaje esperado:
Elabora un diagrama de sectores.
Interpreta un diagrama de sectores.

Sección 2 Presentación de datos
Clase 3 Diagrama de sectores

(P) La siguiente tabla muestra cómo los padres de Ana han organizado las actividades diarias de su hija para que mejore sus notas en clase.

a. Dado que el ángulo central del círculo es 360°, ¿cuál es la medida del ángulo que corresponde al 1%?

b. ¿Cuánto debe medir el ángulo que corresponde a cada uno de los porcentajes? Complete la tabla.

c. Elabore un diagrama de sectores.

Actividad	Cantidad de horas invertidas	Porcentaje	Ángulo central
Estudiar y hacer tareas	7	29.2	
Apoyar en casa	2	8.3	
Dormir	8	33.3	
Aseo personal y comidas	3	12.5	
Viaje de la casa a la escuela	3	12.5	
Jugar	1	4.2	
Total	24	100	360°

(S) a. La medida del ángulo correspondiente al 1% se calcula: $360° \div 100 = 3.6°$.

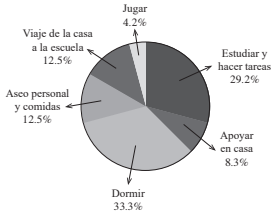
b. Debido a que 3.6° corresponde al 1%, para saber cuánto debe medir el ángulo correspondiente a cada uno de los porcentajes, se multiplica cada uno de ellos por 3.6.

Se utiliza el símbolo ≈ para representar que dos cantidades son aproximadamente iguales.

$29.2 \times 3.6° = 105.12° \approx 105°$
$8.3 \times 3.6° = 29.88° \approx 30°$
$33.3 \times 3.6° = 119.88° \approx 120°$
$12.5 \times 3.6° = 45°$
$4.2 \times 3.6° = 15.12° \approx 15°$

Actividad	Cantidad de horas invertidas	Porcentaje	Ángulo central
Estudiar y hacer tareas	7	29.2	105°
Apoyar en casa	2	8.3	30°
Dormir	8	33.3	120°
Aseo personal y comidas	3	12.5	45°
Viaje de la casa a la escuela	3	12.5	45°
Jugar	1	4.2	15°
Total	24	100	360°

Actividades diarias de Ana



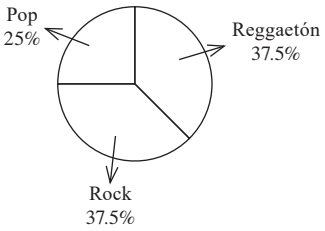
c. Para construir el diagrama de sectores se utilizan los ángulos centrales obtenidos a partir de cada uno de los porcentajes.

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Ángulo central de reggaetón: $37.5 \times 3.6° = 135°$
Ángulo central de rock: $37.5 \times 3.6° = 135°$
Ángulo central de pop: $25 \times 3.6° = 90°$

Música preferida	Número de estudiantes	Porcentaje	Ángulo central
Reggaetón	15	37.5	135°
Rock	15	37.5	135°
Pop	10	25	90°
Total	40	100	360°

b. Música preferida



2. a. 50%
b. Alquiler
c. El porcentaje para ahorro es 10%.
$10\% \times Q4,000.00 = 0.1 \times Q4,000.00 = Q400.00$
R: Q400.00

Fecha: dd – mm – aa
6-2-3 Diagrama de sectores

(P) La tabla muestra las actividades diarias de Ana.

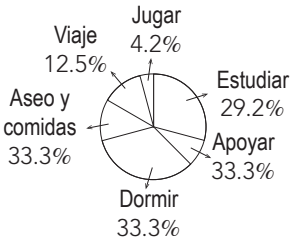
a. ¿Cuál es la medida del ángulo que corresponde al 1%?
b. ¿Cuánto debe medir el ángulo? Complete la tabla.
c. Elabore un diagrama de sectores.

(S) a. $360° \div 100 = 3.6°$

b.

Actividad	Horas	Porcentaje (%)	Ángulo central (% × 3.6°)
Estudiar	7	29.2	105°
Apoyar	2	8.3	30°
Dormir	8	33.3	120°
Aseo y comidas	3	12.5	45°
Viaje	3	12.5	45°
Jugar	1	4.2	15°
Total	24	100	360°

c. Actividades diarias de Ana

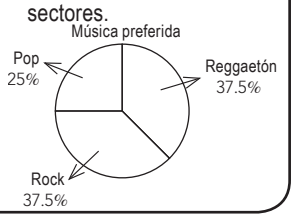


(C) A una gráfica que muestra las proporciones en las que cada sector es visualmente representado se le llama diagrama de sectores.

(E) 1. La tabla muestra la música preferida de 40 estudiantes.
a. Complete la tabla.

Música preferida	Número de estudiantes	Porcentaje (%)	Ángulo central (% × 3.6°)
Reggaetón	15	37.5	135°
Rock	15	37.5	135°
Pop	10	25	90°
Total	40	100	360°

b. Elabore un diagrama de sectores.



Unidad 6 Estadística

A una gráfica que muestra las proporciones en las que cada sector es visualmente representado se le llama **diagrama de sectores**. Para representar la información en un diagrama de sectores:

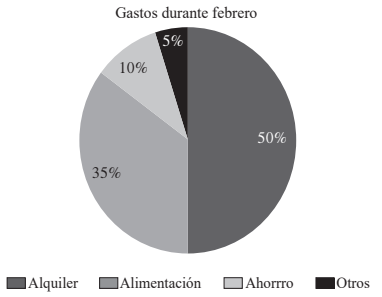
Paso 1. Se encuentra el porcentaje para cada categoría de estudio.
Paso 2. Se encuentra el ángulo central que corresponde a cada categoría (multiplicando su porcentaje por 3.6°).
Paso 3. Se utilizan los ángulos centrales obtenidos para dibujar la gráfica.

1. Se entrevistó a 40 estudiantes de primero básico en un instituto de Quetzaltenango sobre los tipos de música preferida. De todos los estudiantes entrevistados, a 10 les gusta el pop, a 15 el reggaetón y a 15 el rock.
   a. Complete la tabla.

Música preferida	Número de estudiantes	Porcentaje	Ángulo central
Reggaetón	15	37.5	
Rock	15	37.5	
Pop	10	25	
Total	40	100	360°

   b. Elabore un diagrama de sectores con los datos de la tabla anterior.

2. La gráfica muestra cómo la familia González gastó su salario durante el mes de febrero.



   a. ¿Qué porcentaje representa el alquiler?
   b. ¿En qué rama gastó más?
   c. Si su salario fue de Q4,000.00, ¿cuánto ahorró la familia este mes?

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 1 Media aritmética

Aprendizaje esperado:
Encuentra la media aritmética de una serie de datos no agrupados.

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 1 Media aritmética

P Los datos corresponden al registro diario del total de clientes atendidos en dos sucursales de una panadería.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 38, 38, 19, 31, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

¿Qué sucursal atendió más clientes por día?

S Para encontrar el promedio de clientes por día, es necesario sumar todos los datos y dividir entre el número de días.

Sucursal A:

$$\text{(Suma de los clientes)} = 14 + 23 + 38 + 38 + 19 + 31 + 49 + 26 + 24 + 30 + 38 = 330$$

En la sucursal A, se atendieron 330 clientes en 11 días.

$$\text{(Promedio)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{330}{11} = 30$$

Por tanto, la sucursal A atendió 30 clientes por día.

Sucursal B:

$$\text{(Suma de los clientes)} = 13 + 22 + 24 + 20 + 30 + 57 + 34 + 46 + 29 + 28 + 24 + 21 = 348$$

En la sucursal B, se atendieron 348 clientes en 12 días.

$$\text{(Promedio)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{348}{12} = 29$$

Por tanto, la sucursal B atendió 29 clientes por día.

Respuesta: la sucursal que atendió más clientes por día es la sucursal A.

C A un valor que se obtiene al dividir la suma de todos los datos (x) entre el número de datos (n) se le llama **media aritmética**. La media aritmética se representa con $\overline{x}$ y se le conoce también como promedio.

$$\overline{x} = \frac{\text{Suma de todos los datos } (x)}{\text{Número de datos } (n)}$$

En el problema de arriba la media aritmética de la sucursal A es 30 y la media aritmética de la sucursal B es 29.

E Los datos corresponden a las ventas expresadas en quetzales de los últimos 15 días de las dos sucursales de la tienda "Las Quince Letras".

Sucursal I: 35, 35, 40, 50, 50, 70, 75, 80, 80, 80, 80, 90, 125, 125, 125.
Sucursal II: 40, 50, 50, 60, 70, 70, 75, 75, 75, 80, 90, 90, 100, 140, 150.

a. Encuentre la media aritmética.

b. Identifique la sucursal que generó mayores ingresos por día.

Solucionario de los ejercicios:

a. Sucursal I:

$$\text{(Suma de todos los datos)} = 35 + 35 + 40 + 50 + 50 + 70 + 75 + 80 + 80 + 80 + 80 + 90 + 125 + 125 + 125 = 1,140$$

$$\text{(Número de datos)} = 15$$

$$\text{(Media aritmética)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{1,140}{15} = 76$$

R: 76 quetzales

Sucursal II:

$$\text{(Suma de todos los datos)} = 40 + 50 + 50 + 60 + 70 + 70 + 75 + 75 + 75 + 80 + 90 + 90 + 100 + 140 + 150 = 1,215$$

$$\text{(Número de datos)} = 15$$

$$\text{(Media aritmética)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{1,215}{15} = 81$$

R: 81 quetzales

b. Sucursal II

Fecha: dd – mm – aa

6-3-1 Media aritmética

Ⓟ Los datos corresponden al total de clientes diarios de dos sucursales.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 38, 38, 19, 31, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

¿Qué sucursal atiende más clientes por día?

Ⓢ Sucursal A: se atendieron 330 clientes en 11 días.

$$\text{(Promedio)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Números de datos)}} = \frac{330}{11} = 30$$

Sucursal B: se atendieron 348 clientes en 12 días.

$$\text{(Promedio)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Números de datos)}} = \frac{348}{12} = 29$$

R: Sucursal A

Ⓒ A un valor que se obtiene al dividir la suma de todos los datos (x) entre el número de datos (n) se le llama media aritmética $(\overline{x})$, y se calcula:

$$\overline{x} = \frac{\text{Suma de todos los datos } (x)}{\text{Números de datos } (n)}$$

Ⓔ Los datos corresponden a las ventas en quetzales de los últimos 15 días de dos sucursales.

Sucursal I: 35, 35, 40, 50, 50, 70, 75, 80, 80, 80, 80, 90, 125, 125, 125
Sucursal II: 40, 50, 50, 60, 70, 70, 75, 75, 75, 80, 90, 90, 100, 140, 150

a. Encuentre la media aritmética.
b. Identifique la sucursal que generó mayores ingresos por día.

a. Sucursal I: ventas de los últimos 15 días son 1,140 quetzales.

$$\overline{x} = \frac{1,140}{15} = 76$$

R: 76 quetzales

Sucursal II: ventas de los últimos 15 días son 1,215 quetzales.

$$\overline{x} = \frac{1,215}{15} = 81$$

R: 81 quetzales

b. Sucursal II

Unidad 6 Estadística

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 2 Mediana

Aprendizaje esperado:
Encuentra la mediana de una serie de datos no agrupados.

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 2 Mediana

P Los datos corresponden al registro diario del total de clientes atendidos en dos sucursales de una panadería.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 38, 38, 19, 31, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

a. Ordene la cantidad de clientes atendidos en ambas sucursales de menor a mayor.
b. Encuentre el valor central del conjunto de datos ordenado de menor a mayor de las dos sucursales de la panadería.

S a. Al ordenar de menor a mayor los datos de los clientes atendidos en las dos sucursales de la panadería, se tiene:
Sucursal A: 14, 19, 23, 24, 26, 30, 31, 38, 38, 38, 49.
Sucursal B: 13, 20, 21, 22, 24, 24, 28, 29, 30, 34, 46, 57.

b. Para encontrar el dato que ocupa la posición central en la serie de datos, se tiene:

Sexto lugar → ← Sexto lugar
Sucursal A: 14, 19, 23, 24, 26, (30) 31, 38, 38, 38, 49

En la sucursal A, se tienen 11 datos (número impar). Entonces, el dato que ocupa la posición central corresponde a 30, que se encuentra en el sexto lugar. Por tanto, el valor central es 30.

Sexto lugar → ← Sexto lugar
Sucursal B: 13, 20, 21, 22, 24, (24, 28,) 29, 30, 34, 46, 57

En la sucursal B, se tienen 12 datos (número par). Entonces, se toman los dos valores centrales y se calcula el promedio entre ambos, así: (promedio) $= \frac{24+28}{2} = 26$. Por tanto, el valor central es 26.

C A un valor que ocupa la posición central en una serie de datos ordenados se le llama **mediana**. Para encontrar la mediana se ordenan los datos de menor a mayor y se consideran los siguientes casos:

1. Cuando el número de datos (n) es impar, la mediana es el dato que ocupa la posición central, que se encuentra por: $\frac{n+1}{2}$.
   Ejemplo:
   En la sucursal A, $n = 11$. Entonces, la posición de la mediana es: $\frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

2. Cuando el número de datos (n) es par, la mediana es el número que se encuentra entre el conjunto de los dos datos centrales.
   Ejemplo:
   En la sucursal B, $n = 12$. Entonces, la posición de la mediana es: $\frac{12+1}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$.
   Lo que indica es que la mediana está entre el dato 6 y 7, y es el punto medio de los datos.

En el problema de arriba la mediana de la sucursal A es 30 y la mediana de la sucursal B es 26.

E Los datos corresponden a las ventas expresadas en quetzales de los últimos 15 días de las dos sucursales de la tienda "Las Quince Letras".
Sucursal I: 125, 35, 50, 40, 80, 125, 70, 50, 125, 75, 80, 90, 80, 80, 35.
Sucursal II: 100, 75, 50, 80, 60, 40, 70, 75, 140, 90, 75, 70, 150, 50, 90.
Encuentre la mediana según los datos de cada sucursal.

Solucionario de los ejercicios:

Sucursal I:
35, 35, 40, 50, 50, 70, 75, (80) 80, 80, 80, 90, 125, 125, 125
Por tanto, el dato que ocupa la posición central es 80.
R: 80 quetzales

Sucursal II:
40, 50, 50, 60, 70, 70, 75, (75,) 75, 80, 90, 90, 100, 140, 150
Por tanto, el dato que ocupa la posición central es 75.
R: 75 quetzales

Fecha: dd – mm – aa
6-3-2 Mediana

(P) Los datos corresponden al total de clientes diarios de dos sucursales.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 38, 38, 19, 31, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

a. Ordene la cantidad de clientes en ambas sucursales de menor a mayor.
b. Encuentre el valor central de datos de las dos sucursales.

(S) a. Sucursal A: 14, 19, 23, 24, 26, 30, 31, 38, 38, 38, 49.
Sucursal B: 10, 20, 21, 22, 24, 24, 28, 29, 30, 34, 46, 57.

Sexto lugar → ← Sexto lugar
b. Sucursal A: 14, 19, 23, 24, 26, (30) 31, 38, 38, 38, 49
R: El valor central de la sucursal A es 30.

Sexto lugar → ← Sexto lugar
Sucursal B: 13, 20, 21, 22, 24, (24, 28,) 29, 30, 34, 46, 57

(Promedio de 24 y 28) $= \frac{24+28}{2} = 26$

R: El valor central de la sucursal B es 26.

(C) A un valor que ocupa la posición central en una serie de datos ordenados se le llama mediana.

(E) Los datos corresponden a las ventas en quetzales de dos sucursales.
Sucursal I: 125, 35, 50, 40, 80, 125, 70, 50, 125, 75, 80, 90, 80, 80, 35.
Sucursal II: 100, 75, 50, 80, 60, 40, 70, 75, 140, 90, 75, 70, 150, 50, 90.

Encuentre la mediana según los datos de cada sucursal.
Sucursal I: 35, 35, 40, 50, 50, 70, 75, (80) 80, 80, 80, 90, 125, 125, 125.
Sucursal II: 40, 50, 50, 60, 70, 70, 75, (75) 75, 80, 90, 90, 100, 140, 150.

R: Sucursal I: 80 quetzales
Sucursal II: 75 quetzales

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 3 Moda

Aprendizaje esperado:
Encuentra la moda de una serie de datos no agrupados.

Sección 3 Medidas de tendencia central
Clase 3 Moda

P Los datos corresponden al registro diario del total de clientes atendidos en dos sucursales de una panadería.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 38, 38, 19, 32, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

¿Cuál es el valor que más se repite en la serie de datos de las dos sucursales?

S Al observar la serie de datos se puede concluir que:

En la Sucursal A, el número 38 aparece 3 veces. Entonces, el dato que más se repite es 38.

En la Sucursal B, el número 24 aparece 2 veces. Entonces, el dato que más se repite es 24.

C A un valor que tiene la mayor frecuencia en una serie de datos se le llama **moda**. En el problema de arriba la moda de la sucursal A es 38 y la moda de la sucursal B es 24.

Si en algún caso todos los datos de una serie aparecen igual cantidad de veces, se dice que la serie no tiene moda.

E Los datos corresponden a las ventas expresadas en quetzales de los últimos 15 días de dos sucursales de la tienda "Las Quince Letras":

Sucursal I: 125, 35, 50, 40, 80, 125, 70, 50, 125, 75, 80, 90, 80, 80, 35.
Sucursal II: 100, 75, 50, 80, 60, 40, 70, 75, 140, 90, 75, 70, 150, 50, 90.

Encuentre la moda.

Solucionario de los ejercicios:

Sucursal I:
125, 35, 50, 40, (80) 125, 70, 50, 125, 75, (80) 90, (80) (80) 35.
R: 80 quetzales
Sucursal II:
100, (75) 50, 80, 60, 40, 70, (75) 140, 90, (75) 70, 150, 50, 90.
R: 75 quetzales

Fecha: dd – mm – aa
6-3-3 Moda

(P) Los datos corresponden al total de clientes diarios de dos sucursales.

Sucursal A	Sucursal B
14, 23, 32, 38, 19, 32, 49, 26, 24, 30, 38	13, 22, 24, 20, 30, 57, 34, 46, 29, 28, 24, 21

¿Cuál es el valor que más se repite en la serie de datos de las dos sucursales?

(S) En la sucursal A, el número 38 aparece 3 veces. El dato que más se repite es 38.
En la sucursal B, el número 24 aparece 2 veces. El dato que más se repite es 24.

(C) A un valor que tiene la mayor frecuencia en una serie de datos se le llama moda.

La moda de la sucursal A es 38.
La moda de la sucursal B es 24.

(E) Los datos corresponden a las ventas en quetzales de dos sucursales.

Sucursal I: 125, 35, 50, 40, (80) 125, 70, 50, 125, 75, (80) 90, (80) (80) 35.
Sucursal II: 100, (75) 50, 80, 60, 40, 70, (75) 140, 90, (75) 70, 150, 50, 90.

Encuentre la moda.

R: Sucursal I: 80 quetzales
Sucursal II: 75 quetzales

Unidad 6 Estadística

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 1 Datos agrupados

Aprendizaje esperado:
Organiza una serie de datos agrupados.

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 1 Datos agrupados

(P) Los datos corresponden al registro de edad de 30 clientes atendidos durante un día en un salón de belleza.
Clasifique los siguientes datos en 5 agrupaciones de 4 en 4. Inicie el conteo en 20 y termine en 40.

24	23	28	30	29	31
27	26	24	30	32	29
21	22	27	33	30	24
24	21	26	24	30	39
24	22	22	24	21	20

(S) Para ordenar los datos, primero se crean las agrupaciones iniciando en 20. En este grupo quedan los datos que son iguales o mayores que 20 y menores que 24. Se continúa de 4 en 4 hasta llegar a 40.

20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Agrupaciones

Para facilitar la clasificación de los datos se escribe cada dato en una tabla, siguiendo el orden en que aparecen, como se muestra a continuación:

	24			
	24			
	24			
20	26	30		
21	24	30		
22	24	29		
22	27	30		
21	24	31		
22	26	29		
21	27	30	33	
23	24	28	32	39
20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Agrupaciones

(C) Para organizar una serie de datos agrupados:

Paso 1. Se definen las agrupaciones considerando el número de agrupaciones a crear y sus límites.
Paso 2. Se colocan los datos uno a uno en la agrupación a la que pertenecen. En cada agrupación deben quedar los datos cuyo valor es mayor o igual que el límite menor y menor que el límite mayor.

(E) Los datos corresponden al registro de edad de 30 clientes atendidos en la tienda de ropa "Somos únicos".

a. Clasifique los datos en 5 agrupaciones de 4 en 4. Inicie en 20 y termine en 40.
b. Elabore la tabla con los datos según las agrupaciones creadas.

20	22	24	22	30
27	34	35	29	28
24	21	20	23	26
23	26	20	29	36
28	29	24	23	34
24	21	20	36	24

Solucionario de los ejercicios:

a. 20 – 24, 24 – 28, 28 – 32, 32 – 36, 36 – 40

b.

20				
21				
23				
20	24			
23	24			
23	24	29		
20	26	28		
21	26	29		
22	24	28	34	
22	27	29	35	36
20	24	30	34	36
20 – 24	24 – 28	28 – 32	32 – 36	36 – 40

Fecha: dd – mm – aa
6-4-1 Datos agrupados

(P) Clasifique los datos de la edad de 30 clientes en 5 agrupaciones de 4 en 4. Inicie el conteo en 20 y termine en 40.
24, 23, 28, 30, 29, 31, 27, 26, 24, 30, 32, 29, 21, 22, 27, 33, 30, 24, 24, 21, 26, 24, 30, 39, 24, 22, 22, 24, 21, 20

(S)

	24			
	24			
	24			
20	26	30		
21	24	30		
22	24	29		
22	27	30		
21	24	31		
22	26	29		
21	27	30	33	
23	24	28	32	39
20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Agrupaciones

Paso 2. Se escribe cada dato en una tabla.

Paso 1. Se crean las agrupaciones como que en el grupo de 20 – 24, quedan los datos que son iguales o mayores que 20 y menores que 24.

(C) Para organizar una serie de datos agrupados, se definen agrupaciones considerando el número de agrupaciones a crear y sus límites.

(E) a. Clasifique los datos de la edad de 30 clientes en 5 agrupaciones de 4 en 4.
b. Elabore una tabla. Inicie en 20 y termine en 40.
20, 22, 24, 22, 30, 27, 34, 35, 29, 28, 24, 21, 20, 23, 26, 23, 26, 20, 29, 36, 28, 29, 24, 23, 34, 24, 21, 20, 36, 24

a.y b.

20				
21				
23				
20	24			
23	24			
23	24	29		
20	26	28		
21	26	29		
22	24	28	34	
22	27	29	35	36
20	24	30	34	36
20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 2 Tabla de frecuencia para datos agrupados

Aprendizaje esperado:
Organiza una serie de datos agrupados en una tabla de frecuencias.

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 2 Tabla de frecuencia para datos agrupados

(P) Retomando los datos de la clase anterior:

a. Determine el total de datos de cada agrupación y anote el resultado.

b. ¿En qué agrupación se concentró el mayor número de clientes?

c. ¿Qué cantidad de clientes tiene una edad inferior a 32 años?

	24			
	24			
	24			
20	26	30		
21	24	30		
22	24	29		
22	27	30		
21	24	31		
22	26	29		
21	27	30	33	
23	24	28	32	39
20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Agrupaciones

(S) a. Se elabora una tabla donde se colocan las agrupaciones en la primera columna, como se muestra en la tabla de la derecha. Se realiza el conteo de los datos que quedan en cada agrupación y se coloca el resultado en la segunda columna, como se muestra en la tabla de la derecha.

b. En la agrupación de edades de 24 a 28 se concentró el mayor número de clientes.

c. Para determinar la cantidad de clientes atendidos con edad inferior a 32 años, se cuentan los clientes que quedan en las primeras 3 agrupaciones: $8 + 11 + 8 = 27$.
Por tanto, 27 clientes tienen edad inferior a 32 años.

Edades	Número de clientes
20–24	8
24–28	11
28–32	8
32–36	2
36–40	1
Total	30

(C) A una tabla en la que se organizan los datos agrupados se le llama tabla de frecuencias. A cada agrupación de datos se le llama **clase** y al número total de datos que corresponden a cada clase se le llama frecuencia.

(E) Mario y Carlos se reunieron todas las tardes para jugar básquetbol durante el último mes. Ellos han llevado un registro de los tiempos jugados por cada uno. Los datos se muestran a continuación. Ordene los datos en una tabla de frecuencias.

Mario

10	13			
11	15		21	
12	14		21	
11	13	16	20	
12	15	17	19	
11	13	16	20	
10	14	17	19	23
12	13	18	20	22
De 10 a 13	De 13 a 16	De 16 a 19	De 19 a 22	De 22 a 25

Carlos

				24
			21	22
		17	21	24
	13	18	20	22
11	13	16	19	23
11	14	16	19	22
11	13	18	19	22
10	15	17	20	23
De 10 a 13	De 13 a 16	De 16 a 19	De 19 a 22	De 22 a 25

Solucionario de los ejercicios:

Mario

Tiempos jugados	Días
10–13	8
13–16	8
16–19	5
19–22	7
22–25	2
Total	30

Carlos

Tiempos jugados	Días
10–13	4
13–16	5
16–19	6
19–22	7
22–25	8
Total	30

Fecha: dd – mm – aa

6-4-2 Tabla de frecuencia para datos agrupados

(P) Retomando los datos de la clase anterior:

	24			
	24			
	24			
20	26	30		
21	24	30		
22	24	29		
22	27	30		
21	24	31		
22	26	29		
21	27	30	33	
23	24	28	32	39
20–24	24–28	28–32	32–36	36–40

Agrupaciones

a. Determine el total de datos de cada agrupación.

b. ¿En qué agrupación se concentró el mayor número de clientes?

c. ¿Qué cantidad de clientes tiene una edad inferior a 32 años?

(S) a.

Edades	Número de clientes
20–24	8
24–28	11
28–32	8
32–36	2
36–40	1
Total	30

b. En la agrupación de 24 – 28.

c. $8 + 11 + 8 = 27$

R: 27 clientes tienen edad inferior a 32 años.

(C) A cada agrupación de datos de la tabla de frecuencias se le llama clase. Al número total de datos que corresponden a cada clase se le llama frecuencia.

(E) La tabla muestra un registro de los tiempos jugados de básquetbol de Mario. Ordene los datos en una tabla de frecuencias.

10	13			
11	15		21	
12	14		21	
11	13	16	20	
12	15	17	19	
11	13	16	20	
10	14	17	19	23
12	13	18	20	22
De 10 a 13	De 13 a 16	De 16 a 19	De 19 a 22	De 22 a 25

Tiempos	Días
10–13	8
13–16	8
16–19	5
19–22	7
22–25	2
Total	30

Unidad 6 Estadística

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 3 Lectura y construcción de histogramas

Aprendizaje esperado:
Construye un histograma.
Interpreta un histograma.

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 3 Lectura y construcción de histogramas

P La tabla contiene el registro de edad de 30 clientes atendidos en la tienda "Las Quince Letras".

a. Represente las clases con sus respectivas frecuencias mediante rectángulos.

b. ¿Qué características tiene la gráfica que muestra la distribución de los clientes atendidos en la tienda "Las Quince Letras"?

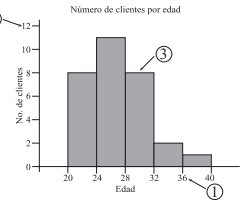
Clase (Edad)	Frecuencia (Número de clientes)
20–24	8
24–28	11
28–32	8
32–36	2
36–40	1
Total	30

S a. Para representar las frecuencias de cada clase mediante rectángulos:

① Coloque los límites de las clases sobre el eje horizontal.

② Coloque el número de clientes que corresponde a la frecuencia de cada clase sobre el eje vertical.

③ Sobre el ancho de las clases, se construyen rectángulos cuya altura coincide con la frecuencia de cada clase.



Como el límite superior de una clase es igual al inferior de la siguiente, los rectángulos quedan pegados, uno a continuación del otro.

b. Al observar la gráfica se puede notar que la mayor cantidad de clientes atendidos tienen edad entre 24 y 28 años, lo que corresponde al segundo rectángulo dibujado.

C A una gráfica que representa las frecuencias de las clases por medio de rectángulos se le llama **histograma**. Para elaborar un histograma:

Paso 1. Se colocan los límites de las clases sobre el eje horizontal y la frecuencia sobre el eje vertical.
Paso 2. Se busca una escala adecuada considerando los valores de la frecuencia de la distribución de los datos.
Paso 3. Se forman rectángulos cuya base coincide con el ancho de clase y la altura con la frecuencia de la respectiva clase.

Al observar el histograma se puede encontrar que la parte más alta indica dónde se encuentra el mayor número de datos. Los rectángulos que forman el histograma tienen un área proporcional a la frecuencia de su clase.

E La tabla contiene el registro de las edades de 50 clientes atendidos en un día festivo en la farmacia "Salud y Vida".

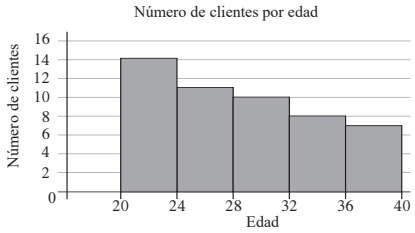
a. Represente los datos mediante un histograma.

b. ¿Qué características tiene la gráfica que muestra la distribución de las edades de los 50 clientes atendidos en la farmacia "Salud y Vida"?

Clase (Edad)	Frecuencia (Número de clientes)
20–24	14
24–28	11
28–32	10
32–36	8
36–40	7
Total	50

Solucionario de los ejercicios:

a.



b. La mayor cantidad de clientes atendidos tiene edad entre 20 a 24 años, lo que corresponde al primer rectángulo dibujado.

Fecha: dd – mm – aa

6-4-3 Lectura y construcción de histogramas

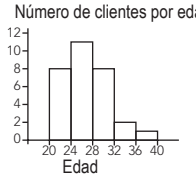
Ⓟ Retomando los datos de la clase anterior:

Clase (Edad)	Frecuencia (Número de clientes)
20–24	8
24–28	11
28–32	8
32–36	2
36–40	1
Total	30

a. Represente las clases con sus respectivas frecuencias mediante rectángulos.

b. ¿Qué características tiene la gráfica?

Ⓢ a.



b. La mayor cantidad de clientes atendidos tienen edad entre 24 y 28 años.

Ⓒ A una gráfica que representa las frecuencias de las clases por medio de rectángulos se le llama histograma.

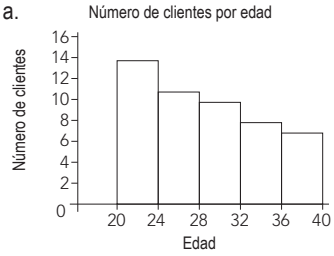
Ⓔ La tabla contiene el registro de las edades de 50 clientes en una farmacia.

Clase (Edad)	Frecuencia (Número de clientes)
20–24	14
24–28	11
28–32	10
32–36	8
36–40	7
Total	50

a. Represente los datos mediante un histograma.

b. ¿Qué características tiene la gráfica?

a.

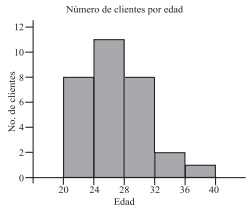


b. La mayor cantidad de clientes atendidos tienen edad entre 20 y 24 años, lo que corresponde al primer rectángulo dibujado.

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 4 Lectura y construcción de polígonos de frecuencia

Aprendizaje esperado:
Construye un polígono de frecuencias.
Interpreta un polígono de frecuencias.

Sección 4 Organización de datos agrupados
Clase 4 Lectura y construcción de polígonos de frecuencias

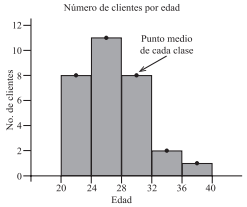
(P) 

El histograma que está a la izquierda muestra la edad de 30 clientes atendidos en la tienda "Las Quince Letras".

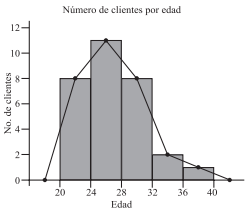
a. Localice el punto medio del lado superior del rectángulo de cada clase.

b. Una con segmentos los puntos graficados en el inciso anterior.

(S) a. Localice el punto medio del lado superior del rectángulo de cada clase.



b. Al unir los puntos se obtiene una línea poligonal abierta. Tal como se muestra en la gráfica de la derecha, se agrega una clase a la izquierda del primer rectángulo y otra clase a la derecha del último rectángulo, haciendo las frecuencias 0 para completar el polígono.



(C) A una gráfica que representa las frecuencias de las clases por medio de segmentos se le llama **polígono de frecuencias**.

Para construir un polígono de frecuencias:

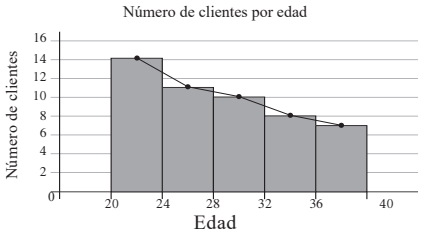
Paso 1. Se localiza el punto medio del lado superior de cada rectángulo.
Paso 2. Se unen los puntos identificados con un segmento.
Paso 3. Se agrega una clase del mismo ancho a la derecha y otra a la izquierda con frecuencia cero para completar el polígono de frecuencias.

El polígono de frecuencias se utiliza para resaltar la forma de la distribución de los datos.

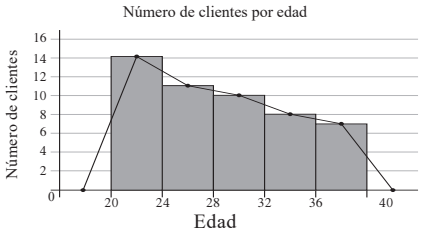
(E) Con base en el histograma realizado en la clase anterior:
a. Una los puntos medios de los lados superiores del rectángulo de cada clase.
b. Agregue una clase del mismo ancho a la izquierda del primer rectángulo y a la derecha del último rectángulo con frecuencia cero. Una esos puntos también.

Solucionario de los ejercicios:

a.



b.



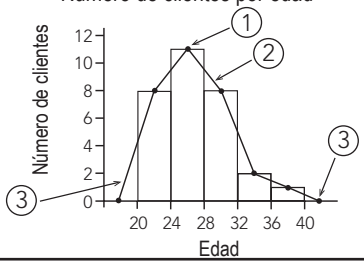
Fecha: dd – mm – aa

6-4-4 Lectura y construcción de polígonos de frecuencia

(P) Retomando la gráfica elaborada en la clase anterior:
a. Localice el punto medio de cada clase.
b. Una con segmentos los puntos graficados.

(S) a. Se localiza el punto medio del lado superior del rectángulo de cada clase. (1)
b. Se unen los puntos identificados con segmentos. (2)
Se agrega una clase del mismo ancho a la derecha y otra a la izquierda con frecuencia cero para completar el polígono. (3)

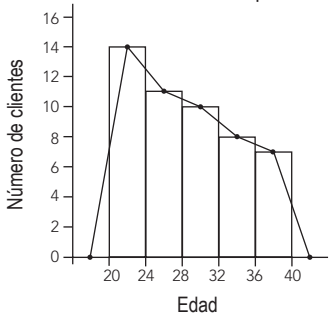
Número de clientes por edad



(C) A una gráfica que representa las frecuencias de las clases por medio de segmentos se le llama polígono de frecuencias.

(E) Con base en el histograma realizado en la clase anterior:
a. Una los puntos medios de cada clase.
b. Agregue una clase a la izquierda del primer rectángulo y otra a la derecha del último rectángulo. Una los puntos.

a.y b. Número de clientes por edad



Unidad 6 Estadística

Ejercitación

1. Hay 20 estudiantes en una sección de primero básico y se realizó una encuesta con ellos sobre sus horas de sueño.
La tabla que está abajo muestra las horas de sueño de los estudiantes.

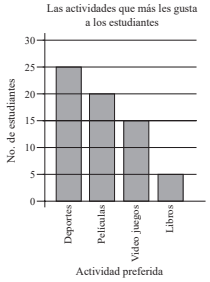
Estudiante	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Horas de sueño	10	8	7	7	5	9	8	6	8	7	5	7	8	9	7	5	6	8	7	6

   a. Complete la tabla que representa las horas de sueño y la cantidad de estudiantes.

Horas de sueño	5	6	7	8	9	10
Cantidad de estudiantes						

   b. ¿En qué horas de sueño se encuentra la mayor frecuencia?
   c. ¿En qué horas de sueño se encuentra la menor frecuencia?

2. En la siguiente gráfica de barras, se muestran las actividades que más les gusta a los estudiantes de primero básico.



   a. ¿Cuántos estudiantes hay en cada actividad?
   b. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de estudiantes en la actividad que más les gusta con la cantidad de estudiantes en la actividad que menos les gusta?
   c. ¿Cuál es la cantidad total de estudiantes de primero básico?

3. En la siguiente tabla, se muestran los resultados de pruebas en Matemática de estudiantes de las secciones A y B de un instituto.

Sección A	46, 72, 85, 58, 70, 64, 52, 57, 30, 45, 77, 82, 64, 71, 38, 49, 89, 87, 68, 59, 60
Sección B	71, 54, 65, 84, 48, 59, 88, 76, 53, 61, 37, 78, 80, 70, 58, 65, 89, 71, 71, 82

   a. Encuentre la media aritmética de cada sección.
   b. Identifique la sección que tiene la mayor media aritmética.
   c. Encuentre la mediana de cada sección.
   d. Encuentre la moda de cada sección.
   e. Clasifique los datos de la sección A en 6 grupos de 10 en 10 iniciando en 30 y terminando en 90.

Solucionario:

1. a.

Horas de sueño	5	6	7	8	9	10
Cantidad de Estudiantes	3	3	6	5	2	1

   b. 7 horas
   c. 10 horas

2. a. Deportes: 25 estudiantes
   Películas: 20 estudiantes
   Videojuegos: 15 estudiantes
   Libros: 5 estudiantes
   b. La actividad que más les gusta es deportes y la actividad que menos les gusta es libros. Entonces, $25 - 5 = 20$.
   R: 20 estudiantes
   c. $25 + 20 + 15 + 5 = 65$
   R: 65 estudiantes

3. a. Sección A:
   (Suma de todos los datos)
   $= 46 + 72 + 85 + 58 + 70 + 64 + 52 + 57 + 30 + 45 + 77 + 82 + 64 + 71 + 38 + 49 + 89 + 87 + 68 + 59 + 60$
   $= 1{,}323$
   (Número de datos) $= 21$
   $$\text{(Media aritmética)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{1{,}323}{21} = 63$$
   R: 63 puntos
   Sección B:
   (Suma de todos los datos)
   $= 71 + 54 + 65 + 84 + 48 + 59 + 88 + 76 + 53 + 61 + 37 + 78 + 80 + 70 + 58 + 65 + 89 + 71 + 71 + 82$
   $= 1{,}360$
   (Número de datos) $= 20$
   $$\text{(Media aritmética)} = \frac{\text{(Suma de todos los datos)}}{\text{(Número de datos)}} = \frac{1{,}360}{20} = 68$$
   R: 68 puntos
   b. Sección B
   c. Sección A:
   Al ordenar de menor a mayor los datos, se tiene:
   30, 38, 45, 46, 49, 52, 57, 58, 59, 60, 64, 64, 68, 70, 71, 72, 77, 82, 85, 87, 89
   En la sección A, se tienen 21 datos (número impar).
   Entonces, la posición de la mediana es:
   $\frac{21+1}{2} = \frac{22}{2} = 11$
   Por tanto, el dato que ocupa la posición central es 64.
   R: 64 puntos

Sección B:

Al ordenar de menor a mayor los datos, se tiene:

37, 48, 53, 54, 58, 59, 61, 65, 65, 70, 71, 71, 71, 76, 78, 80, 82, 84, 88, 89

En la sección B, se tiene 20 datos (número par).

Entonces, la posición de la mediana es:

$$\frac{20+1}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

Por tanto, la mediana está entre el dato 10 y 11 y es el punto medio de los dos datos.

Como el dato 10 es 70 y el dato 11 es 71, la mediana es:

$$\frac{70+71}{2} = 70.5$$

R: 70.5 puntos

d. Sección A:

30, 38, 45, 46, 49, 52, 57, 58, 59, 60, (64), (64), 68, 70, 71, 72, 77, 82, 85, 87, 89

R: 64 puntos

Sección B:

37, 48, 53, 54, 58, 59, 61, 65, 65, 70, (71), (71), (71), 76, 78, 80, 82, 84, 88, 89

R: 71 puntos

e.

		52	60	70	82
	45	57	64	71	85
30	46	58	64	72	87
38	49	59	68	77	89
30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90

Todos los números son divisibles entre 7.
Cualquier persona es guatemalteca.

$x + 10 = 15$.
y es divisor de 18.

2 es un número par y es
Si mañana es jueves

Unidad 7 ÷

Lógica

Competencia	Indicador de logro	Sección	Clase	Aprendizaje esperado (Al finalizar el período de clase, el estudiante:)
2. Utiliza gráficas y símbolos en la representación de información y solución de problemas.	2.1 Construye proposiciones compuestas usando conectivos lógicos.	1. Lógica	1.1 Proposiciones y valores de verdad	Determina el valor de verdad de una proposición.
			1.2 Proposiciones abiertas	Identifica si una proposición es abierta.
			1.3 Proposiciones compuestas	Identifica si una proposición es simple o compuesta.
			1.4 Cuantificadores	Identifica si un cuantificador es universal o existencial.

Sección 1 Lógica
Clase 1 Proposiciones y valores de verdad

Aprendizaje esperado:
Determina el valor de verdad de una proposición.

Sección 1 Lógica
Clase 1 Proposiciones y valores de verdad

P ¿Cuáles de los siguientes enunciados pueden determinarse como verdaderos o falsos?

a. Un triángulo tiene tres lados.
b. $3 \times 5 = 15$
c. 10 es múltiplo de 3.
d. $5 + 3$

S Analizando cada enunciado se obtiene:

a. Verdadero
b. Verdadero
c. Falso
d. No es posible determinar si es verdadero o falso.

C A un enunciado que brinda información que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas al mismo tiempo, se le llama **proposición**.
Verdadero o falso son llamados **valores de verdad** de una proposición. Si una proposición es verdadera, entonces su valor de verdad es verdadero. Si una proposición es falsa, entonces su valor de verdad es falso.

E Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

a. $10 + 153 = 6$

b. Los números pares son divisibles entre 2.

c. Guatemala tiene 20 departamentos.

d. 3 es un número impar.

e. $5 \times 4 = 20$

f. 6 es divisor de 24.

g. $3^2 = 9$

h. Guatemala es un país centroamericano.

Solucionario de los ejercicios:

a. Falso
b. Verdadero
c. Falso
d. Verdadero
e. Verdadero
f. Verdadero
g. Verdadero
h. Verdadero

Fecha: dd – mm – aa
7-1-1 Proposiciones y valores de verdad

Ⓟ ¿Cuáles de los siguientes enunciados pueden determinarse como verdaderos o falsos?

Ⓢ

Enunciado	¿Verdadero o falso?
a. Un triángulo tiene tres lados.	Verdadero
b. $3 \times 5 = 15$	Verdadero
c. 10 es múltiplo de 3.	Falso
d. $5 + 3$	No es posible determinar si es verdadero o falso.

Ⓒ A un enunciado que brinda información que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas al mismo tiempo, se le llama proposición.

Verdadero o falso son llamados valores de verdad de una proposición.

Ⓔ Determine el valor de verdad.

a. $10 + 153 = 6$ R: Falso
b. Los números pares son divisibles entre 2. R: Verdadero

Sección 1 Lógica
Clase 2 Proposiciones abiertas

Aprendizaje esperado:
Identifica si una proposición es abierta.

Sección 1 Lógica
Clase 2 Proposiciones abiertas

P ¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

a. $x + 10 = 15$.
b. y es divisor de 18.

S No se puede determinar el valor de verdad de ambas proposiciones, porque depende de los valores de x o y. Al asignar un valor cualquiera al sujeto, la proposición puede ser verdadera o falsa.

a. Si $x = 5$, entonces $5 + 10 = 15$. Por tanto, la proposición se hace verdadera.
Si $x = 3$, entonces $3 + 10 \neq 15$. Por tanto, la proposición se hace falsa.

b. Si $y = 3$, entonces 3 es divisor de 18. Por tanto, la proposición se hace verdadera.
Si $y = 5$, entonces 5 no es divisor de 18. Por tanto, la proposición se hace falsa.
Si $y = 2$, entonces 2 es divisor de 18. Por tanto, la proposición se hace verdadera.

C A una letra que representa una cantidad desconocida en el sujeto de una proposición se le llama **variable.**
A una proposición que tiene una variable como sujeto se le llama **proposición abierta**.
La proposición abierta no puede calificarse como verdadera o falsa.
Al sustituir el valor o los valores de la variable en la proposición abierta, se puede determinar su valor de verdad.

E Dadas las siguientes proposiciones, identifique cuáles son proposiciones abiertas y cuáles no.

a. x es un número par de un dígito.
b. 9 es un número impar de un dígito.
c. $5 + 3 = 10$
d. $z - 2 = 8$
e. Lunes es un día de la semana.
f. El rombo es un cuadrilátero.
g. y es múltiplo de 30.

Solucionario de los ejercicios:

a. Proposición abierta
b. No
c. No
d. Proposición abierta
e. No
f. No
g. Proposición abierta

Fecha: dd – mm – aa
7-1-2 Proposiciones abiertas

Ⓟ ¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

a. $x + 10 = 15$
b. y es divisor de 18.

Ⓢ a. Si $x = 5$, entonces $5 + 10 = 15$. Verdadero
Si $x = 3$, entonces $3 + 10 = 15$. Falso

b. Si $y = 3$, entonces 3 es divisor de 18. Verdadero
Si $y = 5$, entonces 5 es divisor de 18. Falso
Si $y = 2$, entonces 2 es divisor de 18. Verdadero

R: No se puede determinar el valor de ambas proposiciones, porque depende de los valores de x o y.

Ⓒ A una letra que representa una cantidad desconocida en el sujeto de una proposición se le llama variable.

A una proposición que tiene una variable como sujeto se le llama proposición abierta.

La proposición abierta no puede calificarse como verdadera o falsa.

Ⓔ Dadas las siguientes proposiciones, identifique cuáles son proposiciones abiertas y cuáles no.

a. x es un número par de un dígito. R: Proposición abierta
b. 9 es un número impar de un dígito. R: No
d. $z - 2 = 8$ R: Proposición abierta

Sección 1 Lógica
Clase 3 Proposiciones compuestas

Aprendizaje esperado:
Identifica si una proposición es simple o compuesta.

Sección 1 Lógica
Clase 3 Proposiciones compuestas

(P) ¿Qué diferencia hay entre las siguientes proposiciones?

a. 7 es un número primo.
b. 6 es divisor de 18 y 5 es un número impar.

(S) Las proposiciones se diferencian por el número de enunciados que tienen. La proposición del inciso a tiene un enunciado, mientras que la proposición del inciso b tiene dos enunciados, estos son:

6 es divisor de 18.
5 es un número impar.

(C) A una proposición que está formada por un enunciado se le llama **proposición simple**.
A una proposición que está formada por dos o más enunciados se le llama **proposición compuesta**.

Ejemplo:

a. Carlos va al cine o al estadio.
La proposición es compuesta porque está formada por dos enunciados:
Carlos va al cine.
Carlos va al estadio.

b. Un cuadrilátero tiene sus lados opuestos paralelos.
La proposición es simple porque está formada por un enunciado.

c. 10 es un número par si y solo si es divisible entre 2.
La proposición es compuesta porque está formada por dos enunciados:
10 es un número par.
10 es divisible entre 2.

(E) 1. Identifique cuáles proposiciones son simples y cuáles son compuestas.

a. Lunes es un día de la semana.
b. Un rectángulo tiene 20 m^2 de área si y solo si la base mide 5 m y la altura 4 m.
c. $5 + 56 = 61$ y $5 + 60 = 65$.
d. $6 \times 3 = 20$
e. El rectángulo es un paralelogramo si y solo si sus lados opuestos son paralelos.
f. Guatemala está en Centroamérica.

2. Identifique cuántas proposiciones simples contienen los siguientes incisos.

a. $5 + 13 = 18$ y $6 + 14 = 20$.
b. La semana tiene siete días.
c. 20 es divisible entre 4.
d. 2 es un número par y es un número primo.
e. Si mañana es jueves o domingo, entonces voy de compras al mercado.

Solucionario de los ejercicios:

1. a. Está formada por un enunciado.
Lunes es un día de la semana.
R: Proposición simple

b. Está formada por tres enunciados.
{ Un rectángulo tiene 20 m^2 de área.
{ La base de un rectángulo mide 5 m.
{ La altura de un rectángulo mide 4 m.
R: Proposición compuesta

c. Está formada por dos enunciados.
{ $5 + 56 = 61$
{ $5 + 60 = 65$
R: Proposición compuesta

d. Está formada por un enunciado.
$6 \times 3 = 20$
R: Proposición simple

e. Está formada por dos enunciados.
{ El rectángulo es un paralelogramo.
{ Los lados de un rectángulo opuestos son paralelos.
R: Proposición compuesta

f. Está formada por un enunciado.
Guatemala está en Centroamérica.
R: Proposición simple

2. a. Está formada por:
{ $5 + 13 = 18$
{ $6 + 14 = 20$
R: 2 proposiciones simples

b. Está formada por:
La semana tiene siete días.
R: 1 proposición simple

c. Está formada por:
20 es divisible entre 4.
R: 1 proposición simple

Ver ejercicios restantes en la página G241.

Fecha: dd – mm – aa
7-1-3 Proposiciones compuestas

(P) ¿Qué diferencia hay entre las siguientes proposiciones?

a. 7 es un número primo.
b. 6 es divisor de 18 y 5 es un número impar.

(S) La proposición del inciso a tiene un enunciado.
La proposición del inciso b tiene dos enunciados:

6 es divisor de 18.
5 es un número impar.

(C) A una proposición que está formada por un enunciado se le llama proposición simple.

A una proposición que está formada por dos enunciados se le llama proposición compuesta.

Ejemplo:

a. Carlos va al cine o al estadio. → Proposición compuesta: está formada por dos enunciados.
Carlos va al cine.
Carlos va al estadio.

b. Un cuadrilátero tiene sus lados opuestos paralelos. → Proposición simple: está formada por un enunciado.

c. 10 es un número par si y solo si es divisible entre 2. → Proposición compuesta: está formada por dos enunciados.
10 es un número par.
10 es divisible entre 2.

(E) 1. Identifique cuáles proposiciones son simples y cuáles son compuestas.

a. Lunes es un día de la semana. R: Simple
b. Un rectángulo tiene 20 m^2 de área si y solo si la base mide 5 m y la altura 4 m. R: Compuesta
c. $5 + 56 = 61$ y $5 + 60 = 65$. R: Compuesta
d. $6 \times 3 = 20$ R: Simple

Aprendizaje esperado:
Identifica si un cuantificador es universal o existencial.

Sección 1 Lógica
Clase 4 Cuantificadores

P ¿Qué diferencia hay entre las siguientes proposiciones?

a. Todos los números naturales en los que su última cifra es 0 o 5, son divisibles entre 5.
b. Algunos cuadriláteros tienen cuatro ángulos rectos.

S Las dos proposiciones se diferencian por la cantidad de elementos que cumplen con la condición establecida en el enunciado. En la proposición del inciso a todos los números naturales en los que su última cifra es 0 o 5, cumplen con la condición, mientras que en la proposición del inciso b solo algunos cuadriláteros cumplen con la condición.

C A las palabras "todos" y "algunos" se les llama **cuantificadores** y existen dos tipos: cuantificador **universal** y cuantificador **existencial**.
El cuantificador universal se utiliza para afirmar que todos los elementos de un conjunto cumplen con una condición o propiedad determinada. Además de "todos", se puede utilizar "cualquiera" o "cada".
El cuantificador existencial se utiliza para indicar que existen uno o más elementos en el conjunto que cumplen con la condición o propiedad determinada. Además de "algunos", se puede utilizar "hay", "existe" o "algún".

Ejemplo:

Proposición	Cuantificador
Cualquier número divisible entre 2 es número par.	Universal
Existe una figura que tiene tres lados.	Existencial
Algunos cuadriláteros tienen ángulos rectos.	Existencial
Todos los humanos tienen cerebro.	Universal

E Indique si el cuantificador utilizado en la proposición es universal o existencial.

a. Todos los números pares son divisibles entre dos.
b. Hay números impares divisibles entre tres.
c. Cualquier número es divisible entre 1 y entre sí mismo.
d. Todos los números son divisibles entre 7.
e. Cualquier persona es guatemalteca.
f. Todos los rectángulos tienen cuatro ángulos rectos.
g. Hay una figura que tiene tres lados.
h. Algunos números son impares.

Solucionario de los ejercicios:

a. Universal
b. Existencial
c. Universal
d. Universal
e. Universal
f. Universal
g. Existencial
h. Existencial

Fecha: dd – mm – aa
7-1-4 Cuantificadores

Ⓟ ¿Qué diferencia hay entre las siguientes proposiciones?

a. Todos los números naturales en los que su última cifra es 0 o 5, son divisibles entre 5.
b. Algunos cuadriláteros tienen cuatro ángulos rectos.

Ⓢ Las dos proposiciones se diferencian por la cantidad de elementos que cumplen con la condición establecida en el enunciado.

Ⓒ A las palabras "todos" y "algunos" se les llama cuantificadores y existen dos tipos: cuantificador universal y cuantificador existencial.
Ejemplo de cuantificador universal: "todos", "cualquiera", "cada".
Ejemplos de cuantificador existencial: "algunos", "hay", "existe", "algún".

Ejemplo:

Proposición	Cuantificador
Cualquier número divisible entre 2 es número par.	Universal
Existe una figura que tiene tres lados.	Existencial
Algunos cuadriláteros tienen ángulos rectos.	Existencial
Todos los humanos tienen cerebro.	Universal

Ⓔ Identifique si el cuantificador utilizado es universal o existencial.

a. Todos los números pares son divisibles entre dos. R: Universal
b. Hay números impares divisibles entre tres. R: Existencial
c. Cualquier número es divisible entre 1 y entre sí mismo. R: Universal

Sección 1, clase 3

2. d. Está formada por:

   2 es un número par.
   2 es un número primo.

   R: 2 proposiciones simples

   e. Está formada por:

   Mañana es jueves.
   Mañana es domingo.
   Voy de compras al mercado.

   R: 3 proposiciones simples

Ejercitación

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

   a. Un cuadrilátero tiene cuatro lados.
   b. $12 + 6 = 18$
   c. El volcán más alto de Guatemala es el Pacaya.
   d. $2 \times 5 = 15$
   e. $8 + 5$

2. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son abiertas.

   a. $x + 10 = 18$
   b. $15 - 6 = 9$
   c. x es un paralelogramo.
   d. y es un mes del año.
   e. Una semana tiene siete días.

3. Identifique cuáles proposiciones son simples y cuáles son compuestas.

   a. El cuaderno tiene 80 hojas y el lapicero es de color azul.
   b. Hoy es jueves.
   c. $6 + 9 = 20$
   d. Si $A + B = C$, entonces $C - A = B$.

4. Indique si el cuantificador utilizado en la proposición es universal o existencial.

   a. Todos los seres vivos tienen vida.
   b. Algunos números son impares.
   c. Hay cuadriláteros que tienen cuatro lados iguales.
   d. El producto de cualquier número y dos es un número par.
   e. Algunas personas tienen más de dos metros de estatura.

Solucionario:

1. a. Verdadero
   b. Verdadero
   c. Falso
   d. Falso
   e. No es posible determinar si es verdadero o falso.
2. a. Proposición abierta
   b. No
   c. Proposición abierta
   d. Proposición abierta
   e. No
3. a. Está formada por dos enunciados.
   {El cuaderno tiene 80 hojas.
   El lapicero es de color azul.
   R: Proposición compuesta
   b. Está formada por un enunciado.
   Hoy es jueves.
   R: Proposición simple
   c. Está formada por un enunciado.
   $6 + 9 = 20$
   R: Proposición simple
   d. Está formada por dos enunciados.
   {$A + B = C$
   $C - A = B$
   R: Proposición compuesta
4. a. Universal
   b. Existencial
   c. Existencial
   d. Universal
   e. Existencial